УДК 681.5 DOI: 10.18698/1812-3368-2023-2-4-16

ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ ПРИ СКАЧКООБРАЗНЫХ МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ ПОМЕХАХ

В.А. Бухалёв[1] vadim.bukhalev@yandex.ru
А.А. Скрынников[2, 3] a1260@mail.ru
В.А. Болдинов[3] viktorboldinov@mail.ru

[1] МНИТИ, Москва, Российская Федерация
[2] ГосНИИАС, Москва, Российская Федерация
[3] МАИ, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Решена задача построения приближенно-оптимального байесова алгоритма фильтрации выходного сигнала линейной стохастической динамической системы. Измерена нелинейная смесь выходного сигнала и мультипликативной помехи. Помеха представляет собой непрерывнозначный случайный процесс с неизвестным законом распределения в заданных пределах $[c^{(1)}, c^{(2)}]$, $c^{(1)} > 0$, $c^{(2)} > 0$, в диапазоне частот $[0, \Delta\omega]$. Синтез алгоритма фильтрации осуществляется методом приближенно-оптимального оценивания сигналов, основанным на теории систем со случайной скачкообразной структурой и методе двухмоментной параметрической аппроксимации вероятностных распределений фазовых координат. Метод состоит в приближенной замене неизвестных плотностей вероятностей фазовых координат известными законами распределения с неизвестными математическими ожиданиями и ковариациями, определяемыми в результате решения задачи. Предлагаемый приближенно-оптимальный алгоритм фильтрации основан на замене непрерывнозначной мультипликативной помехи случайным скачкообразным процессом — марковской цепью с двумя состояниями $c^{(1)}$, $c^{(2)}$ и равными друг другу интенсивностями переходов из одного состояния в другое $q' = 2\Delta\omega$. Условные плотности вероятности выходного сигнала при фиксированных состояниях марковской цепи $c^{(1)}$, $c^{(2)}$ аппроксимируются гамма-распределениями, зависящими от условных математических ожиданий и диспер-

Ключевые слова

Информационная система, случайная скачкообразная структура, мультипликативная скачкообразная помеха, байесова фильтрация, двухмоментная параметрическая аппроксимация, инфракрасный пеленгатор объектов

сий сигнала $x(t)$ при фиксированных $c^{(1)}$, $c^{(2)}$ и измерений $x(t)$ в смеси с марковской скачкообразной помехой. Рассмотрен пример построения алгоритма оценивания дальности летательного аппарата до объекта по измерениям облученности объекта инфракрасным пеленгатором. Облученность равна отношению силы излучения к квадрату дальности. Сила излучения — мультипликативная помеха — случайный процесс с неизвестным непрерывным распределением в ограниченном диапазоне. Заменой этого процесса марковской цепью с двумя состояниями и аппроксимацией плотности вероятности дальности рэлеевским распределением построен приближенно-оптимальный фильтр для оценки дальности

Поступила 04.06.2022
Принята 15.02.2023

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант РНФ № 22-29-00708)

Введение. В настоящее время при анализе и синтезе стохастических систем со скачкообразными параметрами используют в основном методы теории систем со случайной скачкообразной структурой (ССС) [1–12]. Системы ССС применяют в качестве математических моделей при исследовании технических устройств, природных явлений, биологических, экономических, социальных и других процессов, процессов жизнедеятельности человека — подверженных резким внезапным и, как правило, скрытым для наблюдателя изменениям их свойств и характеристик.

Под структурой системы понимается состав элементов и связи между ними. Случайная скачкообразная структура математически описывается конечным множеством параметров, сменяющих друг друга в случайные моменты времени.

Состояние системы ССС в каждый момент времени характеризуется вектором $[x(t), s(t)]$ (или в дискретной форме $[x_k, s_k]$), где $x(t)$ — вектор фазовых координат (переменных), принадлежащих непрерывнозначному (континуальному) множеству; $s(t)$ — вектор состояний структуры, принадлежащих конечному множеству.

Одна из особенностей этих систем — взаимосвязь фазовых координат и структуры. Например, перерыв информации в следящей автоматической системе влияет на эволюцию ее выходного сигнала и, наоборот, выход ошибки слежения за пределы пеленгационной характеристики приводит к перерыву информации [7, 10–12].

