

М. П. Г а л а н и н, А. П. Л о т о ц к и й,
А. С. Р о д и н, И. А. Щ е г л о в

ДВИЖЕНИЕ ЛАЙНЕРА В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ МАГНИТНОГО КОМПРЕССОРА

Выполнено моделирование электромагнитного ускорения и торможения лайнера в магнитном компрессоре в двумерном приближении, соответствующем сечению исходной пространственной области поперечной плоскостью. Рассмотрены модели, в которых лайнер считается упругим телом, упругопластическим телом и вязкой жидкостью. Приведены результаты расчетов и сравнительного анализа поведения лайнера для разных моделей.

E-mail: galan@keldysh.ru; rals@bk.ru

Ключевые слова: математическое моделирование, электродинамика, упругость, пластичность, большие деформации.

Постановка задачи. Установка МОЛ (Магнитное обжатие лайнеров) предназначена для исследования работы всех ступеней модуля установки “Байкал” и генерации электрического импульса мегаджоульного уровня [1]. Первые два каскада усиления мощности электрического импульса созданы и введены в строй [2]. Для третьего усилительного каскада установки МОЛ разработан макет усилительного каскада мощности — магнитный компрессор (МК), работа которого основана на сжатии магнитного потока пластинчатым лайнером, ускоренным электродинамическими силами до скорости 1 км/с. Элементы устройства показаны на рис. 1, а, а схема МК — на рис. 1, б. Принцип работы усилителя аналогичен принципу работы взрывомагнитного генератора [3], однако разгон лайнера осуществляется электромагнитными силами.

На этапе проектирования и создания рабочего образца усилителя мощности необходимо иметь представление о масштабе вероятных неоднородностей, возникающих при разгоне и торможении плоского лайнера конечных размеров в магнитном поле, что обусловило создание макета устройства и постановку задач моделирования динамики разгона пластин и других процессов, сопутствующих ускорению. В настоящей работе приведены результаты проведенных экспериментов и расчетов для нагрузочной части макетного устройства, приведенного на рис. 1 в.

Ранее было показано [4], что моделирование электродинамического разгона плоской (и абсолютно жесткой) пластины лайнера имеет хорошее соответствие с результатами экспериментов и этого недостаточно для оптимизации режимов работы электромагнитного компрессора, предназначенного для генерации коротких импульсов тока.

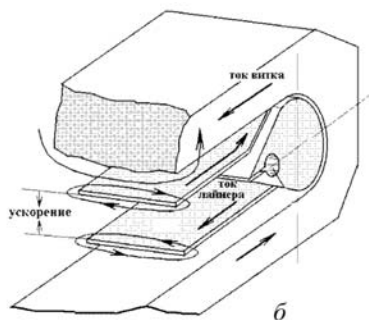
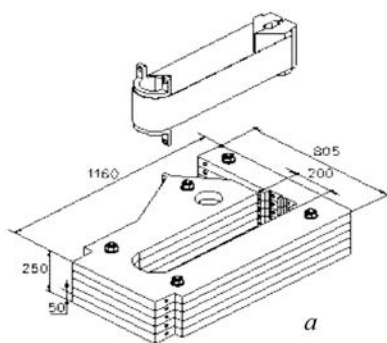


Рис. 1. Схема устройства:

а — эскиз основных деталей генератора тока (ускоряемая плоская лента с натяжным устройством и виток индуктора магнитного поля); *б* — поперечное сечение генератора в собранном виде (указано направление протекания токов, направление ускорения и конфигурация ускоряющего магнитного поля); *в* — общий вид ускорительного витка с индуктивной нагрузкой, вынесенной за пределы окна витка [1]

Режим компрессии магнитного поля предъявляет особые требования к геометрической форме зазора между пластинами в момент сжатия магнитного поля. Для короткого генерируемого импульса отдача кинетической энергии тонкого лайнера должна проводиться одновременно по всей его плоскости. Искажение плоской формы приводит к неодновременному процессу торможения различных участков пластин и растягиванию выходного электрического импульса во времени. В худшем случае это может привести к запираанию части магнитного потока в компрессоре. Термодинамическое состояние материала лайнера в момент его остановки также чрезвычайно важно, так как лайнер должен быть непрозрачен для магнитного поля.

Таким образом, одним из важнейших вопросов является определение формы пластины в процессах ускорения и торможения лайнера, чему и посвящена настоящая работа.

Физическая модель. На рис. 2, *а* приведено сечение узла ускорения плоскостью $y = \text{const}$. Показано присоединение соответствующих

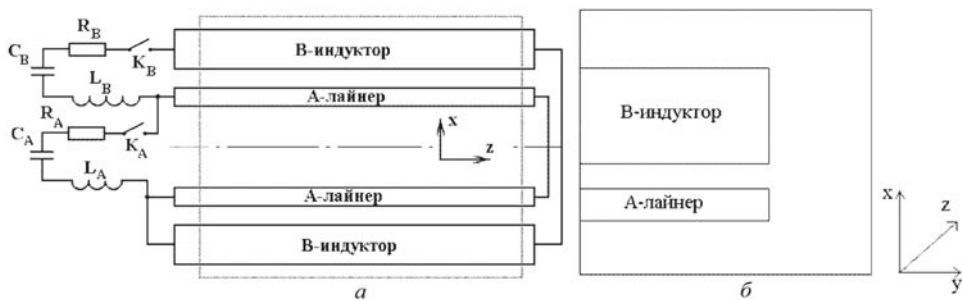


Рис. 2. Физическая модель:

a — характерная схема сечения плоскостью $y = \text{const}$ пространственной области, в которой решается задача (в рамке) и электротехнические цепи устройства; *б* — характерная схема четверти сечения плоскостью $z = \text{const}$ пространственной области, в которой решается задача

электрических цепей индуктора и лайнера, которые могут коммутировать между собой. Здесь и далее лайнер, индуктор и относящиеся к ним элементы и величины помечены соответствующими индексами *A* и *B*.

В начальный момент времени конденсатор C_B в цепи индуктора заряжен до некоторого начального напряжения. После замыкания цепи ключом K_B по индуктору (и лайнеру) начинает течь разрядный ток. Созданное им в зазоре ускорителя магнитное поле взаимодействует с протекающим по лайнеру током, ускоряя лайнер вдоль оси x . В некоторый момент времени t_0 , отличный от момента начала ускорения, ключом K_A замыкается цепь контура лайнера. Ток лайнера создает внутри полости лайнера дополнительное магнитное поле. Это поле является полем рассеяния для ускорительного контура. Однако при срабатывании ключа K_A эта часть магнитного поля принадлежит замкнутому контуру нагрузки. Наглядно это представлено на рис. 1, б. Ускорившись, лайнер сжимает это поле, которое окончательно и выводится из системы в виде импульса тока во внешней цепи лайнера. Требуется по начальным и граничным данным, физическим характеристикам сред рассчитать их положение и скорость, напряженность и давление магнитных полей в зазорах между пластинами ускорителя, профили их поверхностей, токи и напряжения во внешних электрических цепях.

