

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАТОПЛЕННОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

З.М. Маликов¹

malikov.z62@mail.ru

Ф.Х. Назаров²

farruxnazar@mail.ru

¹ АКФА университет, Ташкент, Республика Узбекистан² ТГТУ, Ташкент, Республика Узбекистан

Аннотация

Приведен сравнительный анализ RANS-моделей турбулентности (модели Ментера, Спаларта — Аллмараса, Секундова) и недавно предложенной двухжидкостной модели с использованием численного моделирования осесимметричной затопленной струи. Сравнение моделей выполнено сопоставлением полученных численных результатов с экспериментальными данными и с использованием результатов анализа их численной реализации. Для всех моделей применен одинаковый численный алгоритм. Для облегчения исследования свободной струи рассмотрены «параболизированные» гидродинамические уравнения, для численной реализации которых использован «маршевый» метод интегрирования. Применена абсолютно устойчивая неявная конечно-разностная схема. Показано, что разработанная двухжидкостная модель имеет преимущества по сравнению с другими моделями как по точности, так и по простоте численной реализации

Ключевые слова

Осесимметричная турбулентная струя, RANS-модели, двухжидкостная модель, переменные Мизеса, неявная схема

Поступила 14.07.2021

Принята 14.12.2021

© Автор(ы), 2022

Введение. Струйные течения часто встречаются в инженерной практике. С использованием газовых струй можно управлять химическими процессами, вентилировать помещение и т. д. Часто встречаются так называемые затопленные струи, когда вещество струи и вещество, заполняющее окружающее пространство, находятся в одинаковом фазовом состоянии, например, струя воздуха распространяется в неподвижном окружающем ее воздухе или в газе иного состава. Примеры затопленных струй: газовая струя, вытекающая из сопла реактивного двигателя, струя газов бытовой горелки и т. п. В связи с этим исследование струйных потоков до сих пор интересует исследователей [1–6].

В настоящее время для проведения численного моделирования турбулентных струйных течений применяют следующие методы:

1) осредненная по Рейнольдсу система уравнений Навье — Стокса (Reynolds Averaged Navier — Stokes system, RANS) с замыканием и использованием полуэмпирической модели турбулентности [7];

2) вихреразрешающие методы: система уравнений Навье — Стокса в рамках прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS);

3) метод моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) [8];

4) гибридные RANS-LES-методы [9], в частности модель отсоединенных вихрей (Detached Eddy Simulation, DES) [10] и ее модификации;

5) двухжидкостная модель турбулентности на основе динамики двух жидкостей [11].

Такие методы, как прямое численное моделирование (DNS) и моделирование крупных вихрей (LES) являются трудоемкими, и использование их для решения задач аэродинамики требует применения высокоскоростных вычислительных машин. В связи с этим их широкое практическое внедрение возможно с появлением суперкомпьютеров и, по оценкам специалистов, может начаться лишь в конце настоящего столетия. Полуэмпирические RANS-модели просты и не требуют больших вычислительных затрат, поэтому они являются основным рабочим инструментом для решения инженерных задач аэродинамики. В основе полуэмпирических RANS-моделей лежат различные предположения и гипотезы, направленные на замыкание уравнений Навье — Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Разработано более 100 различных RANS-моделей. Несмотря на их большое число, до сих пор не создана универсальная модель. Это означает, что у каждой модели есть своя область применения, где она дает наиболее приемлемые результаты. В связи с этим отбор соответствующих моделей для той или иной задачи путем сравнения их результатов с установленными экспериментальными данными является важной проблемой. Наиболее востребованы модели Спаларта — Аллмараса (SA) [12] и Менстера $k-\omega$ (SST-модель) [13, 14]. Модель Спаларта — Аллмараса представляет собой развитие модели Секундова (v_t-92) [15], которая является пионерской среди однопараметрических моделей. Несмотря на то, что в модели Спаларта — Аллмараса (SA) используют труднообъяснимые функции и различные физические параметры, она имеет довольно хорошую точность. SST-модель представляет собой комбинацию моделей $k-\varepsilon$ и $k-\omega$, обеспечивающую сочетание лучших качеств этих моделей.

В последнее время появился еще один подход к описанию турбулентности. Турбулентность представляют в виде смеси двух жидкостей, совершающих относительное движение. Поэтому математическая модель турбулентности, основанная на таком подходе, названа двухжидкостной. Двухжидкостная модель в [11] успешно применена для задач обтекания плоской пластины, круглой и плоской струй, вращающегося потока. Новая модель использована в [16] для моделирования турбулентного переноса теплоты, в [17, 18] для моделирования турбулентного двухфазного потока в центробежных пылеуловителе и сепараторе. Таким образом, в настоящее время в арсенале имеется еще одна модель турбулентности, оценку которой можно дать после сравнения с другими моделями.

Цель работы — сравнение двухжидкостной модели с RANS-моделями для турбулентной круглой струи.

