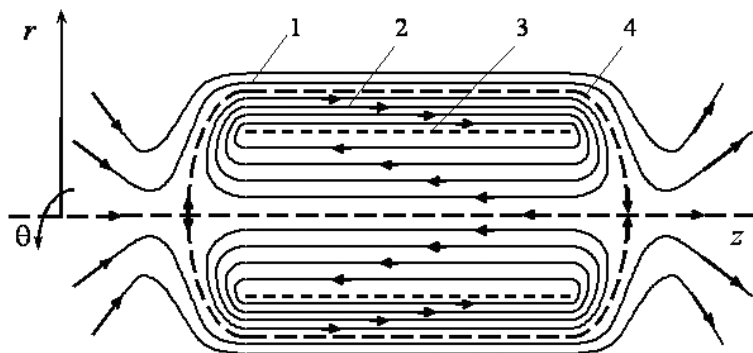


## О НЕУСТОЙЧИВОСТЯХ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ПЛАЗМЫ ОБРАЩЕННОЙ МАГНИТНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

*В электростатическом приближении на основе решения системы уравнений Власова–Пуассона путем интегрирования по невозмущенным траекториям проанализирована возможность развития бесстолкновительных дрейфовых неустойчивостей в плазме обращенной магнитной конфигурации. Получено дисперсионное уравнение, описывающее дрейфовые неустойчивости, связанные с градиентами плотности плазмы, ионной и электронной температур. Анализ результатов показал, что для типичных условий обращенной магнитной конфигурации развитие ионной температурно-градиентной неустойчивости может быть ограничено из-за конечной длины области плазмы в установке, но выполняется необходимое условие для развития электронной температурно-градиентной неустойчивости.*

Обращенная магнитная конфигурация (FRC, field reversed configuration) [1, 2] — цилиндрически симметричная магнитная ловушка с высоким отношением давления плазмы к давлению магнитного поля  $\beta$ . В FRC давление плазмы максимально на нейтральной линии (магнитной оси), где магнитное поле  $B = 0$  (рис. 1). Плазма практически полностью расположена в области замкнутых силовых линий магнитного поля, ограниченной сепаратрисой, за которой находится область открытых силовых линий. Магнитное поле FRC обычно считается чисто полоидальным. Это означает, что силовые линии лежат в плоскости  $r - z$ , а тороидальная составляющая магнитного поля (вдоль азимута  $\theta$ ), как правило, отсутствует.

Одна из важных проблем FRC — это аномально высокий уровень транспорта частиц и энергии поперек магнитного поля. В настоящее



**Рис. 1.** Магнитная конфигурация FRC (на примере модели “рейстрек”):

1 — область открытых силовых линий, 2 — область замкнутых силовых линий, 3 — нейтральный слой ( $B = 0$ ), 4 — сепаратриса

время нет однозначного понимания в вопросе о том, какие неустойчивости вызывают аномальный транспорт в FRC. В некоторых работах для анализа аномального транспорта рассматривались теории, основанные на дрейфово-диссипативных неустойчивостях [3–5]. Однако, согласно работе [5], этот тип неустойчивостей не должен развиваться в FRC. Большое количество теоретических работ посвящено анализу ниже-гибридных дрейфовых неустойчивостей в FRC [6–9], так как такой тип неустойчивостей наблюдался в тэта-пинчах — разрядах, близких по свойствам к FRC. Однако ряд экспериментальных данных не подтверждает наличия такого рода неустойчивостей в FRC [10, 11]. Достаточно подробные данные о колебаниях в поверхностном слое FRC-плазмы приведены только в работе [10], посвященной экспериментам на установке TRX-2, но на вопрос о типе колебаний однозначный ответ не дан.

В настоящей работе рассматриваются дрейфовые неустойчивости в поверхностном слое FRC-плазмы. Под поверхностным слоем здесь понимается тонкий слой вблизи сепаратрисы, в котором возможно существование электростатических волн. В данной работе применительно к FRC анализируется возможность развития бесстолкновительных дрейфовых неустойчивостей, связанных с градиентом плотности плазмы, ионной (ITG) и электронной (ETG) температурно-градиентных неустойчивостей. Анализ выполнен в электростатическом приближении на основе решения системы уравнений Власова–Пуассона интегрированием по невозмущенным траекториям. В результате получено дисперсионное уравнение для указанных типов неустойчивостей.

