

Ю. М. Степанчук, В. А. Кожевникова

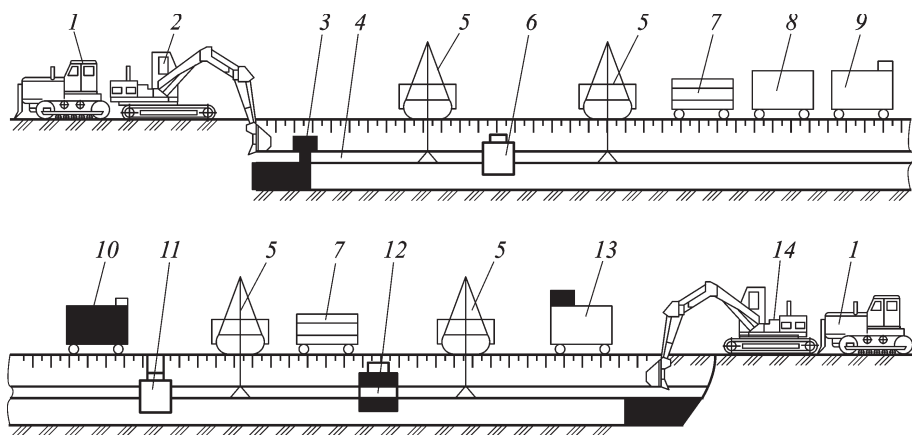
## ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ И ВНЕШНЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ЗАТУХАЮЩИЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРУБОПРОВОДА ПРИ ЕГО РЕМОНТЕ

*Рассмотрены малые колебания модели трубопровода при капитальном ремонте. Определены частоты затухающих колебаний при учете влияния внутреннего трения в металле труб, а также внешнего сопротивления в подземных участках газопровода. Проведен анализ зависимости значений частот от длин подземных участков и жесткости грунтов.*

**E-mail: rgd-info@bk.ru; ver@mail.ru**

**Ключевые слова:** трубопровод, поперечные колебания, трение, сопротивление.

Капитальный ремонт газопроводов предусматривает применение комплексных механизированных колонн (рис. 1). Очистка труб от старой изоляции проводится резами очистной машины, при этом вся колонна перемещается по трубе синхронно. Во время работы колонны возникают колебания всего ремонтируемого участка газопровода, удерживаемого в заданном пространственном положении упругой троллейной подвеской трубоукладчиков. Эти колебания вызывают до-



**Рис. 1. Технологическая схема капитального ремонта газопровода в траншее:**  
 1 — бульдозер; 2 — вскрышной экскаватор; 3 — подкапывающая машина; 4 — трубопровод; 5 — трубоукладчик; 6 — машина предварительной очистки; 7 — электростанция; 8 — пост отбраковки труб; 9 — сварочный пост; 10 — лаборатория контроля качества сварных соединений; 11 — машина окончательной очистки; 12 — изоляционная машина; 13 — лаборатория контроля качества изоляционного покрытия; 14 — экскаватор засыпки

полнительные динамические нагрузки на трубы, особенно на резонансных режимах, что при последующей эксплуатации приводит к ускорению развития имеющихся на трубах не критических дефектов. Выбор наиболее эффективных режимов при ремонте трубопроводов можно осуществить на основе математической модели, адекватно описывающей вынужденные колебания ремонтируемого участка трубопровода. Такая модель для расчета частот и форм собственных колебаний участка газопровода приведена в работе [1]. В настоящей работе указанная модель распространена на случай учета влияния внутреннего трения в металле труб, а также внешнего сопротивления в примыкающих к границам ремонтируемого газопровода его подземных участков.

**Постановка задачи.** В качестве модели газопровода рассматривается однородный стержень (рис. 2) с заделанными концами, примыкающие к ним участки стержня полагаются лежащими на упругих основаниях. Точечные массы представляются навешенными на газопровод машины предварительной и окончательной очистки и изоляционную установку. Пружины — троллейная подвеска трубоукладчиков. Упругие подушки имитируют сопротивление грунта в примыкающих подземных участках. Все элементы колонны полагаются неподвижными, так как в реальных условиях колонна перемещается по трубе синхронно, т.е. расстояния между элементами колонны не изменяются. Изменяются только длины двух участков, примыкающих к подземным, но поскольку скорость перемещения колонны мала, на значения частот затухающих колебаний это изменение существенного влияния не оказывает, что будет показано ниже.