Запишем систему уравнений турбулентности двухжидкостной модели для несжимаемой среды в тензорном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_j}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\rho \partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \vartheta_j \vartheta_i \right], \\ \frac{\partial \vartheta_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial \vartheta_i}{\partial x_j} &= -\vartheta_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_{ji} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \right] + F_{si} + F_{fi}, \\ \nu_{ji} &= 3\nu + 2 \left| \frac{\vartheta_i \vartheta_j}{\text{def } \vec{V}} \right| \text{ при } i \neq j, \quad \nu_{ii} = 3\nu + \frac{1}{\text{div } \vec{\vartheta}} \left| \frac{\vartheta_k \vartheta_k}{\text{def } \vec{V}} \right| \frac{\partial \vartheta_k}{\partial x_k}, \\ \vec{F}_f &= -K_f \vec{\vartheta}, \quad \vec{F}_s = C_s \text{rot } \vec{V} \vec{\vartheta}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь V_i — осредненная скорость потока; ϑ_i — относительная скорость жидкостей; ρ — плотность среды; p — давление; F_{si} — поперечная сила Сеффмена, обусловленная сдвиговым полем скорости; F_{fi} — сила трения;

$\text{def } \vec{V} = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$ — скорость деформации; ν — молекулярная кинематическая вязкость; ν_{ji} — молярная вязкость; K_f — коэффициент трения, $K_f = C_1 \lambda_{\max}$, λ_{\max} — наибольший корень характеристического уравнения

$$\det(A - \lambda E) = 0, \tag{2}$$

E — единичная матрица; A — матрица,

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{\partial V_1}{\partial x_1} & -\frac{\partial V_1}{\partial x_2} - C_s \zeta_3 & -\frac{\partial V_1}{\partial x_3} + C_s \zeta_2 \\ -\frac{\partial V_2}{\partial x_1} + C_s \zeta_3 & -\frac{\partial V_2}{\partial x_2} & -\frac{\partial V_2}{\partial x_3} - C_s \zeta_1 \\ -\frac{\partial V_3}{\partial x_1} - C_s \zeta_2 & -\frac{\partial V_3}{\partial x_2} + C_s \zeta_1 & -\frac{\partial V_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}, \quad \vec{\zeta} = \text{rot } \vec{V}.$$

В тестовых задачах показано, что хорошие результаты получают при $C_1 = 0,7825$, $C_s = 0,2$.

Согласно (1), уравнение движения для осредненного потока имеет очень похожий вид, что и для осредненного уравнения Рейнольдса. Однако в уравнениях Рейнольдса турбулентные напряжения неизвестны. Следовательно, уравнения Рейнольдса являются незамкнутыми и для замыкания необходимо привлечь различные гипотезы. Двужидкостная модель дает замкнутую систему уравнений.

Постановка задачи. Приведено численное исследование осесимметричной турбулентной затопленной струи на основе различных моделей турбулентности. Численные результаты моделей сопоставлены с экспериментальными данными [19], которые включены в базу данных NASA для верификации математических моделей турбулентности. Для исследования осесимметричного турбулентного потока RANS-моделями использованы уравнения Навье — Стокса, осредненные по Рейнольдсу. При этом на основе теории пограничного слоя Прандтля ввиду малости толщины пограничного слоя можно пренебречь продольными составляющими в диффузионных членах. Кроме того, полагаем давление постоянным. Указанные предположения общеизвестны и довольно сильно облегчают поставленную задачу, так как решаемые уравнения имеют параболический вид, а в цилиндрических координатах — вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} &= 0; \\ V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{\partial V_z}{r \partial r} \right) - \overline{\frac{\partial r \vartheta'_r \vartheta'_z}{r \partial r}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь V_r , V_z — радиальная и аксиальная скорости; $\overline{\vartheta'_r \vartheta'_z}$ — осредненное по времени турбулентное напряжение. Для поиска турбулентного напряжения в линейных RANS-моделях использована гипотеза Буссинеска $\overline{\vartheta'_r \vartheta'_z} = -\nu_t \partial V_z / \partial r$, ν_t — коэффициент турбулентной вязкости.

Следовательно, для всех линейных RANS-моделей основной задачей является поиск коэффициента турбулентной вязкости.

Как было отмечено выше, RANS-модели направлены на поиск неизвестного коэффициента турбулентной вязкости. Модель турбулентности Спаларта — Аллмараса имеет вид [12, 20]:

$$V_r \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} + V_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = (P_w - D_w) + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r(v + \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} \right) + C_2 \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial r} \right)^2 \right], \quad v_t = \tilde{v} f_{v1}.$$

SST-модель турбулентности:

$$\begin{aligned} V_z \frac{\partial k}{\partial z} + V_r \frac{\partial k}{\partial r} &= \frac{\partial}{r \partial r} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + P - \beta^* \omega k, \\ V_z \frac{\partial \omega}{\partial z} + V_r \frac{\partial \omega}{\partial r} &= \frac{\partial}{r \partial r} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] + \frac{\gamma}{v_t} P - \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial r} \frac{\partial k}{\partial r}, \\ v_t &= \frac{a_1 k}{\Omega F_2}. \end{aligned}$$