В связи со сложностью изучаемых процессов принято решение о построении различных двумерных моделей. Модель, соответствующую сечению исходной пространственной области плоскостью $y = \text{const}$ (см. рис. 2, *a*), в дальнейшем будем называть “продольной” моделью. Она подробно описана в работах [5]–[7]. В настоящей работе рассмотрено сечение исходной области плоскостью $z = \text{const}$

(см. рис. 2, б). Соответствующую модель будем называть “поперечной”. Следует отметить, что при выбранных параметрах токового импульса установки МОЛ, поперечное сечение определяет основную конфигурацию магнитного поля ускорителя.

На рис. 2, б приведена расчетная область модели, соответствующая одной четвертой части поперечного сечения, аналогичного рис. 1, б.

Задача рассматривается в двумерном приближении. Все величины считаются зависящими только от координат x и y . В уравнениях производные по z отсутствуют. Это означает формально бесконечную протяженность ускорительной системы в данном направлении. При этом в модели учитывается “эффективная” длина системы в направлении оси z , в значительной степени определяющая процесс перекачки энергии из внешней электрической цепи в кинетическую энергию лайнера.

Соответственно у скоростей и напряженности магнитного поля ненулевыми являются только x - и y -компоненты, т.е. эти ненулевые векторы лежат в плоскости рис. 2, б. Векторы напряженности электрического поля и плотности тока имеют по одной ненулевой z -компоненте и направлены перпендикулярно плоскости рис. 2, б.

Параметры внешних электрических цепей предполагаются сосредоточенными, поэтому для описания цепей можно применять уравнения Кирхгофа [8]. Уравнения внешних цепей должны быть выбраны в форме, обеспечивающей сохранение энергии в системе. Кроме того, математическая модель должна обеспечивать протекание полного тока цепи через заданные сечения.

Индуктор предполагается неподвижным, т.е. сила реакции крепежа соответствует действующей на индуктор силе Лоренца и компенсирует ее. Его форма также является неизменной. Материал индуктора — проводник.

В связи с ограниченным объемом экспериментальных данных существует значительная неопределенность в поведении материала пластины. Поэтому рассмотрено три способа описания лайнера — как упругого и упругопластического тел и как вязкой несжимаемой жидкости.

Математические модели движения лайнера в электромагнитном поле [9–11]. *Электродинамическая часть* модели основана на системе уравнений Максвелла в квазистационарном приближении [8, 12] (исходные уравнения записаны в гауссовской абсолютной системе единиц):

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H} - \mathbf{E}); \\ \text{rot} \mathbf{H} &= 4\pi\sigma \mathbf{E} = 4\pi\mathbf{j}; \\ \text{div} \mathbf{H} &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряженности электрического (в системе координат, где вещество покоится) и магнитного полей; \mathbf{v} — вектор скорости движения точек среды (в данном случае лайнера), σ — электропроводность, \mathbf{j} — плотность тока.

После введения векторного потенциала \mathbf{A} задача для определения полей внутри области принимает вид

$$\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = (0, 0, A);$$

$$4\pi\sigma \left[\frac{DA}{Dt} - \left(\int_{S_k} \sigma \frac{DA}{Dt} dS + I_k \right) / \int_{S_k} \sigma dS \right] = \Delta A \text{ в } S_k, \quad (2)$$

$\Delta A = 0$ в диэлектрике;

$$A \Big|_{t=0} = 0, \quad [A] = 0 \text{ на } \partial S_k, \quad A \Big|_{\partial G} = 0, \quad (3)$$

где S_k — подобласти, занятые проводниками (лайнер и индуктор, $k = A, B$ соответственно); $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla)$ — производная при фиксированных лагранжевых координатах; ∂G — граница области G ; ∂S_k — границы проводников.

Уравнения внешних электрических цепей имеют вид:

$$L_A \frac{dI_A}{dt} + R_A I_A - U_A - 2\chi_A l_z = 0;$$

$$C_A \frac{dU_A}{dt} = -I_A;$$

$$L_B \frac{dI_B}{dt} + R_B I_B - U_B - 2(\chi_B - \chi_A) l_z = 0;$$

$$C_B \frac{dU_B}{dt} = -I_B. \quad (4)$$

Здесь L, R, C соответственно индуктивность, сопротивление и емкость в цепи; I, U — сила тока в цепи и напряжение на обкладках конденсатора;

$$\chi_k(t) = \left(- \int_{S_k} \sigma \frac{DA}{Dt} dS - I_k \right) / \int_{S_k} \sigma dS$$

играет роль плотности поверхностных магнитных токов [10].

Математическая модель термоупругого тела основана на представлении материала лайнера в виде изотропного сжимаемого термоупругого твердого тела [8, 12]. Введены следующие обозначения: ρ и ρ_0 — текущая и начальная плотности материала лайнера; x_i и a_i — эйлеровы и лагранжевы (используется общая лагранжева система

координат) переменные; $u_i = x_i - a_i$ — компоненты вектора перемещения ($i = 1, 2$; $x_1 = x$, $x_2 = y$). Уравнения движения записаны в лагранжевых переменных:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial L_{ij}}{\partial a_j} + \rho_0 / \rho F_i, \quad (5)$$

где $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{H}$ — сила Лоренца (ее часто называют амперовой ponderomotorной силой), действующая на тело; L_{ij} — тензор напряжений Лагранжа. Для линейно-упругой среды он задается следующим выражением [13]:

$$L_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial a_k} (2\mu \gamma_{kj} + (\lambda I_1 - \beta(T - T_0)) \delta_{kj}), \quad (6)$$

где λ и μ — коэффициенты Ламе; $\beta = (3\lambda + 2\mu)\alpha_T$; α_T — коэффициент линейного теплового расширения.

Тензор деформаций и два его первых инварианта имеют вид

$$\gamma_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial a_l} + \frac{\partial u_l}{\partial a_k} + \frac{\partial u_m}{\partial a_k} \frac{\partial u_m}{\partial a_l} \right), \quad I_1 = \gamma_{ii}, \quad I_2 = \gamma_{ij} \gamma_{ij}.$$

Здесь использовано правило суммирования по повторяющимся индексам.

Поскольку в процессе движения возникают значительные деформации лайнера, то в тензоре деформаций учтены квадратичные слагаемые.

Соответствующее уравнение энергии записано в виде уравнения теплопроводности [9]:

$$\rho_0 c_\gamma \frac{\partial T}{\partial t} + \beta T \frac{\partial I_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial a_i} \left(\kappa(T) \frac{\partial T}{\partial a_i} \right) + \rho_0 / \rho \phi,$$

где c_γ — удельная массовая теплоемкость при постоянной деформации, $\kappa(T)$ — коэффициент теплопроводности, $\phi = (\mathbf{jE})$ — мощность тепловыделения.