В порядке упрощения будем рассматривать такие движения стержня, когда его ось остается в вертикальной плоскости. При ремонте трубопровода горизонтальные колебания не допускаются, так как они приводят к опрокидыванию трубоукладчиков, и когда они возникают, работу колонны прекращают.

Рассмотрим изгибные колебания стержня в вертикальной плоскости. Разобьем его на десять однородных участков, границами которых являются упругие или массовые элементы (см. рис. 2).

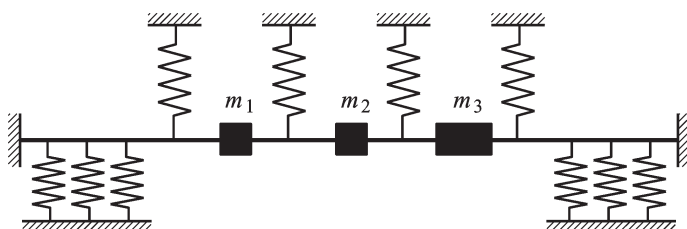


Рис. 2. Расчетная схема модели

Примем следующие значения параметров. Длины подземных участков  $l_{\text{подз}} = l_1 = l_{10} = 50(30)$  м и наземных  $l_2 = 30$  м,  $l_j = 10$  м ( $j = 3 \dots 8$ ),  $l_9 = 20$  м. Коэффициенты упругости пружин  $c_j = 2 \times 10^6$  Н/м ( $j = 2, 4, 6, 8$ ). Массовые элементы  $m_1 = 2500$  кг,  $m_2 = 2500$  кг,  $m_3 = 2900$  кг и погонная масса  $\mu_j = 300$  кг/м ( $j = 1 \dots 10$ ). Изгибная жесткость стержня на каждом участке  $EJ_j = 2,4 \cdot 10^9$  Н·м<sup>2</sup> ( $j = 1 \dots 10$ ) и жесткость грунта  $k_1 = k_{10} = 3,5 \cdot 10^5(3,5 \cdot 10^3)$  Н/м<sup>2</sup>.

Изгибные колебания каждого  $j$ -го однородного участка стержня описываются дифференциальным уравнением. Пусть  $x_j$  — горизонтальная координата  $j$ -го участка стержня, а  $u_j(x_j, t)$  — вертикальный прогиб на этом участке. Согласно [2] принимаем, что при изгибных колебаниях перемещения трубы на всех участках трубопровода  $u_j(x_j, t)$  малы.

**Системы уравнений для участков трубопровода и соотношения на стыках.** Имеется десять участков, два из которых подземные. Изгибные колебания стержня с учетом гипотезы упруговязкого внутреннего неупругого сопротивления [3] описываются дифференциальным уравнением

$$\mu_j \frac{\partial^2 u_j(x_j, t)}{\partial t^2} + EJ_j \left[ \frac{\partial^4 u_j(x_j, t)}{\partial x_j^4} + \frac{\nu_j}{\omega} \cdot \frac{\partial^5 u_j(x_j, t)}{\partial t \partial x_j^4} \right] + \alpha_j \mu_j \frac{\partial u_j(x_j, t)}{\partial t} + k_j u(x_j, t) = 0, \quad (1)$$

где  $u_j(x_j, t)$  — прогиб;  $\mu_j$  — погонная масса;  $EJ_j$  — изгибная жесткость рассматриваемого участка стержня;  $\alpha_j$  — коэффициент внешнего сопротивления в подземных участках;  $\frac{\nu_j}{\omega}$  — внутреннее трение,  $\nu_j = \frac{\delta_j}{\pi}$ , а  $\delta_j$  — логарифмический декремент колебаний;  $k_j$  — обобщенный коэффициент упругости подземных участков трубопровода, вычисляемый по формуле

$$k_j = c_{y0} D_n,$$

где  $D_n$  — наружный диаметр трубы (в дальнейших расчетах полагаем  $D_n = 1020$  мм);  $c_{y0}$  — коэффициент нормального сопротивления грунта, вычисляемый по формуле [4]

$$c_{y0} = \frac{0,12 E_{\text{гр}} \eta_{\text{гр}}}{(1 - \mu_{\text{гр}}^2) \sqrt{l_0 D_n}} (1 - e^{-\frac{2h_0}{D_n}}),$$

где  $E_{\text{гр}}$  — модуль деформации грунта ненарушенной структуры, МПа;  $\eta_{\text{гр}}$  — коэффициент снижения модуля деформации грунта засыпки по сравнению с грунтом ненарушенной структуры;  $\mu_{\text{гр}}$  — коэффициент Пуассона грунта;  $l_0 = 1$  м — единичная длина трубопровода;  $h_0$  — расстояние от верха засыпки до оси трубы, м.