Модель Секундова $v_t - 92$:

$$V_z \frac{\partial v_t}{\partial z} + V_r \frac{\partial v_t}{\partial r} = (P_v - D_v) + \frac{\partial}{r \partial r} \left[(v + C_0 v_t) \frac{\partial v_t}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[-v + (C_1 - C_0) v_t \right] \frac{\partial v_t}{\partial r}.$$

Двужидкостная модель турбулентности (в цилиндрических координатах) для системы уравнений (1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial r V_r}{r \partial r} &= 0, \\ V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{\partial V_z}{r \partial r} \right) - \frac{\partial r \vartheta_r \vartheta_z}{r \partial r}, \\ V_z \frac{\partial \vartheta_z}{\partial z} + V_r \frac{\partial \vartheta_z}{\partial r} &= -(1 - C_s) \frac{\partial V_z}{\partial r} \vartheta_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r v_{zr} \frac{\partial \vartheta_z}{\partial r} \right) - K_f \vartheta_z, \\ V_z \frac{\partial \vartheta_r}{\partial z} + V_r \frac{\partial \vartheta_r}{\partial r} &= -C_s \frac{\partial V_z}{\partial r} \vartheta_z + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r v_{rr} \frac{\partial \vartheta_r}{\partial r} \right) - 2 v_{rr} \frac{\vartheta_r}{r^2} - K_f \vartheta_r, \\ v_{zr} &= \frac{3}{\text{Re}} + 2 \frac{|\vartheta_r \vartheta_z|}{|\partial V_z / \partial r|}, \quad v_{rr} = \frac{3}{\text{Re}} + 2 \frac{|\vartheta_r \vartheta_r|}{|\partial V_z / \partial r|}. \end{aligned} \tag{4}$$

Коэффициент трения K_f определим по (3):

$$\lambda_{\max} = \sqrt{C_s(1 - C_s)} \left| \frac{\partial V_z}{\partial r} \right|.$$

Для численной реализации систем (3) и (4) уравнения приведены к безразмерному виду путем соотнесения всех линейных размеров к радиусу сопла, а скорости к средней скорости истечения струи на выходе из сопла. Выполнен переход к переменным Мизеса [21] $(z, r) \rightarrow (\xi, \psi)$:

$$\xi = z, \quad V_z = \frac{\psi}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad V_r = -\frac{\psi}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

Удобство переменных Мизеса в том, что уравнение неразрывности удовлетворяется автоматически. При численном интегрировании использована абсолютно устойчивая неявная схема. Диффузионные члены аппроксимированы центральной разностью, получены второй порядок точности расчетов в радиальном направлении и первый порядок в продольном. Безразмерные шаги интегрирования: для RANS-моделей $\Delta \xi = 0,00002$, $\Delta \psi = 0,001$; для двухжидкостной $\Delta \xi = 0,0001$, $\Delta \psi = 0,01$.

Результаты расчетов. Зависимость безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла приведена на рис. 1. Наилучшее совпадение с экспериментальными данными дают двухжидкостная модель и модель Секундова. Результаты, полученные с использованием модели Секундова, не чувствительны к начальной турбулентной вязкости. Для остальных моделей результаты существенно отличаются от экспериментальных, причем результаты модели Спаларта — Алмараса не зависят от входных данных, а SST-модели очень чувствительны к входному значению кинетической энергии.

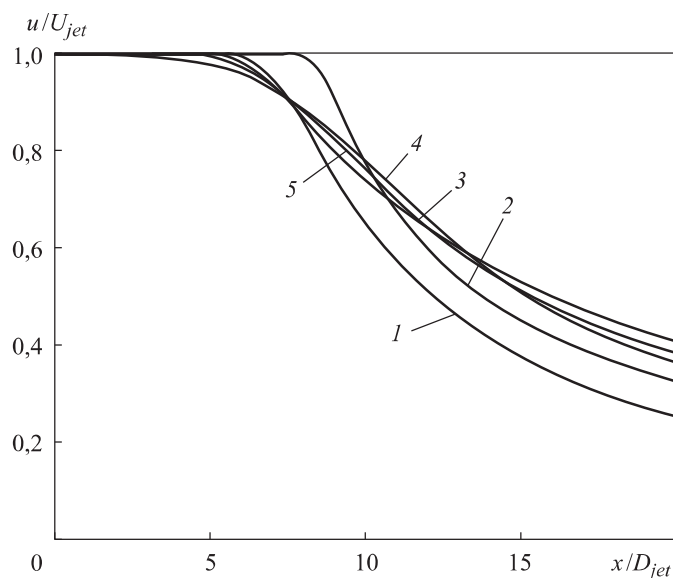


Рис. 1. Зависимость безразмерной осевой скорости от расстояния до сопла для моделей турбулентности Спаларта — Алмараса (1), SST (2), Секундова (3), двухжидкостной (4) и экспериментальные данные (5) из [19]

Для исследования турбулентных течений большое значение имеет информация о турбулентных напряжениях. Результаты, полученные для моделей турбулентности, в зависимости от профиля турбулентного напряжения сдвига для различных сечений приведены на рис. 2. Наиболее адекватные результаты получены для двухжидкостной модели. По мнению авторов, эти результаты можно улучшить, если более точно задать исходные данные.

