

Светлана Петровна Бабенко родилась в 1937 г., окончила в 1960 г. Московский государственный педагогический институт им. В.И. Ленина. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 65 научных работ.

S.P. Babenko (b. 1937) graduated from the Lenin Moscow State Pedagogical Institute in 1960. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Physics” department of the Bauman State Technical University. Author of 65 publications.

Андрей Валентинович Бадьин родился в 1970 г., окончил в 1992 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник кафедры математики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. Автор 12 научных работ.

A.V. Badiin (b. 1970) graduated from the Lomonosov Moscow State University in 1992. Ph. D. (Phys.-Math.), senior researcher of department of mathematics of Physical faculty of the Lomonosov Moscow State University. Author of 12 publications.

---

УДК 533.95

В. И. Х в е с ю к

## ДРЕЙФОВО-ВОЛНОВОЙ ТРАНСПОРТ ЧАСТИЦ ПЛАЗМЫ

*В гидродинамическом пределе (малое значение ионного циклотронного радиуса) предлагается модель аномального транспорта в неоднородной плазме, вызываемого дрейфовой волной. На основе этой модели для изотермической бесстолкновительной плазмы в однородном магнитном поле в предположении постоянства градиента концентрации показано, что для потока частиц, формируемого дрейфовой волной, выполняется соотношение  $\vec{\Gamma} = -\tilde{D}_{\perp} \vec{\nabla} n$ , которое обычно постулируется как диффузия Бома. Получены выражения для  $\tilde{D}_{\perp}$ . В отличие от известной формулы Бома эти выражения содержат как параметры замагниченной плазмы (температуру, магнитную индукцию, характерную длину неоднородности плазмы  $L_n$ ), так и параметры дрейфовой волны (амплитуду, волновой вектор), а также безразмерный параметр  $\xi$  — отношение фазовой скорости волны к тепловой скорости ионов. Зависимость  $\tilde{D}_{\perp}$  от температуры и напряженности магнитного поля такая же, как в формуле Бома. С привлечением дополнительных предположений показано, что модель способна объяснить некоторые наблюдаемые экспериментально особенности транспорта примесей плазмы — явление нелокальности транспортных процессов и так называемая “баллистическая” (быстрая) диффузия.*

Известно, что дрейфовые низкочастотные волны в значительной степени определяют транспорт поперек магнитного поля в высокотемпературной замагниченной плазме [1]. Однако до сих пор неясен механизм, позволяющий заряженным частицам столь быстро, как это следует из эксперимента, смещаться поперек магнитного поля. В настоящее время очевидно, что не может быть универсальных формул

для описания транспортных свойств плазмы, так как на их величину существенное влияние оказывают, например, геометрия магнитного поля, наличие сильных неоднородных электрических полей и ряд других факторов.

Несмотря на это, до сих пор для самых разных условий исходным при обсуждении аномального транспорта в высокотемпературной замагниченной плазме служит постулируемое выражение потока частиц в виде  $\vec{\Gamma} = -D_{\perp} \vec{\nabla} n$ . При этом в качестве коэффициента диффузии  $D_{\perp}$  используется выражение, представляемое формулой [1]

$$D_{\perp B} \cong \frac{k_B T_e}{q B_0}, \quad (1)$$

предложенной в 1946 г. Д. Бомом для объяснения экспериментов по электродуговой низкотемпературной плазме в магнитном поле;  $k_B$  — постоянная Больцмана.

Экспериментальные исследования на современных термоядерных установках (главным образом, на токамаках) показывают, что коэффициенты диффузии плазмы примерно на два-три порядка меньше, чем предсказываемые формулой (1). Для обеспечения в пределах порядка величин согласия данных теории и эксперимента исходная формула была модифицирована. Новая версия коэффициента диффузии названа дрейфово-волновым, или гиро-бомовским коэффициентом диффузии [1]

$$D_{dw} = \left( \frac{\rho_s}{L_n} \right) \left( \frac{k_B T_e}{q B_0} \right), \quad (2)$$

где  $\rho_s = \frac{\sqrt{M k_B T_e}}{q B_0}$ ,  $L_n^{-1} = (1/n_0) (dn_0/dx)$ ,  $M$  — масса иона. Часто вместо  $L_n$  в последней формуле используется величина  $a$  — малый радиус токамака:

$$\rho_* = \frac{\rho_s}{a}.$$

Оценки показывают, что  $\rho_* \approx 10^{-3} \dots 10^{-2}$ .

Из сказанного, с одной стороны, следует предположение, что диффузия Бома связана с дрейфовыми волнами в плазме, с другой — значения коэффициента (1) не согласуются с современными экспериментальными данными. Данная работа представляет собой попытку установить связь аномального транспорта с распространяющимися в плазме дрейфовыми волнами и получить соответствующее выражение для коэффициента диффузии.