Отметим, что коэффициент  $k_j$  отличен от нуля только на подземных участках (при  $j = 1$  и  $j = 10$ ).

Введем безразмерную координату  $\xi_j = x_j/l_j$ , где  $l_j$  — длина участка, тогда уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial^4 y_j(\xi_j, t)}{\partial \xi_j^4} + \frac{\nu_j}{\omega} \frac{\partial^5 y_j(\xi_j, t)}{\partial t \partial \xi_j^4} + \frac{\mu_j l_j^4}{EJ_j} \frac{\partial^2 y_j(\xi_j, t)}{\partial t^2} + \frac{\alpha_j \mu_j l_j^4}{EJ_j} \frac{\partial y_j(\xi_j, t)}{\partial t} + \frac{k_j l_j^4}{EJ_j} y_j(\xi_j, t) = 0, \quad (2)$$

где  $u_j(x_j, t) = y_j(\xi_j, t)$ .

При изгибных колебаниях состояние сечения стержня характеризуется четырьмя параметрами — прогибом  $y_j(\xi_j, t)$ , углом поворота  $\varphi_j(\xi_j, t) = \frac{\partial y_j(\xi_j, t)}{l_j \partial \xi_j}$ , изгибающим моментом, который при учете внутреннего трения определяется как [5]

$$M_j(\xi_j, t) = \frac{EJ_j}{l_j^2} \left[ \frac{\partial^2 y_j(\xi_j, t)}{\partial \xi_j^2} + \frac{\nu_j}{\omega} \frac{\partial^3 y_j(\xi_j, t)}{\partial t \partial \xi_j^2} \right],$$

и поперечной силой

$$Q_j(\xi_j, t) = \frac{EJ_j}{l_j^3} \left[ \frac{\partial^3 y_j(\xi_j, t)}{\partial \xi_j^3} + \frac{\nu_j}{\omega} \frac{\partial^4 y_j(\xi_j, t)}{\partial t \partial \xi_j^3} \right].$$

С учетом этого уравнение (2) приводится к эквивалентной системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_j(\xi_j, t)}{\partial \xi_j} &= l_j \varphi_j(\xi_j, t); \\ \frac{\partial \varphi_j(\xi_j, t)}{\partial \xi_j} + \frac{\nu_j}{\omega} \frac{\partial^2 \varphi_j(\xi_j, t)}{\partial t \partial \xi_j} &= \frac{l_j}{EJ_j} M_j(\xi_j, t); \\ \frac{\partial M_j(\xi_j, t)}{\partial \xi_j} &= l_j Q_j(\xi_j, t); \\ \frac{\partial Q_j(\xi_j, t)}{\partial \xi_j} &= -\mu_j l_j \frac{\partial^2 y_j(\xi_j, t)}{\partial t^2} - \alpha_1 \mu_j l_j \frac{\partial y_j(\xi_j, t)}{\partial t} - k_j l_j y_j(\xi_j, t). \end{aligned} \quad (3)$$

Для нахождения решения системы (3) воспользуемся методом комплексных амплитуд. Решение ищется в виде