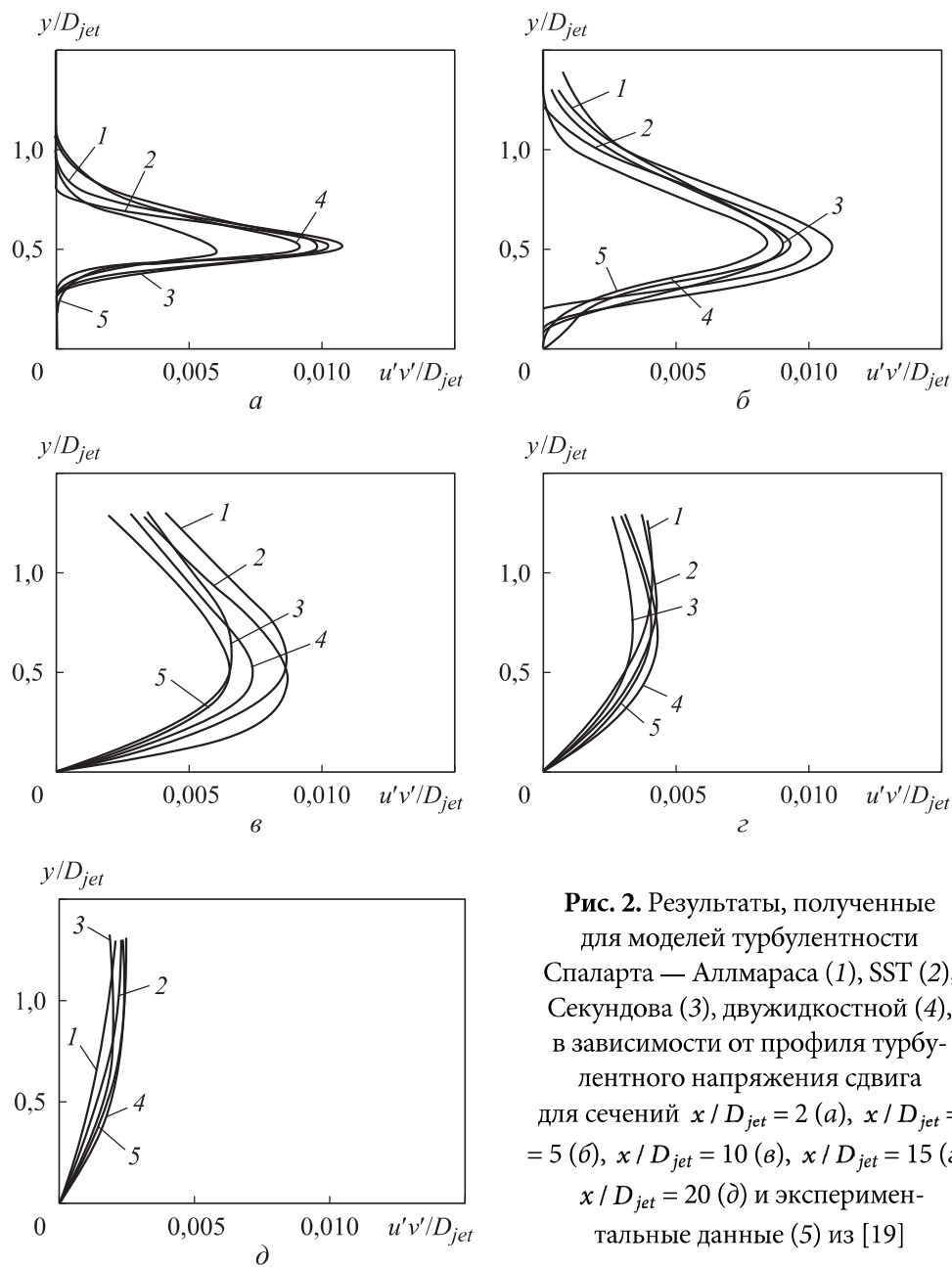
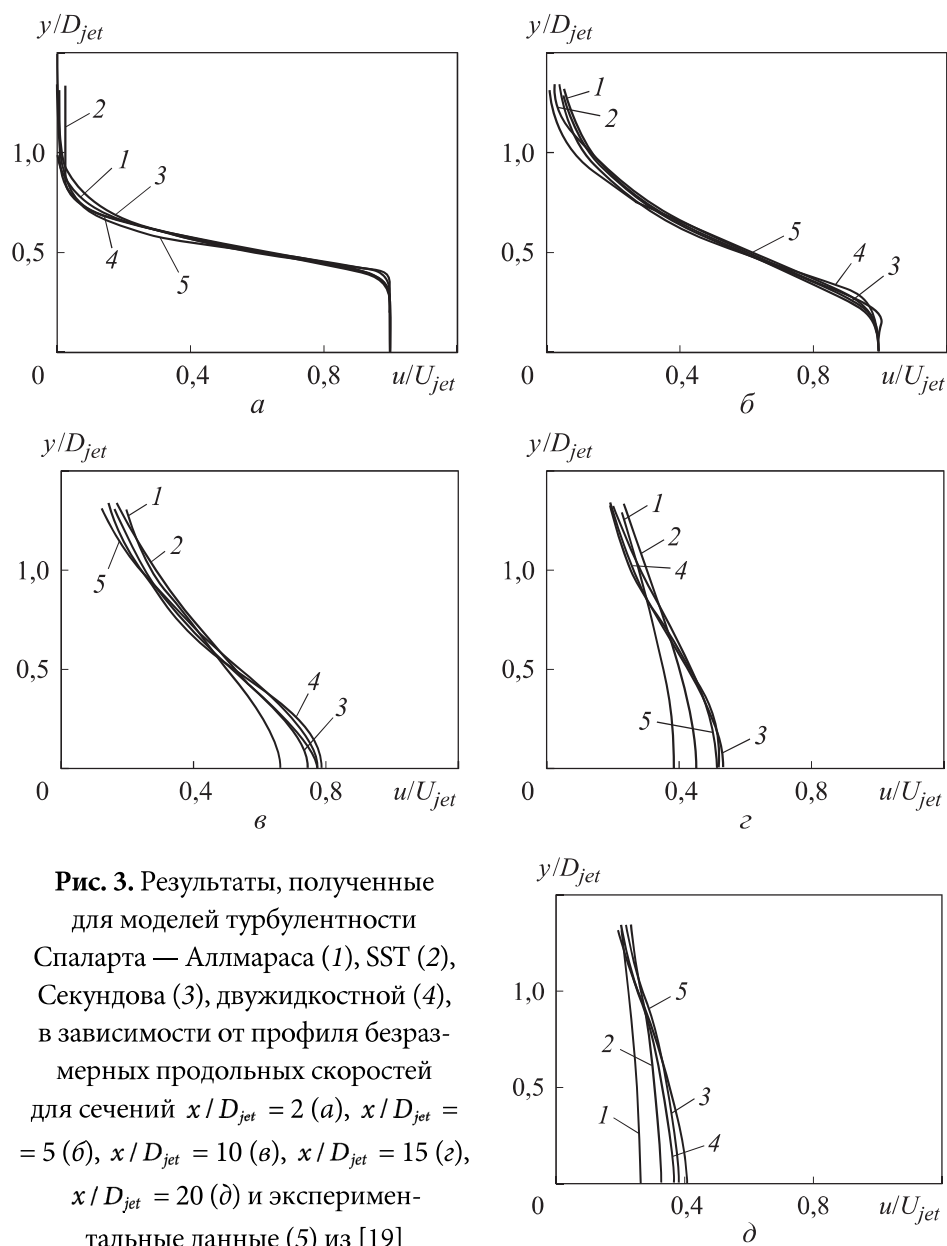