Исходя из сильно упрощенной картины процессов в плазме с неоднородной плотностью, предложена модель транспортных процессов, основанная на учете особенностей низкочастотных дрейфовых волн.

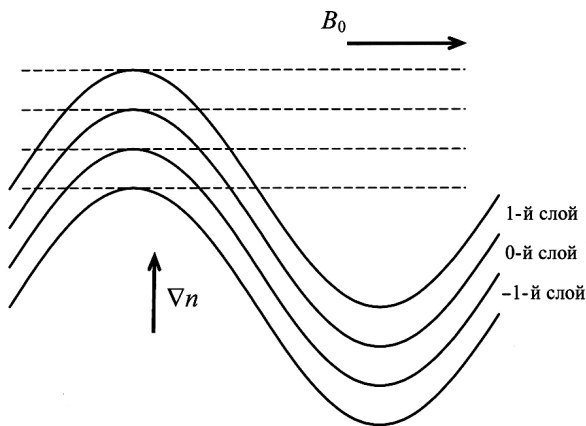
Модель позволяет вывести формулу для потока частиц плазмы поперек магнитного поля под действием низкочастотной дрейфовой волны. В гидродинамическом пределе (малая величина ионного циклотронного радиуса  $\rho_{ci}$  в сравнении с параметрами дрейфовой волны) для плазмы в однородном магнитном поле показано, что выражение для конвективного потока плазмы  $\vec{\Gamma}$  совпадает с известным выражением для бомовской диффузии:  $\vec{\Gamma} = -\tilde{D}_{\perp} \vec{\nabla} n$ .

Получено выражение для величины  $\tilde{D}_{\perp}$ , отличающееся от формулы Бома наличием в нем параметров дрейфовой волны. Это выражение выведено для простейших условий и не претендует на универсальность. Более того, данная попытка подразумевает возможность в дальнейшем выработки алгоритмов, позволяющих учитывать влияние на транспорт факторов, которые здесь не рассматриваются.

В приближении относительно малой концентрации примесей в плазме обсуждаются особенности их диффузии. В соответствии с некоторыми экспериментальными данными [2], скорость их диффузии оказывается аномально высокой. Предложенная модель объясняет это явление и позволяет получить оценки, качественно согласующиеся с данными эксперимента. В приближении сильно нелинейного профиля концентрации примеси показано, что в рамках данной модели возможно получить формулы, описывающие нелокальный транспорт частиц.

**Модель транспорта плазмы поперек магнитного поля под действием низкочастотной дрейфовой волны.** Рассматривается простейший случай неоднородной покоящейся плазмы, представляющей собой плоский слой, параллельный  $yOz$ . Магнитное поле направлено вдоль оси  $Oz$ . Плотность плазмы переменна в направлении оси  $Ox$ , температуры электронов и ионов равны и постоянны во всем объеме. Направление и величина магнитного поля постоянны, внешнее электрическое поле отсутствует. Подобная картина приблизительно соответствует, например, открытым магнитным системам [3] или так называемым обращенным магнитным конфигурациям [4]. Не учитывается конечность ионного циклотронного радиуса (гидродинамическое приближение).

Плоский слой невозмущенной плазмы представляется в виде набора достаточно тонких в направлении  $Ox$  слоев, параллельных  $yOz$ , плотность в каждом из которых считается постоянной, но различной в разных слоях (рисунок). Толщина  $h$  каждого такого слоя предполагается заметно меньшей, чем длина волны вдоль магнитного поля  $\lambda_z$  и пространственная амплитуда  $\tilde{a}$  волны. Подобная модель плазмы позволяет просто анализировать происходящие процессы. Действие набора большого числа мод, одновременно распространяющихся в плазме, заменяется одной модой, имеющей определенные параметры. Такое



**Дрейфовая волна: сплошные линии — границы слоев плотности; штриховые — границы магнитных слоев**

одномодовое приближение используется в силу обстоятельств, обсуждаемых ниже. Считается, что в образовании волны участвует вся плазма, а наблюдаемое возмущение плотности  $\delta n$  определяется амплитудой волны.

При возмущении плазмы и, соответственно, формировании дрейфовой волны каждый из упомянутых слоев частично смещается в область меньшей, чем в рассматриваемом слое, плотности, частично — в область большей плотности. Силовые линии магнитного поля при этом остаются прямолинейными (величина  $\beta$  считается достаточно малой).