$$\begin{aligned} y_j(\xi_j, t) &= \operatorname{Re} \bar{y}_j(\xi_j, t); & \bar{y}_j(\xi_j, t) &= [y_{1j}(\xi_j) + i y_{2j}(\xi_j)] e^{i\omega t}; \\ \varphi_j(\xi_j, t) &= \operatorname{Re} \bar{\varphi}_j(\xi_j, t); & \bar{\varphi}_j(\xi_j, t) &= [\varphi_{1j}(\xi_j) + i \varphi_{2j}(\xi_j)] e^{i\omega t}; \\ M_j(\xi_j, t) &= \operatorname{Re} \bar{M}_j(\xi_j, t); & \bar{M}_j(\xi_j, t) &= [M_{1j}(\xi_j) + i M_{2j}(\xi_j)] e^{i\omega t}; \\ Q_j(\xi_j, t) &= \operatorname{Re} \bar{Q}_j(\xi_j, t); & \bar{Q}_j(\xi_j, t) &= [Q_{1j}(\xi_j) + i Q_{2j}(\xi_j)] e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} y_j(\xi_j, t) &= \operatorname{Re} \bar{y}_j(\xi_j, t) = \operatorname{Re}[(y_{1j}(\xi_j) + i y_{2j}(\xi_j))(\cos \omega t + i \sin \omega t)] = \\ &= \operatorname{Re}[y_{1j}(\xi_j) \cos \omega t - y_{2j}(\xi_j) \sin \omega t + i (y_{1j}(\xi_j) \sin \omega t + y_{2j}(\xi_j) \cos \omega t)] = \\ &= y_{1j}(\xi_j) \cos \omega t - y_{2j}(\xi_j) \sin \omega t. \end{aligned}$$

Аналогично определяются выражения и для оставшихся функций, в результате получим:

$$\begin{pmatrix} y_j(\xi_j, t) \\ \varphi_j(\xi_j, t) \\ M_j(\xi_j, t) \\ Q_j(\xi_j, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{1j}(\xi_j) \\ \varphi_{1j}(\xi_j) \\ M_{1j}(\xi_j) \\ Q_{1j}(\xi_j) \end{pmatrix} \cos \omega t - \begin{pmatrix} y_{2j}(\xi_j) \\ \varphi_{2j}(\xi_j) \\ M_{2j}(\xi_j) \\ Q_{2j}(\xi_j) \end{pmatrix} \sin \omega t$$

(в дальнейшем индекс участка  $j$  будет опущен).

После подстановки решения (4) в (3) и разделения переменных получим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dy_1(\xi)}{d\xi} &= l\varphi_1(\xi); \\ \frac{d\varphi_1(\xi)}{d\xi} &= \frac{l}{EJ(1+\nu^2)} M_1(\xi) + \frac{l\nu}{EJ(1+\nu^2)} M_2(\xi); \\ \frac{dM_1(\xi)}{d\xi} &= lQ_1(\xi); \\ \frac{dQ_1(\xi)}{d\xi} &= l(\mu\omega^2 - k)y_1(\xi) + l\alpha\mu\omega y_2(\xi); \\ \frac{dy_2(\xi)}{d\xi} &= l\varphi_2(\xi); \\ \frac{d\varphi_2(\xi)}{d\xi} &= -\frac{l\nu}{EJ(1+\nu^2)} M_1(\xi) + \frac{l}{EJ(1+\nu^2)} M_2(\xi); \\ \frac{dM_2(\xi)}{d\xi} &= lQ_2(\xi); \\ \frac{dQ_2(\xi)}{d\xi} &= -l\alpha\mu\omega y_1(\xi) + l(\mu\omega^2 - k)y_2(\xi). \end{aligned}$$

Введем вектор состояния сечения в виде

$$\vec{X}(\xi) = (y_1(\xi), \varphi_1(\xi), M_1(\xi), Q_1(\xi), y_2(\xi), \varphi_2(\xi), M_2(\xi), Q_2(\xi))^T. \quad (5)$$

В новых обозначениях система (5) запишется как

$$\frac{d\vec{X}(\xi)}{d\xi} = A\vec{X}(\xi), \quad (6)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & lb_1 & 0 & 0 & 0 & lb_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ la_1 & 0 & 0 & 0 & la_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -lb_2 & 0 & 0 & 0 & lb_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l \\ -la_2 & 0 & 0 & 0 & la_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $a_1 = \mu\omega^2 - k$ ;  $a_2 = \alpha\mu\omega$ ;  $b_1 = \frac{1}{EJ(1 + \nu^2)}$ ;  $b_2 = \frac{\nu}{EJ(1 + \nu^2)}$ .

Выпишем соотношения, соответствующие стыкам участков. В рассматриваемой модели три типа стыков участков — с пружиной, с сосредоточенной массой, с упругой подушкой.