Рис. 2. Результаты, полученные для моделей турбулентности Спаларта — Аллмараса (1), SST (2), Секундова (3), двухжидкостной (4), в зависимости от профиля турбулентного напряжения сдвига для сечений $x / D_{jet} = 2$ (а), $x / D_{jet} = 5$ (б), $x / D_{jet} = 10$ (в), $x / D_{jet} = 15$ (г), $x / D_{jet} = 20$ (д) и экспериментальные данные (5) из [19]

Результаты на выходе из сопла зависят от его геометрии. Для их получения необходимо отдельно решать задачу о турбулентном течении внутри сопла. Однако авторам неизвестна геометрия дозвукового сопла, для которого получены экспериментальные данные. Поэтому на срезе сопла заданы приближенные условия.

Результаты, полученные для моделей турбулентности, в зависимости от профиля безразмерных продольных скоростей в различных сечениях приведены на рис. 3. Наиболее точные результаты воспроизводит дву-



жидкостная модель, причем как для начального, так и основного участков течения.

Результаты, полученные для моделей турбулентности, в зависимости от профиля безразмерной поперечной скорости в различных сечениях приведены на рис. 4. Наилучшее соответствие с экспериментальными данными по сравнению с другими моделями наблюдается у результатов, полученных для двухжидкостной модели.