Из анализа экспериментальных данных, приведенных в работах [4, 8, 10–15], следует, что для FRC-экспериментов типичны радиус сепаратрисы  $a \approx 0,15$  м, внешнее магнитное поле  $B_0 \approx 0,1$  Тл, температура  $T_t = T_i + T_e \approx 400$  эВ ( $T_i$  — температура ионов,  $T_e$  — температура электронов), вблизи сепаратрисы  $\beta \approx 0,5$ ; время удержания энергии  $\tau_E$  и магнитного потока  $\tau_\phi$  имеют порядок времени удержания частиц  $\tau_N$ . Как правило,  $T_i \approx 2T_e$ , но в некоторых режимах  $T_i \gg T_e$ . Для FRC также характерно, что масштаб градиента электронной температуры  $L_{T_e} = T_e/|\nabla T_e|$  имеет порядок масштаба градиента концентрации  $L_n = n/|\nabla n|$ , а масштаб градиента ионной температуры  $L_{T_i} = T_i/|\nabla T_i|$  значительно больше  $L_n$ , т.е.  $\eta_e = L_n/L_{T_e} \sim 1$ ;  $\eta_i = L_n/L_{T_i} \ll 1$ . Следовательно, логично предположить, что рассматриваемые неустойчивости должны заметнее проявляться в ETG-, чем в ITG-пределе.

Так как в подавляющем большинстве случаев силовые линии магнитного поля в FRC не перекрещиваются (нет магнитного шира, характерного, например, для конфигураций токамаков и стеллараторов),

то неустойчивости рассматриваемых типов могут развиваться только при ненулевой продольной составляющей волнового вектора  $k_{||}$ . В этом случае важное ограничение на неустойчивость накладывается конечной длиной плазмы вдоль линий магнитного поля. Для плазменной конфигурации с характерным размером  $L$  вдоль линий магнитного поля продольное волновое число  $k_{||}$  должно удовлетворять условию  $2\pi/k_{||} < L$  или (в безразмерном виде)

$$k_{||}L_n > \frac{2\pi L_n}{L}. \quad (1)$$

Главная цель настоящей работы заключается в том, чтобы на основе условия (1) выяснить типы бесстолкновительных дрейфовых неустойчивостей (в рамках электростатического приближения), которые могут развиваться при значениях параметров плазменной конфигурации ( $\eta_i, \eta_e$ , отношения температур  $T_e/T_i$ ), характерных для FRC. Область волновых чисел, характерная для ETG, в рамках проводимого исследования представляет наибольший интерес, так как выполнение условия (1) для относительно мелкомасштабной ETG-неустойчивости видимо обеспечивается с большей вероятностью, чем для ITG-неустойчивости.

**Дисперсионное уравнение.** Для получения дисперсионного уравнения использованы стандартный подход теории малых возмущений и интегрирование по невозмущенным траекториям [16]. Возмущенная часть функции распределения частиц сорта  $\alpha$  ( $\alpha = i, e$  означает соответственно ионы и электроны) с учетом принятых допущений имеет вид

$$f_{1\alpha} = -\frac{q_\alpha \varphi}{k_B T_\alpha} f_{0\alpha} + \frac{\omega + \omega_{*\alpha} \left[ 1 + \eta_\alpha \left( \frac{m_\alpha v^2}{2k_B T_\alpha} - \frac{3}{2} \right) \right]}{\omega - k_{||} v_{||}} J_0^2(\Lambda_\alpha) \frac{q_\alpha \varphi}{k_B T_\alpha} f_{0\alpha}, \quad (2)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $q_\alpha$  — заряд частицы;  $m_\alpha$  — масса частицы;  $\omega_{*\alpha} = k_\perp \frac{k_B T_\alpha}{q_\alpha B L_n}$  — частота диамагнитного дрейфа;  $\Lambda_\alpha = \frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{c\alpha}}$ ;  $\omega_{c\alpha}$  — циклотронная частота частицы;  $J_0$  — функция Бесселя;  $v$  — скорость частицы;  $v_\perp$  — поперечная (по отношению к магнитному полю) и  $v_{||}$  — продольная составляющие скорости;  $k_\perp$  — поперечная и  $k_{||}$  — продольная компоненты волнового вектора;  $\omega$  — частота (комплексная) волны;  $\varphi$  — скалярный потенциал волны;  $f_{0\alpha}$  — невозмущенная функция распределения.