Другая особенность математических моделей ССС состоит в их применении в задачах фильтрации сигналов, наблюдаемых в смеси с мультипликативными скачкообразными помехами. Например, случай, когда в системе измеряется произведение или отношение двух случайных процессов $Z(t) = X(t)Y(t)$ или $Z(t) = X(t) / Y(t)$, из которых один является полезным сигналом, а другой — помехой. Если оба процесса континуальны, то их апостериорные оценки будут мало отличаться от априорных. Если хотя бы один из процессов описывается ССС, то, как здесь показано, с использованием методов теории систем ССС и метода двухмоментной параметрической аппроксимации [4, 6–8, 10–13] можно построить алгоритм фильтрации, обеспечивающий сходимость оценок.

Постановка задачи. Рассмотрим стохастическую систему:

$$x_{k+1} = (1 - a_k)x_k + a_k \xi_k; \tag{1}$$

$$z_k = c_k^* x_k^n, \tag{2}$$

где k — дискретный момент времени, $k = 0, 1, 2, \ldots$; n — целое число; x_0 — случайная величина ($x_0 \in (0, \infty)$ с математическим ожиданием $\bar{x}_0$ и дисперсией R_0); a_k — известная функция времени, $0 < a_k < 1$; ξ_k — возмущение (последовательность независимых при различных k случайных величин с математическим ожиданием $\bar{\xi}_k$ и дисперсией G_k, $\xi_k \in (0, \infty)$); z_k — сигнал измерения; c_k^* — мультипликативная помеха (случайный процесс с неизвестным непрерывным законом распределения в пределах $[c^{(1)}, c^{(2)}]$, $c^{(1)} > 0$, $c^{(2)} > 0$, в диапазоне частот $[0, \Delta\omega]$, с$^{-1}$).

Требуется найти оптимальную оценку x_k, основанную на измерениях $z_{\overline{0,k}} \triangleq (z_0, z_1, \ldots, z_k)$.

Алгоритм фильтрации. Запишем этапы алгоритма.

1. Аппроксимируем непрерывнозначный марковский процесс c_k^* марковской цепью $c(s_k)$ с двумя равновероятными состояниями $(c^{(1)}, c^{(2)})$. Процесс c_k описывается *равными* вероятностями перехода q_k из состояния s_k в состояние s_{k+1}, $s_{k+1} \neq s_k$, s_k, $s_{k+1} = 1, 2$: $c(s_k) = c^{(i)}$ при $s_k = i$. Найдем вероятность перехода q_k, исходя из равенства частотных спектров процессов c_k^* и $c(s_k)$. Вероятность перехода связана с интенсивностью перехода q'_k приближенной формулой (при малом шаге счета Δt: $q_k = q'_k \Delta t$, интенсивность перехода зависит от эффективной ширины спектра $\Delta\omega$ [6–8, 10, 11, 13]):

$$q'_k = 2\Delta\omega. \tag{3}$$

2. Приближенно заменим в (2) помеху c_k^* ее дискретной аппроксимацией $c(s_k)$:

$$z_k \approx c(s_k)x_k^n. \tag{4}$$

Обозначив $y_k \triangleq z^{1/n}$, $b(s_k) \triangleq [c(s_k)]^{-1/n}$, преобразуем (4) к виду

$$y_k = x_k / b(s_k). \tag{5}$$

3. Апостериорное распределение вероятностей вектора состояния системы $(x_{k+1},\ s_{k+1})$ $\hat{f}_{k+1}(x_{k+1}, s_{k+1} \mid y_{\overline{0,k+1}})$ определим формулой Байеса, обобщенной на класс систем ССС [6, 10]:

$$\hat{f}_{k+1}(x_{k+1}, s_{k+1} \mid y_{\overline{0,k+1}}) = \frac{\tilde{f}_{k+1}(x_{k+1}, y_{k+1} \mid s_{k+1}, y_{\overline{0,k}})\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1})}{f_{k+1}^{y}(y_{k+1} \mid y_{\overline{0,k}})}, \tag{6}$$

где $\tilde{f}_{k+1}(x_{k+1}, y_{k+1} \mid s_{k+1}, y_{\overline{0,k}})$ — условное прогнозируемое на шаг вперед распределение (x_{k+1}, y_{k+1}) при фиксированных s_{k+1} и $y_{\overline{0,k}}$; $\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1}) \triangleq P[s_{k+1} \mid y_{\overline{0,k}}]$ — прогнозируемая на один шаг вероятность s_{k+1}; $f_{k+1}^{y}(y_{k+1} \mid y_{\overline{0,k}})$ — условная плотность вероятности y_{k+1} при фиксированных наблюдениях $y_{\overline{0,k}}$ на отрезке $[0, k]$.