Для стыка с упругим элементом формулу перехода от вектора состояния сечения в конце  $j$ -го участка  $\vec{X}_j(1)$  к вектору состояния в начале  $(j + 1)$ -го участка  $\vec{X}_{j+1}(0)$  запишем в виде

$$\vec{X}_{j+1}(0) = B1_j \vec{X}_j(1),$$

где

$$B1_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_j & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_j & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— матрица перехода рассматриваемого стыка;  $c_j$  — коэффициент упругости пружин (троллейных подвесок трубоукладчиков).

Для стыка с сосредоточенной массой  $m_j$  формула перехода имеет следующий вид:

$$\vec{X}_{j+1}(0) = B2_j \vec{X}_j(1),$$

где

$$B2_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_j\omega^2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_j\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$\omega$  — частота затухающих колебаний.

Для стыка с упругой подушкой формула перехода имеет вид

$$\vec{X}_{j+1}(0) = B_j \vec{X}_j(1),$$

где  $B_j$  — единичная матрица размера  $8 \times 8$ .

**Определение частот затухающих колебаний.** Воспользуемся методом начальных параметров [5]. Формула перехода от вектора состояния  $\vec{X}_j(0)$  в начале участка к вектору  $\vec{X}_j(1)$  в конце участка имеет вид  $\vec{X}_j(1) = A_j \vec{X}_j(0)$ , где  $A_j$  — матрица перехода участка. Таким образом, вектор состояния на левом конце связан с вектором на правом конце соотношением

$$\vec{X}_N(1) = A_{1N} B_{N-1} A_{N-1} \cdots A_2 B_2 A_{11} \vec{X}_1(0).$$

Здесь  $A_{11}, A_{1N}$  — матрицы переходов подземных участков;  $A_j$  — матрицы переходов участков  $j = 2, \dots, 9$  и  $B_j$  — матрицы переходов стыков;  $N = 10$  — число участков.

Запишем *граничные условия* для стержня с заделанными концами:

$$y_1(0, t) = 0; \quad EJ_1 \frac{\partial y_1(0, t)}{\partial x_1} = 0$$

— на левом конце;

$$y_N(l_N, t) = 0; \quad EJ_N \frac{\partial y_N(l_N, t)}{\partial x_N} = 0$$

— на правом конце.

Тогда в соответствии с формулой (6) вектор состояния сечения на левом конце стержня определяется как

$$\vec{X}_1(0) = [0 \quad 0 \quad M_1(0) \quad Q_1(0) \quad 0 \quad 0 \quad M_2(0) \quad Q_2(0)]^T.$$

Для исключения из расчета неизвестных параметров  $M_1(0), M_2(0)$  и  $Q_1(0), Q_2(0)$  вектор  $\vec{X}_1(0)$  представим в виде

$$\vec{X}_1(0) = C_1 \vec{X}_{11} + C_2 \vec{X}_{12} + C_3 \vec{X}_{13} + C_4 \vec{X}_{14},$$

где  $\vec{X}_{11}, \vec{X}_{12}, \vec{X}_{13}$  и  $\vec{X}_{14}$  — векторы, удовлетворяющие граничным условиям. Например, возьмем такие векторы:

$$\vec{X}_{11} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T; \quad \vec{X}_{12} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T;$$

$$\vec{X}_{13} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T; \quad \vec{X}_{14} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T,$$

тогда  $C_1 = M_1(0)$ ,  $C_2 = Q_1(0)$  и  $C_3 = M_2(0)$ ,  $C_4 = Q_2(0)$ .

Для определения этих констант необходимо выполнить четыре расчета, в которых векторы  $\vec{X}_{11}(0), \vec{X}_{12}(0), \vec{X}_{13}(0)$  и  $\vec{X}_{14}(0)$  по отдельности умножаются последовательно на матрицы перехода участков и

стыков и тем самым определяются четыре вектора состояния на правом конце. Схематично это можно записать так:

$$\begin{aligned}\vec{X}_{N1}(1) &= A_{1N}B_{N-1}A_{N-1} \cdots A_2B_2A_{11}\vec{X}_{11}(0); \\ \vec{X}_{N2}(1) &= A_{1N}B_{N-1}A_{N-1} \cdots A_2B_2A_{11}\vec{X}_{12}(0); \\ \vec{X}_{N3}(1) &= A_{1N}B_{N-1}A_{N-1} \cdots A_2B_2A_{11}\vec{X}_{13}(0); \\ \vec{X}_{N4}(1) &= A_{1N}B_{N-1}A_{N-1} \cdots A_2B_2A_{11}\vec{X}_{14}(0).\end{aligned}\tag{7}$$

Алгоритм решения системы матричных уравнений (7) следующий. Матрицы  $A_j$  и  $A_{1j}$  в явном виде не определяются, а при помощи математического пакета Matlab интегрируются системы дифференциальных уравнений (6) для каждого участка. При этом значения параметров состояния сечения (5) в конце предыдущего участка, умноженные на матрицу перехода соответствующего стыка, являются начальными условиями для системы дифференциальных уравнений на последующем участке.