Так как для рассматриваемых дрейфовых волн  $kr_D \ll 1$  ( $r_D$  — дебаевский радиус), то вместо уравнения Пуассона используется условие квазинейтральности

$$\sum_{\alpha=i,e} q_\alpha \int f_{1\alpha} d^3v = 0. \quad (3)$$

Интегрируя соотношение (2) по скоростям, находим отношение возмущения концентрации частиц сорта  $\alpha$  к невозмущенному значению

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{n}_\alpha}{n_\alpha} = & -\frac{q_\alpha \varphi}{k_B T_\alpha} - \frac{q_\alpha \varphi}{k_B T_\alpha} \left\{ \left[ 1 + \frac{\omega_{*\alpha}}{\omega} \left( 1 - \frac{3}{2} \eta_\alpha \right) \right] \Gamma_0(b_\alpha) \xi_\alpha Z(\xi_\alpha) + \right. \\ & + \frac{\omega_{*\alpha}}{\omega} \eta_\alpha \Gamma_0(b_\alpha) \xi_\alpha [\xi_\alpha + \xi_\alpha^2 Z(\xi_\alpha)] + \\ & \left. + \frac{\omega_{*\alpha}}{\tilde{\omega}} \eta_\alpha [\Gamma_0(b_\alpha) + b_\alpha \Gamma_1(b_\alpha) - b_\alpha \Gamma_0(b_\alpha)] \xi_\alpha Z(\xi_\alpha) \right\}. \quad (4) \end{aligned}$$

Здесь  $\Gamma_n(b) = I_n(b) \exp(-b)$ ;  $I_n(b)$  — модифицированные функции Бесселя;  $b_\alpha = k_\perp^2 \rho_{T\alpha}^2$ ;  $\rho_{T\alpha} = m_\alpha v_{T\alpha} / (|q_\alpha| B)$  — ларморовский радиус, вычисляемый по тепловой скорости частиц данного сорта;

$$Z(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2} du}{u - \xi} \quad (5)$$

— плазменная дисперсионная функция, аргумент которой для частиц сорта  $\alpha$  равен  $\xi_\alpha = \frac{\omega}{k_{\parallel} \sqrt{2k_B T_\alpha / m_\alpha}}$ .

Используя условие квазинейтральности (3), получаем дисперсионное уравнение для дрейфовых волн в виде

$$\begin{aligned} 1 + & \left[ 1 - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \left( 1 - \frac{3}{2} \eta_e \right) \right] \xi_e Z(\xi_e) \Gamma_0(b_e) - \\ & - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \eta_e \xi_e [\xi_e + \xi_e^2 Z(\xi_e)] \Gamma_0(b_e) - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \eta_e \xi_e Z(\xi_e) \Gamma_0(b_e) - \\ & - \frac{\omega_{*e}}{\omega} \eta_e \xi_e Z(\xi_e) b_e [\Gamma_1(b_e) - \Gamma_0(b_e)] = \\ & = -\tau \left\{ 1 + \left[ 1 + \frac{\omega_{*i}}{\omega} \left( 1 - \frac{3}{2} \eta_i \right) \right] \xi_i Z(\xi_i) \Gamma_0(b_i) + \right. \\ & + \frac{\omega_{*i}}{\omega} \eta_i \xi_i [\xi_i + \xi_i^2 Z(\xi_i)] \Gamma_0(b_i) + \frac{\omega_{*i}}{\omega} \eta_i \xi_i Z(\xi_i) \Gamma_0(b_i) + \\ & \left. \frac{\omega_{*i}}{\omega} \eta_i \xi_i Z(\xi_i) b_i [\Gamma_1(b_i) - \Gamma_0(b_i)] \right\}, \quad (6) \end{aligned}$$

где  $\tau = T_e/T_i$ ; чтобы подчеркнуть различие в знаках ионных и электронных слагаемых обозначено  $\omega_{*e} = k_{\perp} \frac{k_B T_e}{e B L_n} > 0$ .

Дисперсионное уравнение (6) при  $k_{\perp} \rho_{T_i} < 1$ ;  $k_{\perp} \rho_{T_e} \ll 1$  соответствует ITG-пределу, а при  $k_{\perp} \rho_{T_i} \gg 1$ ;  $k_{\perp} \rho_{T_e} > 1$  — ETG-пределу. Кроме того, оно описывает дрейфовую неустойчивость, вызываемую градиентом плотности плазмы [17] (ранее называемую “универсальной”). Отметим, что входящие в дисперсионное уравнение (6) функции  $Z(\xi_{\alpha})$  для ионов и электронов находили численным интегрированием, не прибегая к аппроксимациям для предельных случаев.