Из (6) следует

$$\hat{p}_{k+1}(s_{k+1}) = \int_0^\infty \hat{f}_{k+1}(x_{k+1}, s_{k+1} \mid y_{\overline{0,k+1}})\, dx_{k+1} =$$

$$= \frac{\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1})\tilde{f}_{k+1}^{y}(y_{k+1} \mid s_{k+1}, y_{\overline{0,k}})}{\sum\limits_{s_{k+1}}^{2} \tilde{p}_{k+1}(s_{k+1})\tilde{f}_{k+1}^{y}(y_{k+1} \mid s_{k+1}, y_{\overline{0,k}})}, \tag{7}$$

где $\hat{p}_{k+1}(s_{k+1}) \triangleq P[s_{k+1} \mid y_{\overline{0,k+1}}]$ — апостериорная вероятность s_{k+1};

$$\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1}) = \sum_{s_{k+1}}^{2} q_k(s_{k+1} \mid s_k)\hat{p}_k(s_k) = (1 - 2q_k)\hat{p}_k(s_k) + q_k. \tag{8}$$

4. Плотность вероятности, согласно (5), определим по формуле

$$\tilde{f}_{k+1}^{y}(y_{k+1} \mid s_{k+1}, y_{\overline{0,k}}) = \left|\frac{dx_{k+1}}{dy_{k+1}}\right| \left[\tilde{f}_{k+1}(x_{k+1} \mid s_{k+1}, y_{\overline{0,k}})\right]_{x_{k+1} = b_{k+1}(s_{k+1})y_{k+1}}. \tag{9}$$

Аппроксимируем $\tilde{f}_k(\cdot)$ плотностью вероятности гамма-распределения [13–15]:

$$\tilde{f}_k(\cdot)=\begin{cases}\dfrac{[\beta_k(s_k)]^{\alpha_k(s_k)}}{\Gamma(\alpha_k(s_k))}x_k^{[\alpha_k(s_k)-1]}\exp[-\beta_k(s_k)x_k] & \text{при } x_k>0;\\ 0 & \text{при } x_k\le 0;\end{cases} \quad (10)$$

$$\alpha_k(s_k)>0, \qquad \beta_k(s_k)>0,$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция (интеграл Эйлера), $\Gamma(\alpha)=\int\limits_0^\infty t^{\alpha-1}e^{-t}dt$. При α целом положительном $\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)!$.

Подставив (10) в (9), получим

$$\tilde{f}_k^y(\cdot)=\begin{cases}\dfrac{[\gamma_k(s_k)]^{\alpha_k(s_k)}}{\Gamma(\alpha_k(s_k))}y_k^{[\alpha_k(s_k)-1]}\exp[-\gamma_k(s_k)y_k] & \text{при } y_k>0;\\ 0 & \text{при } y_k\le 0,\end{cases}$$

где $\gamma_k(s_k)=b_k(s_k)\beta_k(s_k)$.

Условные прогнозируемые математическое ожидание $\tilde{y}_k(s_k)$ и дисперсия $\tilde{R}_k^y(s_k)$ при фиксированном s_k гамма-распределения связаны с его параметрами $\alpha_k(s_k)$, $\gamma_k(s_k)$ формулами [13–15]:

$$\tilde{y}_k(s_k)=\frac{\alpha_k(s_k)}{\gamma_k(s_k)};\ \tilde{R}_k^y(s_k)=\frac{\alpha_k(s_k)}{\gamma_k^2(s_k)},$$

откуда следует

$$\alpha_k(s_k)=\frac{\tilde{y}_k^2(s_k)}{\tilde{R}_k^y(s_k)}=\frac{\tilde{x}_k^2(s_k)}{\tilde{R}_k(s_k)};$$

$$\gamma_k(s_k)=\frac{\tilde{y}_k(s_k)}{\tilde{R}_k^y(s_k)}=\frac{b_k(s_k)\tilde{x}_k(s_k)}{\tilde{R}_k(s_k)},$$

где $\tilde{x}_k(s_k)$, $\tilde{R}_k(s_k)$ — условные прогнозируемые математическое ожидание и дисперсия x_k при фиксированном s_k.