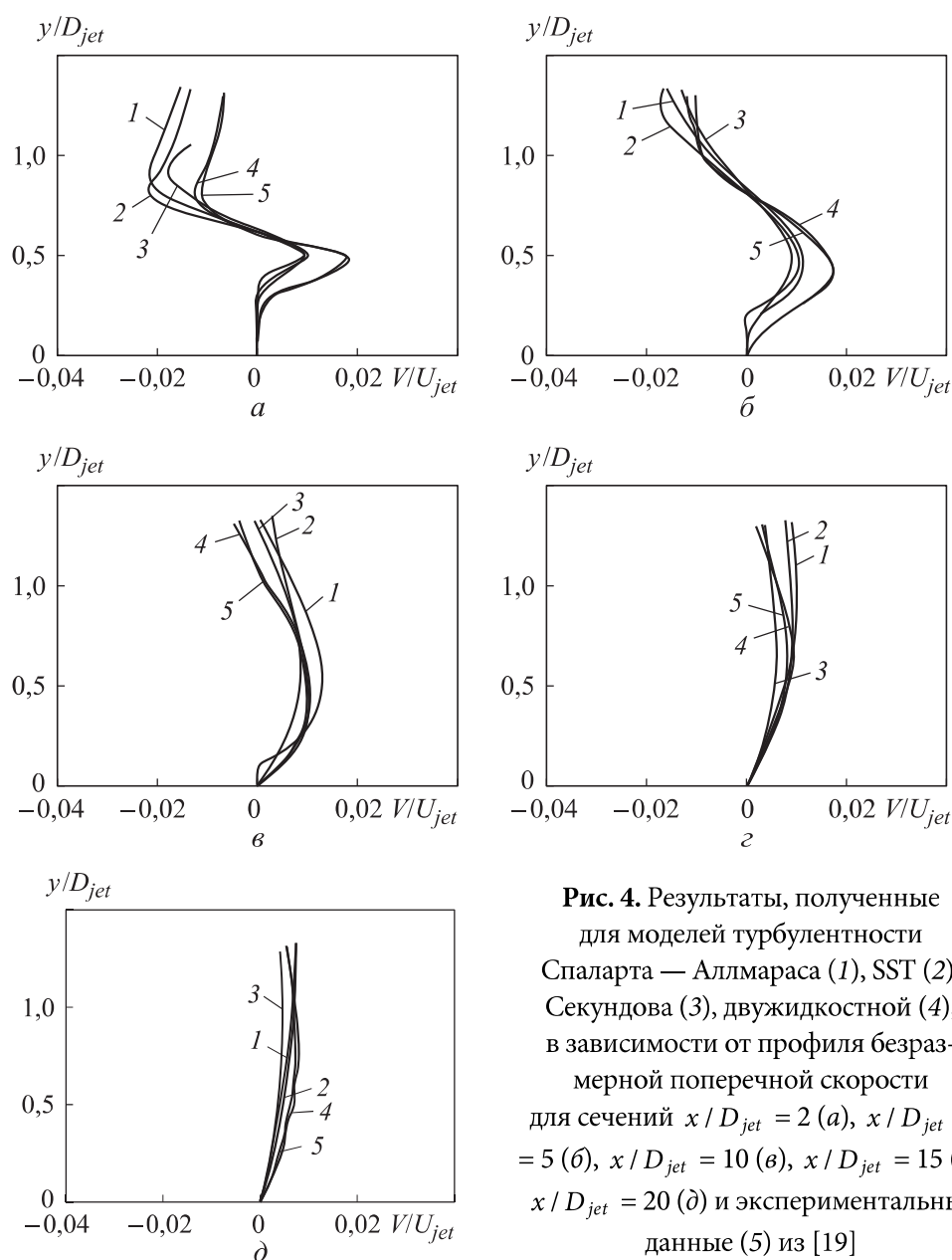


Рис. 4. Результаты, полученные для моделей турбулентности Спаларта — Аллмараса (1), SST (2), Секундова (3), двухжидкостной (4), в зависимости от профиля безразмерной поперечной скорости для сечений $x / D_{jet} = 2$ (а), $x / D_{jet} = 5$ (б), $x / D_{jet} = 10$ (в), $x / D_{jet} = 15$ (з), $x / D_{jet} = 20$ (д) и экспериментальные данные (5) из [19]

Заключение. Численные исследования показали, что модели Спаларта — Алмараса и Секундова имеют хорошую устойчивость и дают неплохие результаты, особенно модель Секундова. SST-модель оказалась очень требовательной к исходным данным и шагам интегрирования. Однако наиболее близкие результаты к экспериментальным получены для двухжидкостной модели, несмотря на использование существенно большего шага в радиальном направлении, чем в RANS-моделях. Различие результатов особенно заметно для профилей амплитуд флуктуирующих скоростей и радиальной скорости потока. Авторы объясняют это тем, что в основе рассматриваемых RANS-моделей лежит гипотеза об изотропной турбулентности. Такая гипотеза в двухжидкостной модели не используется, поскольку модель может описывать и анизотропную турбулентность. Кроме того, у двухжидкостной модели отсутствует так называемая проблема круглой струи, суть которой в том, что во всех RANS-моделях наблюдается более интенсивное расширение струи. Поэтому на больших расстояниях без особых поправок результаты для RANS-моделей будут сильно отличаться от экспериментальных. Двухжидкостная модель обладает хорошей устойчивостью, т. е. интегрирование уравнений можно вести с достаточно крупным шагом. Еще одно отличие двухжидкостной модели от RANS в том, что для многих RANS-моделей для улучшения результатов необходимо решать систему уравнений осесимметричной струи в трехмерной постановке. Это связано с тем, что кинетическая энергия флуктуаций, которая имеет трехмерный характер, определяется более адекватно. Для двухжидкостной модели турбулентные напряжения находят с использованием уравнений относительного движения. Флуктуации в тангенциальном направлении не влияют на движение потока в азимутальном и радиальном направлениях. Поэтому результаты двухжидкостной модели в дву- и трехмерной постановках для осесимметричной струи будут идентичными. Таким образом, двухжидкостную модель можно рекомендовать как инструмент для исследования более сложных струйных потоков.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Тимошенко В.И., Дешко А.Е., Белоцерковец И.С. К определению границы вязкой струи сжимаемого газа в спутном потоке. *Техническая механика*, 2012, № 2, с. 31–42.
- [2] Маликов З.М., Стасенко А.Л. Асимптотика затопленной струи и процессы переноса в ней. *Труды МФТИ*, 2013, т. 5, № 2, с. 59–68.