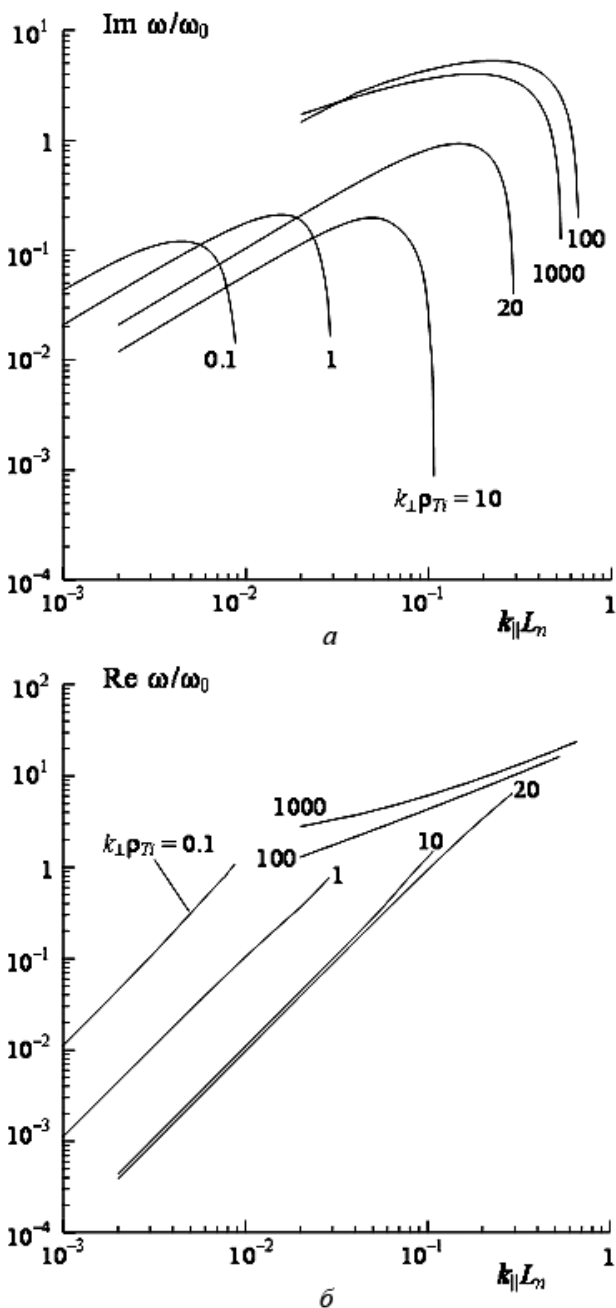
**Результаты расчетов и обсуждение.** Результаты расчетов представлены на рис. 2–5; в расчетах принято  $\eta_i = 0,1$ ;  $\eta_e$  изменялось в пределах от 1 до 2; рассмотрены случаи  $\tau = 0,5$  (электронная температура в два раза ниже ионной) и  $\tau = 0,1$  (горячие ионы, холодные электроны).

На рис. 2 для мод с различными безразмерными поперечными волновыми числами  $k_{\perp} \rho_{T_i}$  приведены примеры зависимостей инкремента  $\text{Im}\omega$  и действительной частоты  $\text{Re}\omega$  от безразмерного продольного волнового числа  $k_{\parallel} L_n$ . В качестве масштаба частоты и инкремента принята величина

$$\omega_0 = \frac{k_B T_i}{e B L_n \rho_{T_i}}. \quad (7)$$

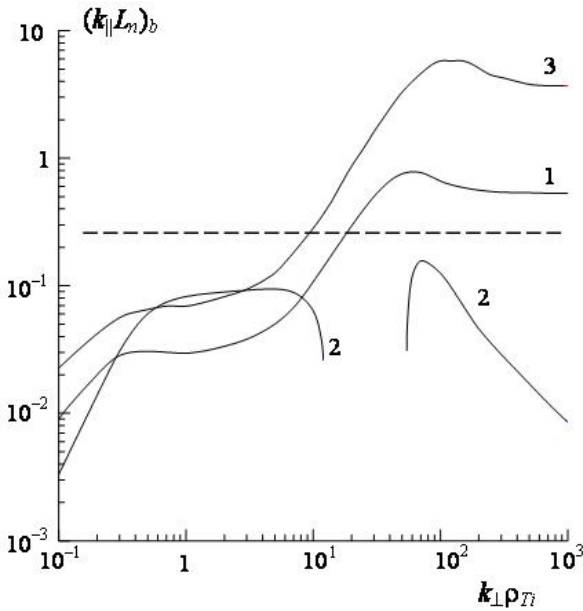
Как видно из рис. 2, неустойчивость может развиваться в диапазоне продольных волновых чисел, ограниченном сверху. Соответствующее граничное безразмерное продольное волновое число обозначено  $(k_{\parallel} L_n)_b$ . Его значения для мод с различными  $k_{\perp} \rho_{T_i}$  приведены на рис. 3.