5. Прогнозируемые $\tilde{x}_{k+1}(s_{k+1})$ и $\tilde{R}_{k+1}(s_{k+1})$, согласно (1), связаны с апостериорными $x_k(s_k)$, $\hat{R}_k(s_k)$ на предыдущем этапе формулами [6, 10]:

$$\tilde{x}_{k+1}(s_{k+1})=\frac{\sum\limits_{s_k}q_k(s_{k+1}\,|\,s_k)\hat{p}_k(s_k)(1-a_k)\hat{x}_k(s_k)}{\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1})}+a_k\bar{\xi}_k; \quad (11)$$

$$\tilde{R}_{k+1}(s_{k+1}) = \tilde{p}_{k+1}^{-1}(s_{k+1})\sum_{s_k} q_k(s_{k+1} \mid s_k)\hat{p}_k(s_k)\times$$

$$\times\left\{(1-a_k)^2\hat{R}_k(s_k) + \left[\tilde{x}_{k+1}(s_{k+1}) - (1-a_k)\hat{x}_k(s_k) - a_k\overline{\xi}\right]^2\right\} + a_k^2 G_k, \qquad (11)$$

где

$$q_k(s_{k+1} \mid s_k) = \begin{cases} q_k & \text{при } s_{k+1} \neq s_k; \\ 1-2q_k & \text{при } s_{k+1} = s_k. \end{cases}$$

Как следует из (5),

$$\hat{x}_k(s_k) = b_k(s_k)y_k; \;\; \hat{R}_k(s_k) = 0. \qquad (12)$$

Подставив (12) в (11), получим

$$\tilde{x}_{k+1}(s_{k+1}) = \frac{(1-a_k)\sum_{s_k} q_k(s_{k+1} \mid s_k)\hat{p}_k(s_k)b(s_k)y_k}{\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1})} + a_k\overline{\xi}_k;$$

$$\tilde{R}_{k+1}(s_{k+1}) = \tilde{p}_{k+1}^{-1}(s_{k+1})\sum_{s_k} q_k(s_{k+1} \mid s_k)\hat{p}_k(s_k)\times \qquad (13)$$

$$\times\left[\tilde{x}_{k+1}(s_{k+1}) - (1-a_k)b(s_k)y_k - a_k\overline{\xi}\right]^2 + a_k^2 G_k.$$

Безусловная апостериорная оценка определяется по формуле $\hat{x}_k = \sum_{s_k=1}^{3}\hat{x}_k(s_k)\hat{p}_k(s_k)$, безусловная апостериорная дисперсия — по формуле $\hat{R}_k = \sum_{s_k=1}^{3}\left[\hat{R}_k(s_k) + \hat{x}_k^2(s_k)\right]\hat{p}_k(s_k) - \hat{x}_k^2$, откуда с учетом (12) следует

$$\hat{x}_k = \hat{b}_k y_k; \;\; \hat{R}_k = \left[\sum_{s_k} b^2(s_k)\hat{p}_k(s_k) - \hat{b}_k^2\right]y_k^2, \qquad (14)$$

где $\hat{b}_k \triangleq \sum_{s_k} b(s_k)\hat{p}_k(s_k)$; $y_k = z_k^{1/n}$; $b(s_k) = [c(s_k)]^{-1/n}$.

Апостериорная оценка

$$\hat{c}_k = \sum c_k(s_k)\hat{p}_k(s_k). \qquad (15)$$

В целом формулы (7), (8), (13)–(15) образуют замкнутую систему рекуррентных уравнений, описывающую алгоритм фильтрации.

Пример. Процесс сближения летательного аппарата с объектом описывается уравнением [6, 7, 10, 12]: $L_{k+1} = L_k + \overline{\xi}_k$, где L_k — расстояние от летательного аппарата до объекта; ξ_k — последовательность независимых при различных k случайных величин с математическим ожиданием $\overline{\xi}_k$, $\overline{\xi}_k < 0$, и дисперсией G_k.