Математическая модель жидкого лайнера. Для описания движения вязкой несжимаемой жидкости использована система уравнений Навье–Стокса [9–10] (в эйлеровых координатах):

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = - \text{grad } p + \eta \Delta \mathbf{v} + \mathbf{F}; \quad (7)$$

$$\text{div } \mathbf{v} = 0.$$

Здесь p — гидродинамическое давление; $\eta = \rho \nu$ — коэффициент динамической вязкости; ν — коэффициент кинематической вязкости.

Уравнение теплопроводности для данной модели имеет вид

$$\rho_0 c_\gamma \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T \right) = \text{div}(\kappa(T) \text{grad } T) + \phi,$$

где

$$\phi = (\mathbf{jE}) + \eta \left(2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 \right)$$

— мощность выделения энергии, включающая в себя джоулеву теплоту и источник теплоты за счет работы сил вязкости.

Математическая модель упругопластического лайнера. Уравнения движения лайнера в приближении упругопластического материала имеют следующий вид [11, 14]:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial \tilde{a}_k} \left(S_{ik} + S_{kj} \frac{\partial u_i}{\partial \tilde{a}_j} \right) + F_i. \quad (8)$$

В отличие от (5) уравнения (8) записаны с использованием текущей лагранжевой системы координат (\tilde{a}_i — текущие лагранжевы координаты). В [14] такой подход назван UL (updated Lagrangian) подходом. Так как в каждый фиксированный момент времени UL-координаты \tilde{a}_i совпадают с эйлеровыми координатами x_i , разница между UL- и эйлеровым подходами проявляется в использовании разных определений скорости: при UL-подходе рассматриваются материальные, а при эйлеровом — локальные производные.

В уравнении (8) S_{ij} — второй тензор напряжений Пиолы–Кирхгоффа (тензор условных напряжений). Он связан с тензором истинных напряжений Коши s_{ij} и с тензором напряжений Лагранжа L_{ij} , использованным в (5), следующими выражениями:

$$s_{ij} = \frac{1}{J} \frac{\partial x_i}{\partial \tilde{a}_k} S_{kl} \frac{\partial x_j}{\partial \tilde{a}_l};$$
$$L_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \tilde{a}_k} S_{kj} = S_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial \tilde{a}_k} S_{kj},$$

где $J = \left| \frac{\partial x_i}{\partial \tilde{a}_j} \right|$ — якобиан соответствующего преобразования координат.

Выбранная модель больших упругопластических деформаций основана на следующих предположениях [11, 14].

1. Тензор скоростей деформаций \mathbf{V} с компонентами $V_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ можно представить суммой упругой \mathbf{V}^e и пластической \mathbf{V}^p составляющих:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}^e + \mathbf{V}^p.$$

2. Определяющее соотношение для упругопластического тела имеет вид

$$\mathbf{s}^H = C^E : \mathbf{V}^e = C^E : (\mathbf{V} - \mathbf{V}^p), \quad (9)$$

где s^H — производная Хилла тензора напряжений Коши; C^E — тензор коэффициентов жесткости для изотропного тела; знак “:” означает двойную сумму по повторяющимся индексам тензоров в индексной форме записи данного выражения.

В отличие от определяющего соотношения для термоупругого тела (6), в котором тензор напряжений непосредственно связан с тензором деформаций, в (9) задана связь производных соответствующих тензоров.

3. Пластическая составляющая тензора скоростей деформаций определяется по ассоциативному закону пластического течения:

$$\mathbf{V}^p = \tilde{\eta} \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{s}} = \tilde{\lambda} \mathbf{s}',$$

где $\tilde{\lambda}$ — некоторая неизвестная функция, имеющая смысл множителя Лагранжа; $\frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{s}}$ — вектор в пространстве компонент девиатора тензора напряжений, направленный по нормали к поверхности текучести; f_y — функция текучести.

Считаем, что материал лайнера обладает изотропным упрочнением. Поэтому функция текучести выбрана в виде [14]

$$f_y(\mathbf{s}', \eta) = 3J_2(\mathbf{s}') - s_y^2(\bar{\varepsilon}^p),$$

где $J_2(\mathbf{s}') = 0,5s'_{ij}s'_{ij}$ — второй инвариант девиатора тензора напряжений ($s'_{ij} = s_{ij} - \frac{1}{3}s_{kk}\delta_{ij}$); $\bar{\varepsilon}^p$ — параметр упрочнения, характеризующий величину накопленных пластических деформаций; s_y — предел текучести материала.

На текущем этапе данная модель не включает в себя эффекты, связанные с изменением температуры.

Численная модель. Для решения задачи использован метод конечных элементов с элементами первого порядка. Предварительно проведена триангуляция области. Расчеты проведены с сетками, построенными с помощью программы Gridder2D, позволяющей сгущать сетку в заданных подобластях (подробные сведения о данном программном комплексе изложены в [15]). В начальный момент времени сетка в лайнере состоит из правильных треугольников; размеры ячеек сетки в лайнере и в диэлектрике различаются в десятки раз.

Выбран способ перестройки сетки, который можно представить в виде следующего алгоритма:

- 1) на каждом шаге по времени сетка лайнера сдвигается в соответствии с рассчитанными перемещениями;
- 2) с помощью программы Gridder2D в диэлектрике строится новая сетка (при этом используются данные о новом контуре лайнера);

3) проводится “сшивка” сеток в лайнере и диэлектрике.

Выбор алгоритма обусловлен тем, что в диэлектрической подобласти решается только эллиптическое уравнение (3) для векторного потенциала, поэтому при перестройке сетки можно обойтись без переинтерполяции используемых величин.

Физические параметры, общие для всех вариантов расчета, приведены далее в безразмерном виде.

Начальная температура $T = 1,45$. Начальная скорость лайнера равна нулю. Размеры конструкции в соответствии с рис. 2, б (для одной четвертой части): высота индуктора — 1,5, полуширина — 1,0; высота лайнера — 0,02, полуширина — 1,1; расстояние между лайнером и индуктором по высоте в начальный момент времени — 0,02; начальная высота нижней кромки лайнера — 0,96.

При расчете электромагнитных полей считается, что на расстоянии 0,5 от краев лайнера или индуктора (в начальный момент времени) находится идеально проводящий экран (при задании его электропроводности возможны варианты).

Параметры материала индуктора соответствуют стали: плотность $\rho = 1,95$, теплоемкость $c_v = 9,21$, теплопроводность $\kappa = 1,998 \cdot 10^{-5}$, электропроводность $\sigma = 52,9$ при 0°C .

Параметры материала лайнера соответствуют алюминию: плотность $\rho = 0,63525$, теплоемкость $c_v = 18,037$, теплопроводность $\kappa = 1,035 \cdot 10^{-4}$, электропроводность $\sigma = 40,66$ при 0°C , модуль Юнга $E = 1762,58$, коэффициент Пуассона $\nu_p = 0,301$. Для модели с жидким лайнером вязкость $\nu = 0,1$. Для упругопластического лайнера предел текучести $s_y = 0,9$.