- [3] Кудимов Н.Ф., Сафронов А.В., Третьякова О.Н. Результаты экспериментальных исследований взаимодействия многоблочных сверхзвуковых турбулентных струй с преградой. *Труды МАИ*, 2013, № 69.
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=43076>
- [4] Деменков А.Г., Илюшин Б.Б., Черных Г.Г. Численное моделирование осесимметричных турбулентных струй. *Прикладная механика и техническая физика*, 2008, т. 49, № 5, с. 55–60.
- [5] Пахомов М.А., Терехов В.И. Численное исследование турбулентной структуры полидисперсной двухфазной струи с испаряющимися каплями. *Математическое моделирование*, 2016, т. 28, № 11, с. 64–78.
- [6] Демидова О.Л. Численное моделирование закрученных струй с неравновесными химическими процессами. *Труды МАИ*, № 57.
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30701>
- [7] Белов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений. СПб., Балт. гос. техн. ун-т, 2001.
- [8] Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М., ФИЗМАТЛИТ, 2008.
- [9] Frölich J., von Terzi D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows. *Prog. Aerosp. Sci.*, 2008, vol. 44, iss. 5, pp. 349–377.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2008.05.001>
- [10] Haase W., Braza M., Revell A. DESider — a European effort on hybrid RANS-LES modelling. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-92773-0>
- [11] Malikov Z.M. Mathematical model of turbulence based on the dynamics of two fluids. *Appl. Math. Model.*, 2020, vol. 82, pp. 409–436.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.01.047>
- [12] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA Paper*, 1992, no. 1992-0439. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
- [13] Menter F.R. Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows. *AIAA Paper*, 1993, no. 1993-2906. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1993-2906>
- [14] Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In: *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*. Begell House, 2003, pp. 625–632.
- [15] Shur M., Strelets M., Zajkov L., et al. Comparative numerical testing of one- and two-equation turbulence models for flows with separation and reattachment. *AIAA Paper*, 1995, no. 1995-0863. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1995-863>
- [16] Malikov Z.M. Mathematical model of turbulent heat transfer based on the dynamics of two fluids. *Appl. Math. Model.*, 2021, vol. 91, pp. 186–213.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.09.029>
- [17] Malikov Z.M., Madaliev M.E. Numerical simulation of two-phase flow in a centrifugal separator. *Fluid Dyn.*, 2020, vol. 55, no. 8, pp. 1012–1028.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S0015462820080066>

[18] Nazarov F.Kh., Malikov Z.M., Rakhmanov N.M. Simulation and numerical study of two-phase flow in a centrifugal dust catcher. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2020, vol. 1441, art. 012155. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1441/1/012155>

[19] Turbulence modeling resource: *веб-сайт*. URL: <http://turbmodels.larc.nasa.gov> (дата обращения: 15.01.2022).

[20] Биматов В.И., Савкина Н.В., Фарапанов В.В. Сверхзвуковое обтекание и аэродинамические характеристики острого конуса для различных моделей турбулентной вязкости. *Вестник Томск. гос. ун-та*, 2016, № 5, с. 35–42.

[21] von Mises R. Bernerkungen zur Hydrodynamik. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1927, no. 7, p. 425.

Маликов Зафар Маматкулович — профессор кафедры физики АКФА университета (Республика Узбекистан, 100007, Ташкент, ул. Паркент, 26А).

Назаров Фаррух Холиёрович — канд. наук, доцент кафедры сопротивления материалов и деталей машин ТГТУ (Республика Узбекистан, 100097, Ташкент, ул. Университетская, д. 2).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Маликов З.М., Назаров Ф.Х. Сравнительный анализ моделей турбулентности на основе исследования затопленной осесимметричной турбулентной струи. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2022, № 2 (101), с. 22–35. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-2-22-35>

**STUDY OF AN IMMERSED AXISYMMETRIC TURBULENT JET
IN COMPARATIVE ANALYSIS OF TURBULENCE MODELS**

Z.M. Malikov¹

malikov.z62@mail.ru

F.Kh. Nazarov²

farruxnazar@mail.ru

¹ AKFA University, Tashkent, Republic of Uzbekistan

² Tashkent State Technical University named after Islam Karimov,
Tashkent, Republic of Uzbekistan

Abstract

The study comparatively analyzes RANS turbulence models, such as the Menter (SST), Spalart — Allmaras (SA), Sekundov models, and a recently developed two-fluid model by numerical simulation of an axisymmetric immersed jet. The analysis is done by comparing the obtained numerical results with experimental data and using the results of the analysis of their numerical implementation. For all models, the same numerical algo-