Инфракрасный пеленгатор измеряет облученность E_k, связанную с силой излучения I_k^* и расстоянием L_k формулой [16]:

$$E_k = \frac{\lambda I_k^*}{L_k^2}, \tag{16}$$

где λ — коэффициент, учитывающий ослабление излучения при прохождении через атмосферу, $0 < \lambda < 1$.

Сила излучения I_k^* — случайный процесс, ограниченный по величине пределами $I^{(1)}$, $I^{(2)}$ и лежащий в полосе частот $[0, \Delta\omega]$, с^{-1}.

Облученность E_k измеряется практически без ошибки $z_k \approx E_k$. Требуется построить алгоритм оценивания расстояния L_k.

Алгоритм оценивания расстояния L_k. Запишем этапы алгоритма.

1. Приближенно заменим непрерывнозначный случайный процесс I_k^* случайным скачкообразным процессом $I_k(s_k)$ с двумя возможными состояниями $I_k(s_k = 1) = I^{(1)}$ и $I_k(s_k = 2) = I^{(2)}$, где s_k — марковская цепь, $s_k = 1,\ 2,$ заданная равными друг другу вероятностями переходов q из одного состояния в другое. Согласно (3), вероятность переходов на одном шаге $\Delta t:\ q = 2\Delta\omega\Delta t$.

2. Находим апостериорную вероятность состояния структуры, согласно (7), (8):

$$\begin{gathered}
\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1}) = (1-2q)\hat{p}_k(s_k) + q; \\
\hat{p}_{k+1}(s_{k+1}) = \frac{\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1}) f_{k+1}(z_{k+1} \mid s_{k+1})}{\sum\limits_{s_{k+1}=1}^{2} \tilde{p}_{k+1}(s_{k+1}) f_{k+1}(z_{k+1} \mid s_{k+1})}; \\
f_{k+1}(z_{k+1} \mid s_{k+1}) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\lambda I_{k+1}(s_{k+1})}{z_{k+1}^3}} \left[\tilde{f}_{k+1}(L_{k+1} \mid s_{k+1})\right]_{L_{k+1} = \varphi(z_{k+1})},
\end{gathered} \tag{17}$$

где $\varphi(z_{k+1}) \triangleq \sqrt{\dfrac{\lambda I_{k+1}(s_{k+1})}{z_{k+1}}}$.

3. Определяем прогнозируемую и апостериорную оценки L_k, согласно (13):

$$\tilde{L}_{k+1}(s_{k+1}) = \frac{\sum\limits_{s_k=1}^{2} q(s_{k+1} \mid s_k)\hat{p}_k(s_k)[\hat{L}_k(s_k) + \overline{\xi}_k]}{\tilde{p}_{k+1}(s_{k+1})}; \tag{18}$$

$$\tilde{L}_0(1) = \tilde{L}_0(2) = L_0;$$
$$\hat{L}_{k+1}(s_{k+1}) = \sqrt{\frac{\lambda I_{k+1}(s_{k+1})}{z_{k+1}}}; \tag{18}$$
$$\hat{L}_{k+1} = \sum_{s_k=1}^{2} \hat{L}_{k+1}(s_{k+1})\hat{p}_{k+1}(s_{k+1}).$$

4. Аппроксимируем неизвестную плотность вероятности $\tilde{f}_k(L_k \mid s_k)$ рэлеевским распределением [13–15]:

$$\tilde{f}_k(L_k \mid s_k) = \frac{L_k}{\sigma_k^2(s_k)} \exp\left(-\frac{L_k^2}{2\sigma_k^2(s_k)}\right), \ L_k > 0, \tag{19}$$

где $\sigma_k(s_k) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\tilde{L}_k(s_k)$.