В соответствии с методом начальных параметров в конечном сечении стержня вектору  $\vec{X}_1(0)$  соответствует вектор

$$\vec{X}_N(1) = C_1\vec{X}_{N1}(1) + C_2\vec{X}_{N2}(1) + C_3\vec{X}_{N3}(1) + C_4\vec{X}_{N4}(1).$$

Этот вектор должен удовлетворять граничным условиям на правом конце стержня. Таким образом, для стержня с заделанными концами 1-, 2-, 5- и 6-я компоненты этого вектора приравниваются к нулю. Это дает возможность определить константы  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$  как решение системы четырех алгебраических уравнений.

После вычисления констант формируется вектор начальных условий:

$$\vec{X}_1(0) = [0 \ 0 \ C_1 \ C_2 \ 0 \ 0 \ C_3 \ C_4]^T,$$

и в соответствии с алгоритмом метода последовательно определяются параметры состояния сечений стержня на границах участков.

В таблице приведены рассчитанные значения частот затухающих колебаний трех низших тонов при различных длинах участков, прилегающих к подземным.

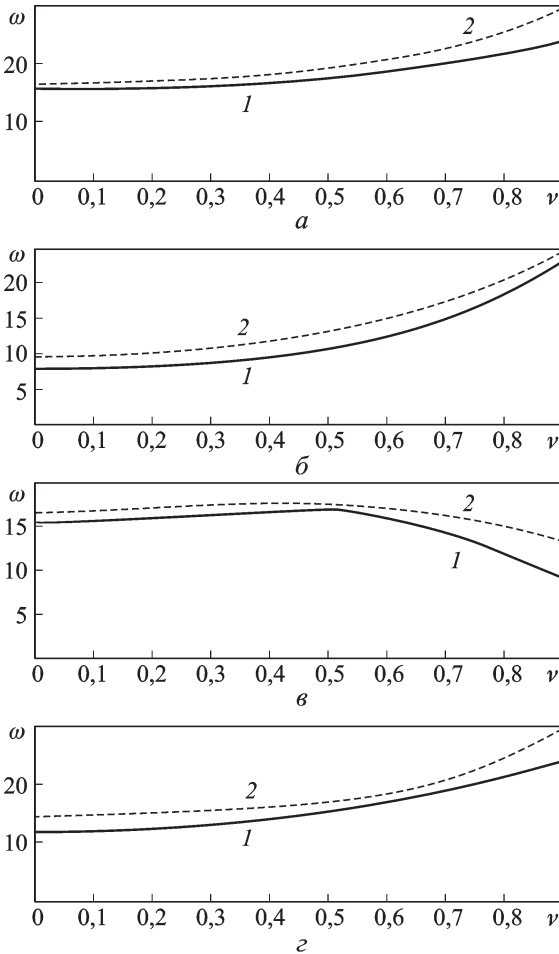
Из таблицы видно, что значения частот при разных положениях колонны на трубе отличаются незначительно, особенно если колонна удалена от подземных участков. Таким образом, допустимо моделировать участок трубопровода при его ремонте стержнем с навешенными на него неподвижными грузами и пружинами (см. рис. 2).