Вместе с тем продольное волновое число должно удовлетворять условию (1). Для FRC, имеющих форму, близкую к сферической,  $L_n \sim a/2$ ,  $L \sim \pi a$  и из условия (1) следует, что неустойчивость может развиваться при  $k_{\parallel} L_n > 1$ . В случае вытянутой конфигурации область существования неустойчивости расширяется. Так, при  $L \sim 10a$  неустойчивость будет развиваться уже при  $k_{\parallel} L_n > 0,3$ . Следовательно, эффект стабилизации конечной длиной силовых линий наиболее заметно сказывается для не слишком вытянутых конфигураций. На рис. 3 сплошными линиями показана верхняя граница области существования неустойчивости, определенная из решения дисперсионного уравнения. Штриховой линией обозначена условная нижняя граница неустойчивости, соответствующая выполнению условия (1) в типичных условиях FRC. Как видно из рис. 3, для характерных параметров FRC условие (1) может выполняться в области относительно больших поперечных волновых чисел ( $k_{\perp} \rho_{T_i} \gtrsim 10^2$ ,  $k_{\perp} \rho_{T_e} > 1$ ), характерных для ETG-неустойчивости.

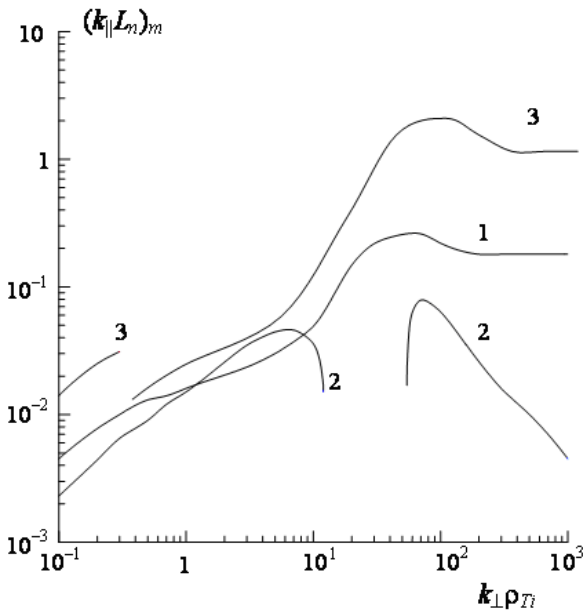


**Рис. 2.** Инкременты (а) и действительные частоты (б) мод с различными  $k_{\perp} \rho_{Ti}$  в зависимости от  $k_{\parallel} L_n$ :  
 $\eta_e = 2, \eta_i = 0, 1, \tau = 0, 5$

Значения  $(k_{\parallel} L_n)_m$ , соответствующие максимальному инкременту при заданном  $k_{\perp} \rho_{Ti}$ , приведены на рис. 4, а максимальные инкременты в зависимости от  $k_{\perp} \rho_{Ti}$  — на рис. 5. Отметим, что при неустойчивости характерные значения инкремента  $\gamma \sim 10\omega_0$  (см. рис. 5).