5. Находим из (19):

$$f_{k+1}(z_{k+1} \mid s_{k+1}) = \frac{\lambda\pi I_{k+1}(s_{k+1})}{4\tilde{L}_{k+1}^2(s_{k+1})z_{k+1}^2} \exp\left(-\frac{\lambda\pi I_{k+1}(s_{k+1})}{4\tilde{L}_{k+1}(s_{k+1})z_{k+1}}\right). \tag{20}$$

Это означает, что случайная величина $x_k = 1/z_k$ имеет условное экспоненциальное распределение [13–15]: $f_k(x_k \mid s_k) = \mu_k(s_k)\exp\left(-\mu_k(s_k)x_k\right)$, где

$$\mu_k(s_k) \triangleq \frac{\lambda\pi I_k(s_k)}{4\tilde{L}_k^2(s_k)}. \tag{21}$$

Подставив (17)–(21) в (16), получим

$$\hat{p}_{k+1}(1) = \left[1 + \frac{\tilde{p}_{k+1}(2)I^{(2)}\tilde{L}_{k+1}^2(1)}{\tilde{p}_{k+1}(1)I^{(1)}\tilde{L}_{k+1}^2(2)}\exp\left(-\Delta_{k+1}\right)\right]^{-1};$$
$$\hat{p}_{k+1}(2) = 1 - \hat{p}_{k+1}(1);$$
$$\tilde{p}_{k+1}(1) = (1-2q)\hat{p}_k(1) + q; \tag{22}$$
$$\tilde{p}_{k+1}(2) = 1 - \tilde{p}_{k+1}(1);$$
$$\tilde{p}_0(1) = p_{10}; \ \tilde{p}_0(2) = 1 - p_{10},$$

где $\Delta_k \triangleq \frac{\lambda\pi}{4z_k}\left[\frac{I^{(2)}}{\tilde{L}_k^2(2)} - \frac{I^{(1)}}{\tilde{L}_k^2(1)}\right]$.

Следовательно, алгоритм приближенно-оптимального оценивания расстояния L_k по измерениям облученности z_k описывается рекуррентными уравнениями (18), (22). Апостериорная оценка силы излучения приближенно определяется по формуле

$$\hat{I}_k \approx I^{(1)}\hat{p}_k(1) + I^{(2)}\hat{p}_k(2). \tag{23}$$

Преимущество алгоритма, основанного на теории систем со случайной скачкообразной структурой, — сходимость оценки $\hat{L}_k$, обусловленная, согласно (23), жесткими ограничениями оценки силы излучения $\hat{I}_k$, что подтверждается результатами математического моделирования.

Заключение. Предложен алгоритм приближенно-оптимальной фильтрации выходного сигнала стохастической системы, измеряемого в нелинейной смеси с мультипликативной скачкообразной помехой. Алгоритм основан на применении теории систем со случайной скачкообразной структурой и методе двухмоментной параметрической аппроксимации вероятностных распределений для устранения расходимости вычислительных оценок. Приведен пример оценивания расстояния от летательного аппарата до объекта по измерениям облученности инфракрасным пеленгатором.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Pierce B., Sworder D. Bayes and minimax controllers for a linear system with stochastic jump parameters. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1971, vol. 16, iss. 4, pp. 300–307. DOI: https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099732

[2] Sworder D.D. Bayes controllers with memory for a linear system with jump parameters. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1972, vol. 17, iss. 1, pp. 119–121. DOI: https://doi.org/10.1109/TAC.1972.1099877

[3] Mariton M. Jump linear systems in automatic control. Taylor & Francis, 1990.

[4] Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалёв В.А. Анализ систем случайной структуры. М., ФИЗМАТЛИТ, 1993.

[5] Пакшин П.В. Дискретные системы со случайными параметрами и структурой. М., ФИЗМАТЛИТ, 1994.

[6] Бухалёв В.А. Распознавание, оценивание и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. М., Наука, 1996.

[7] Бухалёв В.А. Основы автоматики и теории управления. М., ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2006.

[8] Бухалёв В.А. Оптимальное сглаживание в системах со случайной скачкообразной структурой. М., ФИЗМАТЛИТ, 2013.

[9] Zhang C., Zhu H., Zhou H., et al. Deterministic and stochastic differential games. In: Non-Cooperative Stochastic Differential Game Theory of Generalized Markov Jump Linear Systems. Cham, Springer, 2017, pp. 17–29. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-40587-2_2

[10] Бухалёв В.А., Скрынников А.А., Болдинов В.А. Алгоритмическая помехозащита беспилотных летательных аппаратов. М., ФИЗМАТЛИТ, 2018.

[11] Бухалёв В.А., Скрынников А.А., Болдинов В.А. Игровое управление системами со случайной скачкообразной структурой. М., ФИЗМАТЛИТ, 2021.