Для обоих материалов электропроводность задана функцией температуры $\sigma = \sigma_s / (1 + \alpha_\sigma T)$ с параметрами из работы [16].

Параметры электрической цепи индуктора: индуктивность $L_B = 20$, емкость $C_B = 3,1 \cdot 10^{-5}$, сопротивление $R_B = 1,2 \cdot 10^2$. Начальное напряжение на обкладках конденсатора равно 2000, начальный ток нулевой.

Параметры электрической цепи лайнера: индуктивность $L_A = 2,5$, емкость $C_A = 1000$, сопротивление $R_A = 10^{-5}$. Начальное напряжение и начальный ток равны нулю.

Экспериментальные результаты. Поскольку процесс ускорения лайнера занимает короткий промежуток времени (порядка сотни микросекунд), а в результате торможения большая часть ленты уничтожается, то объем экспериментальных данных ограничен.

Одними из наиболее важных экспериментальных результатов являются фотографии теневой съемки лайнера в процессе его движения, опубликованные в работе [17].

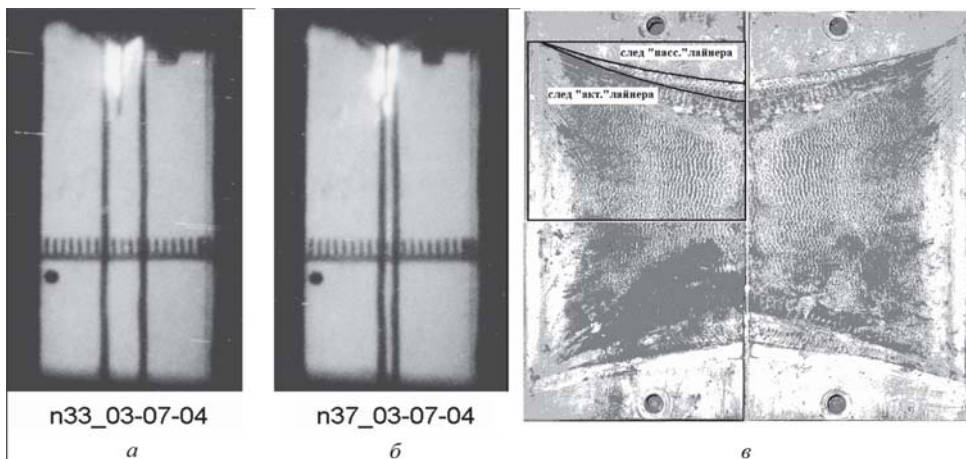


Рис. 3. Результаты теневой съемки лайнера:

а, б — кадры теневой съемки в моменты времени 119 и 134 мкс соответственно; *в* — следы границы ленты, падающей на контактную наклонную поверхность в торце усорителя с пассивной и активной схемами включения контура

Фотографии, приведенные на рис. 3, показывают, что профиль лайнера вплоть до момента сжатия магнитного потока остается относительно тонким и пластины совершают практически плоскопараллельное движение.

В этой же работе [17] приведены данные об эффективной ширине лайнера, изменяющейся во время ускорения. Эти данные получены по измерению “следов” пластины лайнера, падающей на клиновые скосы, расположенные в зоне закрепления концов ленты (см. рис. 1). Фотография следов на развертке клиньев показана на рис. 3, *в*. Здесь были использованы два режима: с “активным” лайнером, что соответствует исследуемой схеме включения контура, и с “пассивным” короткозамкнутым лайнером. Последняя схема является просто классическим аналогом кумулятивного генератора магнитного поля (а не тока) и далее не рассматривается.

На фотографии ясно видны границы деформируемой ленты в процессе ускорения, которые заметно приближаются к средней плоскости витка по мере движения ленты. Такое сужение ленты может быть связано, например, с заворачиванием краев лайнера. Заворачивание может происходить из-за естественного процесса “пинчевания” тока, однако затравочный стартовый механизм этого движения, по-видимому, обеспечивает неоднородность ускорения пластины, изначально находящейся у поверхности витка. Но для однозначного ответа экспериментальных данных недостаточно, прояснить картину процесса можно путем его математического моделирования.

Результаты расчетов. Для решения поставленной задачи создан программный комплекс. Ниже в безразмерном виде представлены результаты расчетов для нескольких вариантов задачи. Расчетная область

соответствует одной четвертой части поперечного сечения исходной области, поэтому на рисунках показана только половина одной пластины лайнера. Более подробно полученные результаты описаны в работах [11, 18].

Вариант 1. Момент замыкания цепи лайнера $t_0 = 10$ (цепь лайнера за время его пролета не замыкается). На рис. 4 приведены графики для трех моделей, характеризующие процесс в целом. Это зависимости от времени тока в цепи индуктора, полной ускоряющей лайнер силы и скорости центра масс лайнера. Видно, что интегральные характеристики процесса движения лайнера для разных моделей практически совпадают. Графики ускоряющей силы и скорости центра масс показывают, что по мере приближения лайнера к нижней границе расчетной области (зазор между пластинами становится малым) происходит его торможение в магнитном поле. Это поле относительно слабое, и, как следует из [17], его величина определяется положением точки равновесия лайнера с током в середине пролетной базы ускорения. Сжатия магнитного потока в данном варианте при незамкнутой цепи лайнера не происходит. Расчеты прекращались, когда расстояние

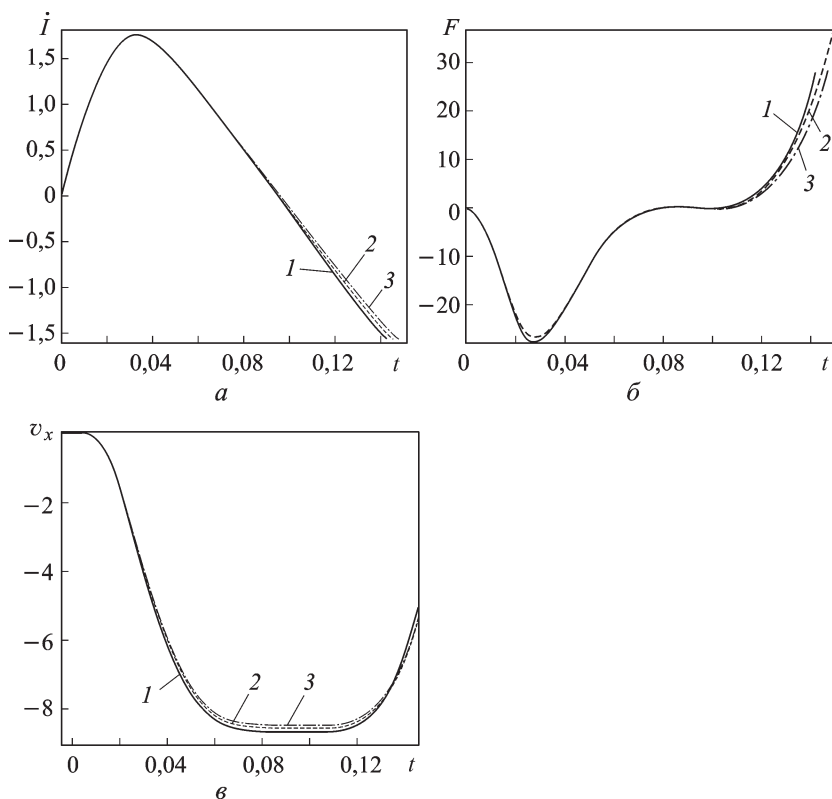


Рис. 4. Графики зависимости от времени силы тока в цепи индуктора (а), интегральной силы Лоренца (б) и скорости центра масс (в) для упругого (1), жидкого (2) и пластического (3) лайнеров