Результаты расчета частот затухающих колебаний двух низших тонов в зависимости от декремента колебаний  $\nu$  для различных сочетаний параметров системы приведены на рис. 3. Как видно, при увеличении декремента колебаний, учитывающего внутреннее трение, до



**Значения частот затухающих колебаний трех первых тонов в зависимости от  
длин участков, примыкающих к подземным при  $c_j = 2 \cdot 10^6$  Н/м;  
 $k = 3,5 \cdot 10^3$  Н/м<sup>2</sup>;  $\nu = 0,0001$**

Частота, с <sup>-1</sup>	Длина участка, примыкающего к подземному, м					
	$l_2 = 10,$ $l_9 = 40$	$l_2 = 15,$ $l_9 = 35$	$l_2 = 20,$ $l_9 = 30$	$l_2 = 30,$ $l_9 = 20$	$l_2 = 35,$ $l_9 = 15$	$l_2 = 40,$ $l_9 = 10$
$\omega_1$	13,0471	14,3251	15,1511	15,2544	14,4112	13,0831
$\omega_2$	15,9783	16,1051	16,4616	16,3222	15,9854	15,9378
$\omega_3$	20,2589	20,2535	20,3255	20,3244	20,2473	20,2401



**Рис. 3. Графики зависимости собственных частот  $\omega_1$  (1) и  $\omega_2$  (2) от декремента колебаний  $\nu$  при  $l_{\text{подз}} = 50$  м (а, б) и 30 м (в, з): коэффициент жесткости грунта  $k_1 = k_{10} = 3,5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> (а, в) и  $3,5 \times 10^3$  Н/м<sup>2</sup> (б, з)**

значения  $\nu = 0,7$  частоты собственных колебаний возрастают при учитываемой длине подземных участков  $l_{\text{подз}} = 50$  м. Однако это увеличение для “жестких” ( $k_1 = k_{10} = 3,5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>) грунтов составляет около 80 %, в то время как для “мягких” ( $k_1 = k_{10} = 3,5 \cdot 10^3$  Н/м<sup>2</sup>) грунтов

частоты увеличиваются более чем в 2 раза. При учитываемой длине подземных участков  $l_{\text{подз}} = 30$  м для “жестких” грунтов частоты затухающих колебаний возрастают до значения  $\nu = 0,5$ , а затем начинают уменьшаться. Для “мягких” грунтов частоты, как и ранее, увеличиваются более чем в 2 раза. Таким образом, для “мягких” грунтов высокочастотные колебания затухают быстрее, чем низкочастотные при любой учитываемой длине подземных участков. Для “жестких” грунтов при расчетах частот с учетом внутреннего трения нужно полагать длину подземных участков  $l_{\text{подз}} \geq 50$  м. Внешнее сопротивление на подземных участках даже при увеличении коэффициента сопротивления в 100 раз (с  $\alpha_1 = \alpha_{10} = 0,001$  до  $\alpha_1 = \alpha_{10} = 0,1$ ) заметного влияния на частоты затухающих колебаний системы не оказывает.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанчук Ю. М. Математическая модель расчета частот собственных колебаний линейной части магистрального газопровода при капитальном ремонте // Изв. вузов. Машиностроение. – 2008. – № 11. – С. 31–44.
2. Ильин М. М., Колесников К. С., Сраотов Ю. С. Теория колебаний. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 272 с.
3. Пановко Я. Г. Механика деформируемого твердого тела: Современные концепции, ошибки и парадоксы. – М.: Наука, 1985. – 288 с.
4. Айнбиндер А. Б., Камерштейн А. Г. Расчет магистральных трубопроводов на прочность и устойчивость. – М.: Недра, 1982. – 341 с.
5. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высш. шк., 1972. – 416 с.

Статья поступила в редакцию 25.09.2009

Юрий Михайлович Степанчук родился в 1947 г., в 1970 г. окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области анализа динамических процессов в сложных механических системах и организации работ по комплексной диагностике состояния трубопроводов при их капитальном ремонте.

Yu. M. Stepanchuk (b. 1947) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1970. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Theoretical Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 publications in the field of analysis of dynamical processes in complex mechanical systems and organization of works on comprehensive diagnostics of pipelines state during their capital repairs.

Вера Александровна Кожевникова родилась в 1981 г., в 2003 г. окончила МГУ им. М.В. Ломоносова. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Теоретическая механика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор пяти научных работ в области топологической структуры многообразия уровней линейных интегралов механических систем и влияния внешнего периодического воздействия на изгибные колебания газопровода при капитальном ремонте.

V. A. Kozhevnikova (b. 1981) graduated from the Lomonosov Moscow State University in 2003. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Theoretical Mechanics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 5 publications in the field of topological structure of variety of levels of mechanical systems’ linear integrals and influence of external periodic action on pipeline’s bending vibration during capital repairs.