[12] Себряков Г.Г., Красильщиков М.Н., ред. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий. М., ФИЗМАТЛИТ, 2005.

[13] Бухалёв В.А., Болдинов В.А., Прядкин С.П. и др. Двухмоментная параметрическая аппроксимация распределений в информационно-управляющих системах навигации и наведения. *Вестник компьютерных и информационных технологий*, 2016, № 8, с. 8–15. DOI: https://doi.org/10.14489/vkit.2016.08.pp.008-015

[14] Джонсон Н.Л. Одномерные непрерывные распределения. Ч. 1. М., Бином. Лаборатория знаний, 2010.

[15] Королюк В.С., ред. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М., Наука, 1985.

[16] Лазарев Л.П. Инфракрасные и световые приборы самонаведения и наведения летательных аппаратов. М., Машиностроение, 1976.

Бухалёв Вадим Алексеевич — д-р техн. наук, главный научный сотрудник МНИТИ (Российская Федерация, 105094, Москва, ул. Гольяновская, д. 7а, стр. 1).

Скрынников Андрей Александрович — канд. техн. наук, начальник сектора ГосНИИАС (Российская Федерация, 125319, Москва, ул. Викторенко, д. 7); доцент кафедры «Теория вероятностей и компьютерное моделирование» МАИ (Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4).

Болдинов Виктор Александрович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Авиационные робототехнические системы» МАИ (Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Бухалёв В.А., Скрынников А.А., Болдинов В.А. Фильтрация сигналов при скачкообразных мультипликативных помехах. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2023, № 2 (107), с. 4–16.
DOI: https://doi.org/10.18698/1812-3368-2023-2-4-16

SIGNAL FILTERING AT JUMP MULTIPLICATIVE INTERFERENCE

V.A. Bukhalev[1] vadim.bukhalev@yandex.ru
A.A. Skrynnikov[2, 3] a1260@mail.ru
V.A. Boldinov[3] viktorboldinov@mail.ru

[1] Moscow Scientific-Research Television Institute, Moscow, Russian Federation
[2] State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, Russian Federation
[3] Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation

Abstract

The problem of constructing the approximately optimal Bayesian algorithm of filtering the output signal for a linear stochastic dynamical system is solved. Non-linear mixture of the output signal and of the multiplicative interference was measured. This interference is a continuous-valued random process with the unknown distribution law within the given limits of $[c^{(1)}, c^{(2)}]$, $c^{(1)} > 0$, $c^{(2)} > 0$, and in the frequency range of $[0, \Delta\omega]$. The filtering algorithm is synthesized by the approximately optimal signal estimation method based on the theory of systems with random jump structure and the method of two-time parametric approximation of the phase coordinates probability distribution. The method consists in approximate replacement of the unknown probability densities of phase coordinates by the known distribution laws with the unknown mathematical expectations and covariances determined as a result of solving the problem. The proposed approximate-optimal filtering algorithm is based on replacement of the continuous-valued multiplicative interference by a random jump process, i.e., Markov chain with two states $c^{(1)}$, $c^{(2)}$ and equal intensities of transitions from one state to another $q' = 2\Delta\omega$. Conditional probability densities of the output signal for fixed states of the Markov chain $c^{(1)}$, $c^{(2)}$ are approximated by gamma distributions that depend on mathematical expectations and variances of the $x(t)$ signal at the fixed $c^{(1)}$, $c^{(2)}$ and measurements $x(t)$ in a mixture with the Markov jump interference. An example of constructing an algorithm for evaluating the distance from an aircraft to the object based on object irradiance measurement by the infrared direction finder was considered. Irradiance was equal to the radiation strength ratio to the square of the distance. Radiation strength, i.e., multiplicative interference, was the random process with unknown continuous distribution in a limited range. The approximate-optimal filter was constructed for distance evaluation by replacing this process with a two-state Markov chain and approximating the distance probability density by the Rayleigh distribution

Keywords

Information system, random jump structure, multiplicative jump interference, Bayesian filtering, two-time parametric approximation, object infrared direction finder

Received 04.06.2022
Accepted 15.02.2023

The work was financially supported by the Russian Science Foundation (grant no. 22-29-00708)

REFERENCES

[1] Pierce B., Sworder D. Bayes and minimax controllers for a linear system with stochastic jump parameters. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1971, vol. 16, iss. 4, pp. 300–307. DOI: https://doi.org/10.1109/TAC.1971.1099732

[2] Sworder D.D. Bayes controllers with memory for a linear system with jump parameters. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1972, vol. 17, iss. 1, pp. 119–121. DOI: https://doi.org/10.1109/TAC.1972.1099877

[3] Mariton M. Jump linear systems in automatic control. Taylor & Francis, 1990.