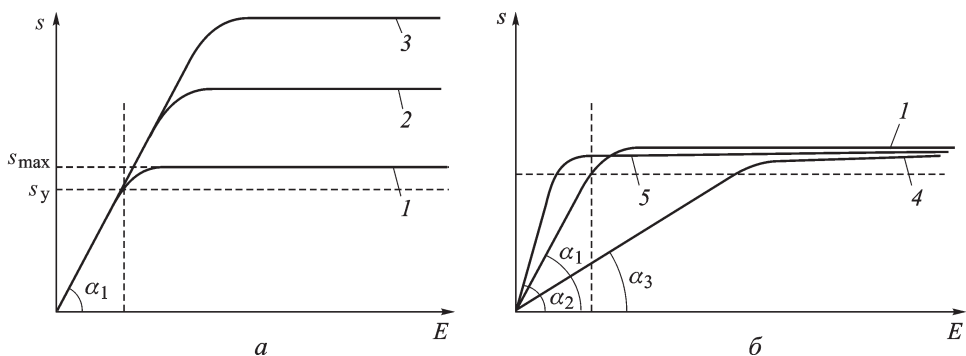


Рис. 5. Кривые деформирования материала лайнера:

a — с увеличенным пределом текучести; *б* — с измененной жесткостью

между лайнером и нижней границей области становилось меньше заданной величины.

В целях исследования роли материала, из которого сделан лайнер, проведена серия расчетов для пластического лайнера с различными кривыми деформирования (рис. 5). Кривая 1 подобна экспериментальным данным, полученным для используемого материала лайнера (АД-0, кривая нагружения и деформации получена на разрывной машине в лаборатории МИФИ). Данная кривая имеет две характерных точки, соответствующие пределу текучести $s_y = 0,9$ (при больших напряжениях в теле образуются пластические деформации) и максимально допустимому для данного материала значению нагрузки $s_{\max} = 1,875$. Для максимального напряжения кривая имеет вид полочки — при практически неизменной нагрузке происходит активный рост пластических деформаций, пока деформации не достигнут критического значения, соответствующего разрушению материала.

Кривые 2 и 3 получены из кривой 1 путем увеличения предела текучести материала в 10 и 20 раз при неизменном значении модуля Юнга. Таким образом, получается “линейка” моделей, описывающих переход от пластического к упругому телу. Кривые 4, 5 получены при растягивании кривой 1 относительно оси деформаций, при этом используются новые значения модуля Юнга, равные соответствующим тангенсам углов наклона линейной части кривых деформирования: $\text{tg } \alpha_2 = 5 \text{ tg } \alpha_1$ (кривая 5), $\text{tg } \alpha_3 = 0,2 \text{ tg } \alpha_1$ (кривая 4). При этом кривая 4 соответствует более мягкому, а кривая 5 более жесткому материалу по сравнению с исходным. При одинаковых нагрузках в мягком материале образуются большие деформации, чем в жестком.

Если интегральные характеристики для различных моделей хорошо совпадают, то формы лайнера в процессе движения сильно различаются, что проиллюстрировано на рис. 6–8.

Видно, что во всех вариантах расчета в начале движения правый конец лайнера отстает от центральной части пластины. Это объясня-

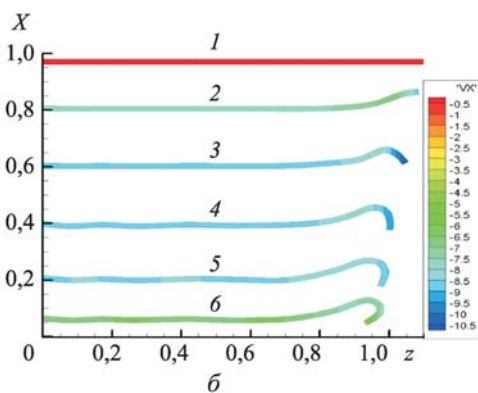
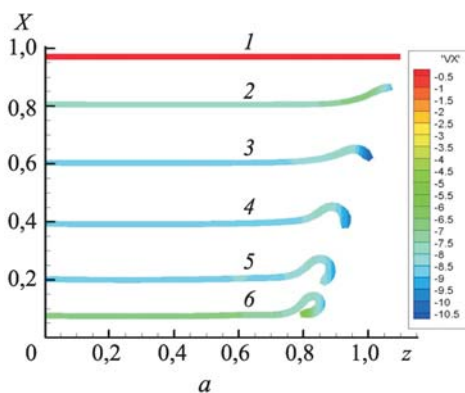


Рис. 6. Положение пластического лайнера в различные моменты времени:
 a — кривая деформирования 1, время $t = 0$ (1); 0,0520 (2); 0,0760 (3); 0,0995 (4); 0,1235 (5); 0,1355 (6); b — кривая деформирования 2, время $t = 0$ (1); 0,0520 (2); 0,0760 (3); 0,0995 (4); 0,1240 (5); 0,1380 (6)

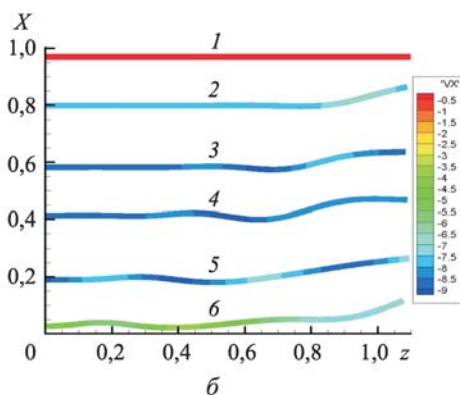
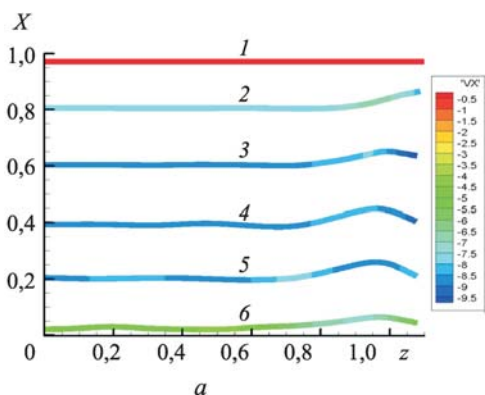