Keywords

Axisymmetric turbulent jet, RANS models, two-fluid model, von Mises variables, implicit scheme

rithm is applied. To facilitate the study of a free jet, “parabolized” hydrodynamic equations are considered, for the numerical implementation of which the marching integration method is used. An absolutely stable implicit finite-difference scheme is applied. The study shows that the developed two-fluid model has advantages over other models both in terms of accuracy and simplicity of numerical implementation

Received 14.07.2021

Accepted 14.12.2021

© Author(s), 2022

REFERENCES

- [1] Timoshenko V.I., Deshko A.E., Belotserkovets I.S. On boundary determination of viscous jet of compressible gas in a co-flow. *Tekhnicheskaya mekhanika*, 2012, no. 2, pp. 31–42 (in Russ.).
- [2] Malikov Z.M., Stasenkov A.L. Asymptotics of a submerged jet and transport processes in it. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*, 2013, vol. 5, no. 2, pp. 59–68 (in Russ.).
- [3] Kudimov N.F., Safronov A.V., Tretyakova O.N. Experimental study on multiple turbulent supersonic impinging jets. *Trudy MAI*, 2013, no. 69 (in Russ.). Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=43076>
- [4] Demenkov A.G., Ilyushin B.B., Chernykh G.G. Numerical simulation of axisymmetric turbulent jets. *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2008, vol. 49, no. 5, pp. 749–753. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10808-008-0093-4>
- [5] Pakhomov M.A., Terekhov V.I. Numerical simulation of turbulent flow in a polydispersed two-phase jet with evaporating droplets. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2016, vol. 28, no. 11, pp. 64–78 (in Russ.).
- [6] Demidova O.L. Numerical simulation of swirling jets with nonequilibrium chemical processes. *Trudy MAI*, no. 57 (in Russ.). Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30701>
- [7] Belov I.A., Isaev S.A. Modelirovanie turbulentnykh techeniy [Modeling of turbulent flows]. St. Petersburg, BSTU Publ., 2001.
- [8] Volkov K.N., Emelyanov V.N. Modelirovanie krupnykh vikhrey v raschetakh turbulentnykh techeniy [Simulation of large eddies in turbulent flow calculation]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2008.
- [9] Frölich J., von Terzi D. Hybrid LES/RANS methods for the simulation of turbulent flows. *Prog. Aerosp. Sci.*, 2008, vol. 44, iss. 5, pp. 349–377. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2008.05.001>
- [10] Haase W., Braza M., Revell A. DESider — a European effort on hybrid RANS-LES modelling. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-92773-0>

- [11] Malikov Z.M. Mathematical model of turbulence based on the dynamics of two fluids. *Appl. Math. Model.*, 2020, vol. 82, pp. 409–436.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.01.047>
- [12] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA Paper*, 1992, no. 1992-0439. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
- [13] Menter F.R. Zonal two-equation k - ω turbulence models for aerodynamic flows. *AIAA Paper*, 1993, no. 1993-2906. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1993-2906>
- [14] Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. In: *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*. Begell House, 2003, pp. 625–632.
- [15] Shur M., Strelets M., Zajkov L., et al. Comparative numerical testing of one- and two-equation turbulence models for flows with separation and reattachment. *AIAA Paper*, 1995, no. 1995-0863. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1995-863>
- [16] Malikov Z.M. Mathematical model of turbulent heat transfer based on the dynamics of two fluids. *Appl. Math. Model.*, 2021, vol. 91, pp. 186–213.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.09.029>
- [17] Malikov Z.M., Madaliev M.E. Numerical simulation of two-phase flow in a centrifugal separator. *Fluid Dyn.*, 2020, vol. 55, no. 8, pp. 1012–1028.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S0015462820080066>
- [18] Nazarov F.Kh., Malikov Z.M., Rakhmanov N.M. Simulation and numerical study of two-phase flow in a centrifugal dust catcher. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2020, vol. 1441, art. 012155. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1441/1/012155>
- [19] Turbulence modeling resource: *website*.
Available at: <http://turbmodels.larc.nasa.gov> (accessed: 15.01.2022).
- [20] Bimatov V.I., Savkina N.V., Farapanov V.V. Supersonic flow over a sharp cone and its aerodynamic characteristics for different models of turbulent viscosity. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*, 2016, no. 5, pp. 35–42 (in Russ.).
- [21] von Mises R. Bernerkungen zur Hydrodynamik. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1927, no. 7, p. 425.

Malikov Z.M. — Professor, Department of Physics, AKFA University (Parkent ul. 26A, Tashkent, 100007 Republic of Uzbekistan).

Nazarov F.Kh. — Cand. Sc., Assoc. Professor, Department of Resistance of Materials and Machine Parts, Tashkent State Technical University named after Islam Karimov (Universitetskaya ul. 2, Tashkent, 100097 Republic of Uzbekistan).

Please cite this article in English as:

Malikov Z.M., Nazarov F.Kh. Study of an immersed axisymmetric turbulent jet in comparative analysis of turbulence models. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2022, no. 2 (101), pp. 22–35 (in Russ.).
DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-2-22-35>