**Рис. 3.** Граничные значения безразмерного продольного волнового числа  $k_{\parallel}L_n$  для мод с различными  $k_{\perp}\rho_{Ti}$ :  
 1 –  $\eta_e = 2, \eta_i = 0, 1, \tau = 0, 5$ ; 2 –  $\eta_e = 1, \eta_i = 0, 1, \tau = 0, 5$ ; 3 –  $\eta_e = 2, \eta_i = 0, 1, \tau = 0, 1$



**Рис. 4.** Значения  $k_{\parallel}L_n$ , соответствующие максимальному инкременту при заданном  $k_{\perp}\rho_{Ti}$ , в зависимости от  $k_{\perp}\rho_{Ti}$ :  
 1, 2, 3 – см. рис.3. В случае 3 разрыв связан с немонотонностью зависимости инкремента от  $k_{\parallel}L_n$

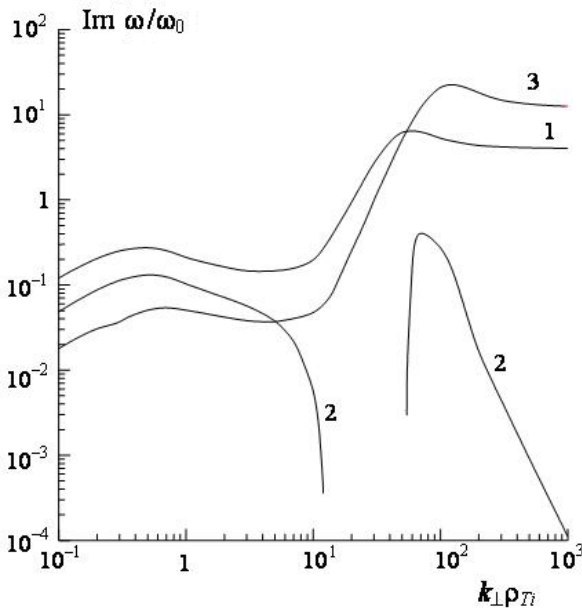


Рис. 5. Зависимость максимального инкремента от  $k_{\perp}\rho_{Ti}$  (1, 2, 3 – см. рис. 3)

Из анализа результатов расчетов следует, что в условиях FRC-экспериментов развитие ITG-неустойчивости, видимо, ограничено конечной длиной установки.

Оценим корректность использования электростатического приближения. Пренебрегая электромагнитными эффектами (вихревой составляющей поля волны) для частиц сорта  $\alpha$ , предполагаем, что  $v_{T\alpha}A \ll \varphi$ , где  $v_{T\alpha} = \sqrt{k_B T_{\alpha}/m_{\alpha}}$ ;  $A$  – вектор-потенциал. Из закона Ампера можно оценить величину  $k^2 A \sim \mu_0 \sum_{\alpha=i,e} q_{\alpha} \int v f_{1\alpha} d^3 v \sim \mu_0 e n_e v_{Te}$ .

Следовательно  $v_{T\alpha}A \sim \frac{\mu_0 e^2 n_e v_{Te} v_{T\alpha}}{k_{\perp}^2 k_B T_e} \varphi$ . Тогда условие применимости электростатического приближения ( $v_{T\alpha}A \ll \varphi$ ) выполняется при

$$\beta_e = \frac{2\mu_0 n_e k_B T_e}{B^2} \ll 2(k_{\perp}\rho_{Te})^2 \frac{v_{Te}}{v_{T\alpha}}. \quad (8)$$

В FRC на сепаратрисе  $\beta_e \sim 0,2$ . В случае ITG для электронов обычно выполняется адиабатическое приближение, т.е.  $f_{1e} \approx \frac{e\varphi}{k_B T_e} f_{0e}$ . Поэтому для электронов выполнение условия (8) необязательно. В случае ITG-неустойчивости условие (8) для ионов не выполняется, но выполняется как для ионов, так и для электронов при  $k_{\perp}\rho_{Te} > 1$ , т.е. в области, характерной для ETG-неустойчивости. Таким образом, в диапазоне выполнения условия (1) электростатическое приближение можно считать оправданным для FRC.

Предварительные расчеты показали, что ETG-решения, полученные в приближении адиабатического отклика ионов  $n_i \sim /n_i =$



$= -q\varphi/(k_B T_i)$ , практически совпадают с решениями дисперсионного уравнения (6) при  $k_{\perp} \rho_{T_i} > 20$ . Отметим, что ITG-решения, для которых электроны считаются адиабатическими ( $n_e^{\sim}/n_e = e\varphi/(k_B T_e)$ ), даже при  $k_{\perp} \rho_{T_i} \ll 1$  существенно отличаются от решений уравнения (6). Указанные особенности связаны со специфическими значениями параметров, характерными для плазмы FRC ( $\eta_e \sim 1$ ,  $\eta_i \ll 1$ ,  $T_e/T_i \lesssim 0,5$ ). Таким образом, полученные решения, видимо, нельзя отождествлять ни с ITG-, ни с ETG-неустойчивостями. Параметры полученной неустойчивости ближе к электронной моде, но в области  $k_{\perp} \rho_{T_e} \sim 1$  ионный вклад существенно влияет на результат.