Рис. 7. Положение лайнера в различные моменты времени:
 a — пластический лайнер (кривая деформирования 3), время $t = 0$ (1); 0,0520 (2); 0,0760 (3); 0,0995 (4); 0,1230 (5); 0,1455 (6); b — упругий лайнер, время $t = 0$ (1); 0,0524 (2); 0,0790 (3); 0,0980 (4); 0,1240 (5); 0,1455 (6)

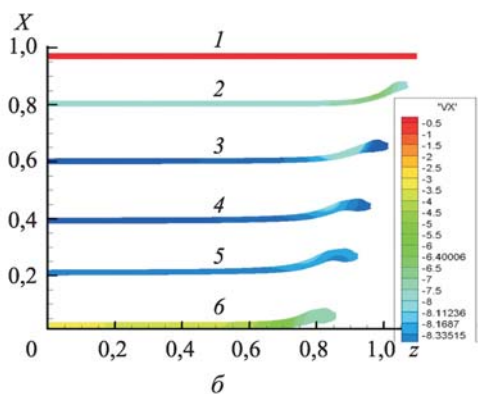
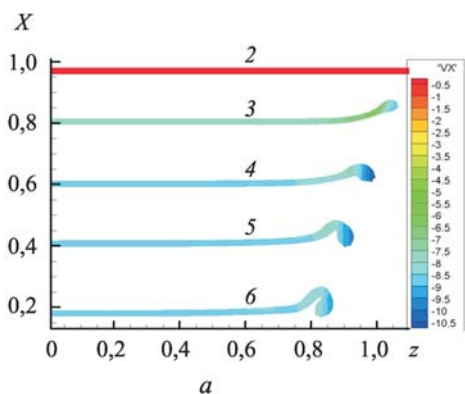


Рис. 8. Положение лайнера в разные моменты времени:
 a — пластический лайнер (кривая деформирования 4), время $t = 0$ (1); 0,0524 (2); 0,0790 (3); 0,0980 (4); 0,1240 (5); b — жидкий лайнер, время $t = 0$ (1); 0,0520 (2); 0,0790 (3); 0,0980 (4); 0,1230 (5); 0,1495 (6)

ется тем, что выбранная ширина лайнера больше ширины индуктора, поэтому давление магнитного поля на правый конец меньше, чем на центр. В ходе дальнейшего движения в пластическом лайнере правый край начинает заворачиваться внутрь зазора, при этом большая часть пластины совершает плоскопараллельное движение. Расчет с кривой деформирования 1 был остановлен, когда конец пластины образовал замкнутое кольцо (рис. 6, а). Для более упругого материала лайнера с кривой деформирования 2 конец пластины деформируется меньше и в направлении центральной части распространяются небольшие упругие волны (рис. 6, б). На рис. 7, а указанная тенденция проявляется еще ярче (кривая деформирования 3 является следующим шагом к упругому телу). Когда пластина в конце расчета тормозится магнитным полем, наблюдается выпрямление загнутого конца лайнера. На рис. 7, б показано поведение упругого лайнера; видно, что в процессе движения по пластине бегут упругие волны. На рис. 8, а приведены результаты расчета, в котором материал лайнера более мягкий по сравнению с исходным (кривая деформирования 4), поэтому деформации пластины существенно больше. Процесс расплющивания конца лайнера напоминает поведение жидкого лайнера (рис. 8, б).

Из результатов расчета следует, что плотность тока в лайнере распределена сильно неравномерно: наибольшая плотность тока сосредоточена в правом конце пластины. Именно этот факт объясняет такие большие деформации пластины в приближении моделей вязкой жидкости и пластического тела: чем больше плотность тока, тем соответственно больше сила Лоренца, действующая на данную область тела. На рис. 9, 10 приведены распределения плотности тока и компонент силы Лоренца в момент времени $t = 0,1$ для пластического лайнера.

Вариант 2 соответствует моменту замыкания цепи лайнера $t_0 = 0,06$. Упругий лайнер тормозится магнитным полем и, не долетев до нижней границы расчетной области, начинает двигаться вверх. Основные параметры процесса (ток в цепи индуктора, скорость и координата по оси x центра масс лайнера) как функции времени приведены на рис. 11.

Вязкий и пластический лайнеры также тормозятся магнитным полем, но процесс торможения неоднороден. В соответствующих расчетах правый конец лайнера достигал нижней границы расчетной области и расчеты прекращались. Следует отметить, что в эксперименте во время торможения пластины происходит ее разрушение, поэтому движения в обратном направлении уже не наблюдается.

На рис. 12, а показаны положения жидкой пластины в разные моменты времени. Если сравнить данный рисунок с рис. 8, б (жидкий

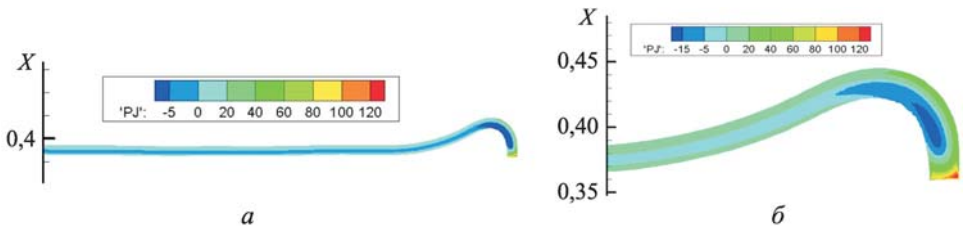


Рис. 9. Распределение плотности тока во всем пластическом лайнере (а) и вблизи его конца (б) в момент времени $t = 0,1$

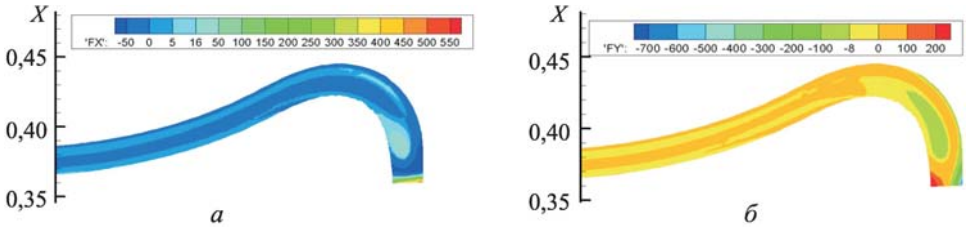


Рис. 10. Распределение компонент силы Лоренца F_x (а) и F_y (б) на конце пластического лайнера в момент времени $t = 0,1$