[4] Kazakov I.E., Artemyev V.M., Bukhalev V.A. Analiz sistem sluchaynoy struktury [Analysis of systems of random structure]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 1993.

[5] Pakshin P.V. Diskretnye sistemy so sluchaynymi parametrami i strukturoy [Discrete systems with random parameters and structure]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 1994.

[6] Bukhalev V.A. Raspoznavanie, otsenivanie i upravlenie v sistemakh so sluchaynoy skachkoobraznoy strukturoy [Recognition, evaluation and control in systems with a random jump-shaped structure]. Moscow, Nauka Publ., 1996.

[7] Bukhalev V.A. Osnovy avtomatiki i teorii upravleniya [Fundamentals of automation and control theory]. Moscow, VVIA im. N.E. Zhukovskogo Publ., 2006.

[8] Bukhalev V.A. Optimalnoe sglazhivanie v sistemakh so sluchaynoy skachkoobraznoy strukturoy [Optimal smoothing in systems with a random discontinuous structure]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2013.

[9] Zhang C., Zhu H., Zhou H., et al. Deterministic and stochastic differential games. In: Non-Cooperative Stochastic Differential Game Theory of Generalized Markov Jump Linear Systems. Cham, Springer, 2017, pp. 17–29. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-40587-2_2

[10] Bukhalev V.A., Skrynnikov A.A., Boldinov V.A. Algoritmicheskaya pomekhozashchita bespilotnykh letatelnykh apparatov [Algorithmic noise protection of unmanned aerial vehicles]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2018.

[11] Bukhalev V.A., Skrynnikov A.A., Boldinov V.A. Igrovoe upravlenie sistemami so sluchaynoy skachkoobraznoy strukturoy [Game control of systems with a random jump structure]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2021.

[12] Sebryakov G.G., Krasilshchikov M.N., eds. Upravlenie i navedenie bespilotnykh manevrennykh letatelnykh apparatov na osnove sovremennykh informatsionnykh tekhnologiy [Control and guidance of unmanned maneuverable aircraft based on modern information technologies]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2005.

[13] Bukhalev V.A., Boldinov V.A., Pryadkin S.P., et al. Two-moment parametrical approximation of distributions in filtering. *Vestnik kompyuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of Computer and Information Technologies], 2016, no. 8, pp. 8–15 (in Russ.). DOI: https://doi.org/10.14489/vkit.2016.08.pp.008-015

[14] Johnson N.L. Continuous univariate distributions. Wiley, 1994.

[15] Korolyuk V.S., ed. Spravochnik po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike [Handbook of probability theory and mathematical statistics]. Moscow, Nauka Publ., 1985.

[16] Lazarev L.P. Infrakrasnye i svetovye pribory samonavedeniya i navedeniya letatelnykh apparatov [Infrared and light devices for homing and guidance of aircraft]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976.

Bukhalev V.A. — Dr. Sc. (Eng.), Chief Researcher, Moscow Scientific-Research Television Institute (Golyanovskaya ul. 7a, str. 1, Moscow, 105094 Russian Federation).

Skrynnikov A.A. — Cand. Sc. (Eng.), Head of the Sector, State Research Institute of Aviation Systems (ul. Viktorenko 7, Moscow, 125319 Russian Federation); Assist. Professor, Department Theory of Variables and Computer Modeling, Moscow Aviation Institute (Volokolamskoe shosse 4, Moscow, 125993 Russian Federation).

Boldinov V.A. — Cand. Sc. (Eng.), Assist. Professor, Department of Aviation Robotic Systems, Moscow Aviation Institute (Volokolamskoe shosse 4, Moscow, 125993 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Bukhalev V.A., Skrynnikov A.A., Boldinov V.A. Signal filtering at jump multiplicative interference. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2023, no. 2 (107), pp. 4–16 (in Russ.).
DOI: https://doi.org/10.18698/1812-3368-2023-2-4-16