Применительно к условиям эксперимента на TRX-2 [10] расчеты показали, что максимальные инкременты соответствуют поперечным волновым числам  $k_{\perp} \sim 100 \text{ см}^{-1}$  и частотам около 10 МГц (в TRX-2 наблюдались колебания в области  $30 \dots 240 \text{ см}^{-1}$  и  $10 \dots 40 \text{ МГц}$ ).

Наиболее важный результат — это то, что необходимое условие развития неустойчивости выполняется в области параметров ETG-неустойчивости, которая до настоящего времени не обсуждалась применительно к плазме FRC. Удовлетворительное согласие результатов расчетов и экспериментов позволяет высказать обоснованное предположение, что неустойчивости ETG-типа могут быть причиной турбулентного транспорта в FRC. Поэтому представляется важным их дальнейший подробный анализ с учетом электромагнитной составляющей, кривизны силовых линий и других факторов.

*Авторы выражают признательность профессору А.В. Тимофееву за обсуждение и полезные замечания.*

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 08-08-00459-а и МК-2082.2008.8 Совета по грантам Президента РФ.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куртмуллаев Р.Х., Малютин А.И., Семенов В.Н. Компактный тор // Итоги науки и техники. Физика плазмы. Т. 7. — М.: ВИНТИ, 1985. — С. 80–135.
2. Tuszewski M. // Nucl. Fusion. — 1988. — V. 28. — P. 2033–2092.
3. Kral N. A. // Phys. Fluids. — 1987. — V. 30, no. 3. — P. 878–883.
4. Kral N. A. // Phys. Fluids. — 1989. — V. B 1, no. 9. — P. 1811–1817.
5. Sobehart J. R., Farenго R. // Phys. Fluids. — 1990. — V. B 2, no. 12. — P. 3208.
6. Kral N. A. // Phys. Fluids. — 1989. — V. B 1, No 11. — P. 2213–2216.
7. Huba J. D., Drake J. F., Gladd N. T. // Phys. Fluids. — 1980. — V. 23, no. 3. — P. 552–561.
8. Hoffman A. L., Slough J. T. // Nucl. Fusion. — 1993. — V. 33. — P. 27–38.
9. Davidson R. C., Kral N. A. // Nucl. Fusion — 1977. — V. 17. — P. 1313.
10. Carlson A. W. // Phys. Fluids. — 1987. — V. 30, — no. 5. — P. 1497–1509.

11. Okada S., Ueki S., Himura H., Goto S. // Trans. Fusion Technol. – 1995. – V. 27. – P. 341.
12. Rej D. J., Barnes G. A., Baron M. H., et al. // Nucl. Fusion. – 1990. – V. 30. – P. 1087–1094.
13. Hoffman A. L., Slough J. T., Steinhauer L. C. et al. // Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 11th Int. Conf.). – V. 2, IAEA, Vienna, 1987. – P. 541–549.
14. Steinhauer L. FRC data digest. in US-Japan workshop on FRC, Niigata, 1996.
15. Kitano K., Matsumoto H., Yamana K., et al., in Proc. of 1998 Int. Congress on Plasma Physics & 25th EPS Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics, Prague, 1998.
16. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. – М.: Мир, 1975.
17. Кадомцев Б. Б., Тимофеев А. В. // ДАН СССР. – 1962. – Т. 146, – № 3. – С. 581–584.

Статья поступила в редакцию 6.05.2008

Владимир Иванович Хвесьюк родился в 1940 г., окончил в 1963 г. МАИ им. С. Орджоникидзе и в 1968 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой “Теплофизика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ, в том числе трех монографий, в области физики и технических приложений низкотемпературной и высокотемпературной плазмы.

V.I. Khvesiuk (b. 1940) graduated from Moscow Aviation Institute n.a. S. Ordzhonikidze in 1963 and Lomonosov Moscow State University in 1968. D. Sc. (Eng.), professor, head of “Thermal Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications, among them 3 monographs, in the field of plasma physics and technical applications of low and high temperature plasma.



Алексей Юрьевич Чирков родился в 1976 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2000 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Теплофизика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 50 научных работ в области физики плазмы.

A.Yu. Chirkov (b. 1976) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2000. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Thermal Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of about 50 publications in the field of plasma physics.