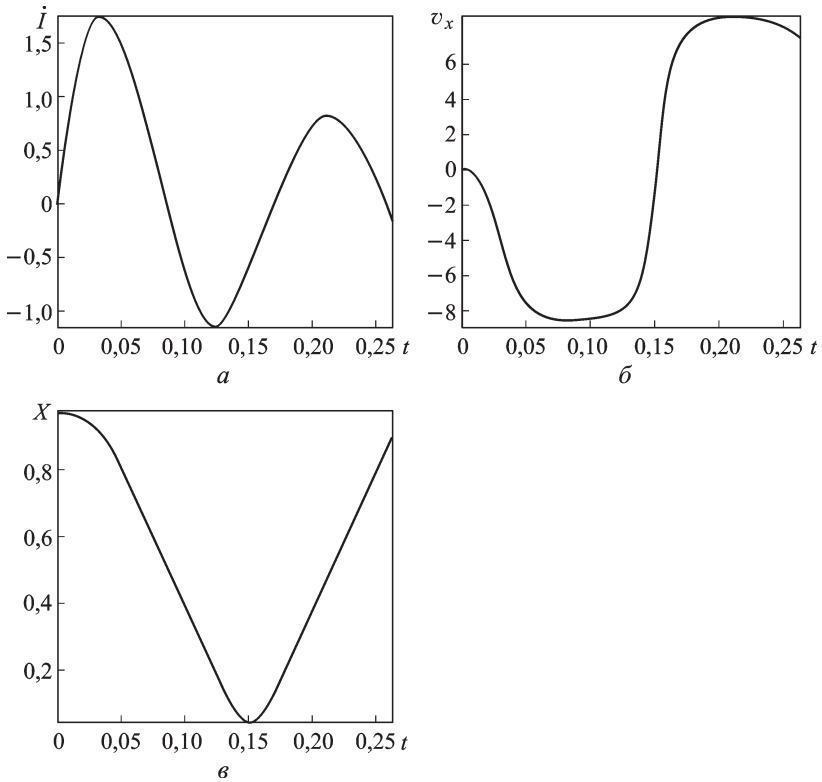


Рис. 11. Графики силы тока в цепи индуктора (а), скорости (б) и координаты центра масс (в) для упругого лайнера

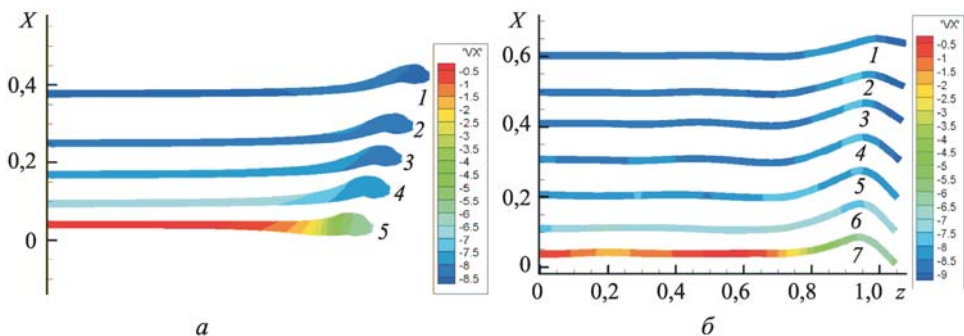


Рис. 12. Изменение формы лайнера при торможении:

a – жидкий лайнер, время $t = 0, 1025$ (1); $0,1160$ (2); $0,1260$ (3); $0,1360$ (4); $0,1435$ (5); *б* – пластический лайнер (кривая деформирования 3), время $t = 0,0760$ (1); $0,0890$ (2); $0,0995$ (3); $0,1120$ (4); $0,1240$ (5); $0,1345$ (6); $0,1455$ (7)

лайнера без замыкания цепи), то следует отметить следующие изменения: правый конец лайнера, который отставал от центральной части, продолжает двигаться вниз, в то время как остальная часть пластины уже почти полностью остановлена давлением магнитного поля.

Для пластического лайнера наряду с торможением центральной части пластины сжимаемым магнитным полем наблюдается более быстрое (по сравнению с расчетами без замыкания цепи) закручивание краев пластины внутрь зазора. Это явление объясняется увеличением плотности тока на концах лайнера (эффект концентрации тока в полосковой линии). На рис. 12, *б* приведены положения пластического лайнера с кривой деформирования 3 (см. рис. 7, *а* для аналогичного расчета без замыкания).

Для короткого генерируемого импульса отдача кинетической энергии тонкого лайнера должна проводиться одновременно по всей его плоскости. Искажение плоской формы приводит к неодновременному процессу торможения различных участков пластин и растягиванию выходного электрического импульса во времени. С этой точки зрения более выгодным является поведение жидкого и пластического лайнеров, поскольку, как следует из расчетов, основная часть пластины совершает плоскопараллельное движение, а резкие деформации наблюдаются только на концах лайнера. С другой стороны, как это следует из рис. 13, импульсы тока на выходе из компрессора для разных моделей отличаются незначительно (на рис. 13, *б* приведен график полного тока для упругого лайнера). Можно предположить, что все получившиеся формы пластины достаточно однородны для процесса сжатия магнитного поля или выбранные параметры задают режим, для которого форма лайнера не столь критична. В то же время в отличие от упругой модели в случае пластического и жидкого лайнеров происходит контакт между встречно налетающими пластинами, причем

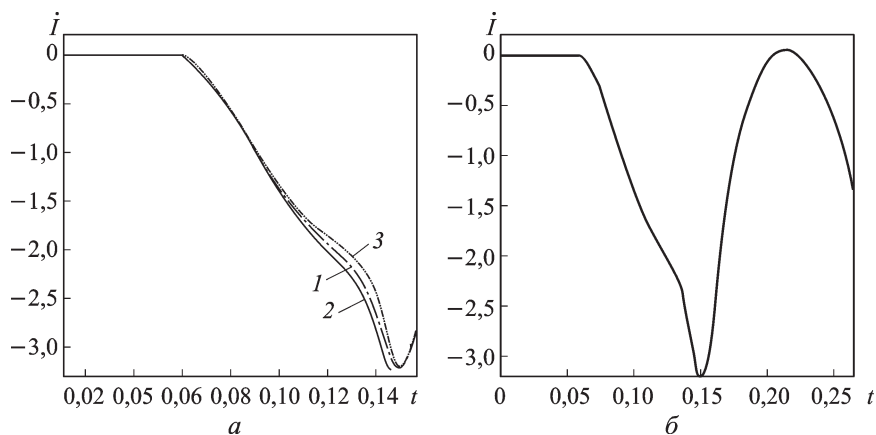


Рис. 13. Графики силы тока в цепи лайнера:

a — сравнение результатов для упругого, пластического и вязкого лайнеров, соответственно кривые 1,2,3; *б* — упругий лайнер

контактирующие участки имеют форму, резко отличающуюся от плоской. Из этого следует, что при моделировании заключительного этапа формирования выходного импульса выбор модели материала лайнера играет важную роль.

Из анализа результатов расчетов процесса электродинамического ускорения и торможения пластинчатого металлического лайнера в устройствах обострения мощности следуют **ВЫВОДЫ:**

1) интегральные характеристики — скорость и координата центра масс лайнера, полная ускоряющая сила, сила тока в цепи индуктора — слабо различаются для разных моделей;

2) форма лайнера в процессе движения существенно зависит от выбранной модели: по упругому лайнеру бегут волны; в расчетах с жидким и пластическим лайнерами центральная часть пластины совершает плоскопараллельное движение, при этом за счет деформации краев ширина лайнера уменьшается. Эти характеристики движения согласуются с экспериментальными данными. Процесс деформации краев пластины для двух моделей происходит по-разному: в жидком лайнере наблюдается образование галтелей на краях, края пластического лайнера образуют отчетливый загиб;

3) для более жесткого материала лайнера край пластины деформируется меньше, а для более мягкого сильнее, чем в расчете с исходным материалом; при последовательном увеличении предела текучести и неизменном значении модуля Юнга поведение упругопластической пластины приближается к поведению упругого тела;

4) при подлете пластины к нижней границе расчетной области (при встречном сближении пластин) лайнер тормозится магнитным полем. В расчетах без замыкания цепи лайнера значительного торможения

не происходит (пластины сталкиваются). Замыкание цепи приводит к появлению сжимаемого магнитного потока внутри лайнера и полному торможению пластины (за исключением ее краев в жидком и пластическом лайнерах).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-01-00151).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. П р о е к т “Байкал”. Отработка схемы генерации электрического импульса / Э.А. Азизов, С.Г. Алиханов, Е.П. Велихов, М.П. Галанин и др. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. “Термоядерный синтез”. – 2001. – № 3. – С. 3–17.
2. В з р ы в н ы е размыкатели стенда МОЛ на токи 50 и 1000 кА / В.А. Афанасьев, Е.В. Грабовский, Л.В. Загрядский и др. // ПТЭ. – 2008. № 4. – С. 56–63.
3. О с н о в н ы е типы взрывомагнитных генераторов и их применение / В.К. Чернышев, В.Н. Мохов, А.М. Буйко и др. // Мегагауссная и мегаамперная импульсная технология и применения. Под ред. В.К. Чернышева, В.Д. Селемира, Л.Н. Пляшкевича. Том 1. Саров: ВНИИЭФ, 1997.
4. P o w e r p e a k e r based on plate MC-generator driven by electrical current MEGAGAUSS-9 / V.P. Bakhtin, E.V. Grabovsky, A.M. Zhiluchin et al. // Proceeding of Ninth Int. Conf. On Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics (Moscow–St.Peterburg, July 7–14,2002) Sarov: VNIIEF. – 2004. – P. 324–330.
5. Г а л а н и н М. П., Л о т о ц к и й А. П., Р о д и н А. С. Математическое моделирование электромагнитного ускорения лайнера в различных двумерных приближениях // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2007. – № 4. – 32 с.
6. Г а л а н и н М. П., Л о т о ц к и й А. П., Р о д и н А. С. Математическое моделирование электромагнитного ускорения лайнера с учетом его контакта с твердой поверхностью // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2008. – № 59. – 32 с.
7. Г а л а н и н М. П., Л о т о ц к и й А. П., Р о д и н А. С. Математическое моделирование движения лайнера в продольном сечении магнитного компрессора // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2009. – № 57. – 31 с.
8. Т а м м И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 504 с.
9. Г а л а н и н М. П., Г р а б о в с к и й Е. В., Л о т о ц к и й А. П., С у ф и е в Т. Г. Математическое моделирование электромагнитного ускорения проводящей пластины в компрессоре потока // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2005. – № 138. – 29 с.
10. Г а л а н и н М. П., Л о т о ц к и й А. П., Л е в а ш о в В. Ф. Расчет электродинамического ускорения плоских пластин в лабораторном магнитокумулятивном генераторе // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2001. – № 3. – 30 с.
11. Р о д и н А. С. Модель движения пластического лайнера в магнитном компрессоре и ее применение // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2009. – № 50. – 32 с.
12. Г а л а н и н М. П., П о п о в Ю. П. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. Математическое моделирование. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 320 с.
13. Б л е н д Д. Нелинейная динамическая теория упругости. – М.: Мир, 1972. – 184 с.
14. К о р о б е й н и к о в С. Н. Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.
15. Щ е г л о в И. А. Программа для триангуляции сложных двумерных областей Gridder2D // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2008. – № 60. – 32 с.

16. Физические величины: Справочник. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлахова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
17. Г а л а н и н М. П., Л о т о ц к и й А. П. Моделирование разгона и торможения лайнера в устройствах обострения мощности // Радиотехника и электроника. – 2005. – Т. 50. – № 2. – С. 256–264.
18. Г а л а н и н М. П., Л о т о ц к и й А. П., Р о д и н А. С., Щ е г л о в И. А. Движение лайнера в магнитном компрессоре: сравнение моделей упругого, жидкого и пластического лайнера // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2009. – № 58. – 31 с.

Статья поступила в редакцию 28.12.2009

Михаил Павлович Галанин родился в 1956 г., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1979 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий отделом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Автор более 150 печатных научных работ в области математического моделирования, вычислительного эксперимента, вычислительной математики.

M.P. Galanin (b. 1956) graduated from the Lomonosov Moscow State University in 1979. D. Sc. (Phys.-Math.), professor, head of department of the M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS. Author of more than 150 publications in the field of mathematical simulation, computational experiment, computational mathematics.

Алексей Павлович Лотоцкий родился в 1944 г., окончил МИФИ. Д-р физ.-мат. наук, руководитель лаборатории Государственного научного центра Российской Федерации Троицкого института инновационных и термоядерных исследований. Специалист в области электрофизики, физики плазмы.

A.P. Lototskii (b. 1944) graduated from the Moscow Physics and Engineering Institute. D. Sc. (Phys.-Math.), head of laboratory of the Russian State Research Center “Troitsk Institute of Innovation and Fusion Research”. Specialist in the field of electrophysics, physics of plasma.

Александр Сергеевич Родин родился в 1984 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2007 г. Аспирант ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Специализируется в области математического моделирования в электродинамике, теории упругости и пластичности.

A.S. Rodin (b. 1984) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2007. Post-graduate of the M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS. Specializes in the field of mathematical simulation in electrodynamics, theory of elasticity and plasticity.

Илья Александрович Щеглов родился в 1982 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2005 г. Младший научный сотрудник ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Специализируется в области методов дискретизации и триангуляции.

I.A. Shcheglov (b. 1982) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2005. Junior researcher of the M.V. Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS. Specializes in the field of methods of discretization and triangulation.