Как известно, волновой вектор дрейфовой волны  $\vec{k}$  имеет две составляющих:  $k_{\perp}$ , перпендикулярную магнитному полю, и  $k_z$ , параллельную полю. При этом  $k_z \ll k_{\perp}$ . Наличие составляющей  $k_z$  волнового вектора ведет к обмену частицами между соседними слоями с различной плотностью в возмущенной плазме. В невозмущенной плазме силовые линии совпадают с линиями постоянной плотности плазмы, и обмен частицами между слоями бесстолкновительной плазмы невозможен. При деформации слоев возникает неоднородность плотности вдоль магнитных силовых линий и, соответственно, обмен частицами между соседними слоями благодаря свободному движению заряженных частиц вдоль магнитного поля. В частях слоя, смещенных в область первоначально пониженной плотности, концентрация уменьшается в силу обмена частицами между слоями. Наоборот, в частях слоя, проникших в область первоначально повышенной плотности, концентрация возрастает в сравнении с исходным значением. При этом внутри деформированного слоя отдельные участки изолированы друг от друга благодаря магнитному полю, т.е. обмен частицами отсутствует. Затем происходит смещение частей слоя повышенной плотности

в область в среднем пониженной плотности плазмы, а частей пониженной плотности — в обратном направлении, и новый акт обмена частицами между соседними слоями с различной плотностью. Это смещение поперек магнитного поля обусловлено наличием поперечной составляющей дрейфовой волны  $k_{\perp}$  и вызывается электрическим дрейфом частиц волны. В результате в области в среднем низкой плотности рассматриваемый слой отдает соседнему слою с пониженной плотностью избыточные частицы, а в области высокой плотности аккумулирует из другого соседнего слоя, имеющего повышенную плотность, дополнительные частицы. При этом плотность плазмы вдоль деформированного слоя становится неоднородной; как показано ниже, плотность в среднем повышена в частях слоя, которые движутся из области относительно высокой плотности в область пониженной плотности, и наоборот.

Рассмотренный процесс напоминает работу механического насоса, т.е. дрейфовая волна действует подобно откачивающему устройству, формирующему поток плазмы на стенку вакуумной камеры и обеспечивающему бесстолкновительный транспорт частиц поперек магнитного поля. Характер этого транспорта является по определению конвективным (это перемещение макроскопических частей плазмы, приводящее к переносу массы). С другой стороны, в рамках излагаемых здесь представлений, транспорт частиц носит в высокой степени упорядоченный характер. Это является причиной того, что величина потока частиц линейно зависит от градиента концентрации.

**Вывод выражения для коэффициента диффузии в магнитном поле из анализа размерности.** Как обычно, предполагается, что рассматриваемый поток частиц может быть записан в виде  $\vec{\Gamma} = -\tilde{D}_{\perp} \vec{\nabla} n$  (соответствующий вывод см. далее), и исходной является представленная выше картина, согласно которой дрейфовая волна перемещает в течение каждого полупериода некоторое избыточное количество частиц плазмы на расстояние порядка амплитуды волны  $\tilde{a}$ . Считается, что амплитуда не изменяется со временем. Тогда можно записать приближенное выражение для коэффициента диффузии  $\tilde{D}_{\perp}$ , исходя из представленных выше соображений и используя анализ размерности. Оно имеет вид

$$\tilde{D}_{\perp} \approx \tilde{a}^2 \omega_*,$$

где  $\omega_*$  — дрейфовая частота:

$$\omega_* = k_y \frac{k_B T}{q B_0} L_n^{-1},$$

где  $L_n^{-1} = (1/n_0)(dn_0/dx)$ ,  $k_y = 2\pi/\lambda_{\perp}$ . Подставляя эту формулу в

выражение для  $\tilde{D}_\perp$ , окончательно получим

$$\tilde{D}_\perp = 2\pi \frac{\tilde{a}^2 k_B T}{q L_n B_0 \lambda_\perp} = 2\pi \left( \frac{\tilde{a}}{L_n} \right) \left( \frac{\tilde{a}}{\lambda_\perp} \right) \frac{k_B T}{q B_0}, \quad (3)$$

$\lambda_\perp$  — длина волны, распространяющейся перпендикулярно магнитному полю в направлении  $Oy$ .

Эта формула подобна формуле Бома. Особенностью является наличие характеризующих дрейфовую волну параметров — амплитуды и длины волны, а также характерная длина неоднородности  $L_n$ . Интересно сравнить структуру этой формулы со структурой формулы коэффициента диффузии разреженного газа  $D \sim l_p \langle v \rangle$  (здесь  $l_p$  — длина свободного пробега частиц,  $\langle v \rangle$  — средняя тепловая скорость). В рассматриваемом случае, вместо кинетических параметров молекул газа, в формуле присутствуют параметры дрейфовой волны: амплитуда  $\tilde{a}$  и средняя скорость ее поперечного смещения  $(\tilde{a}/L_n)(k_B T/\lambda_\perp q B_0)$ . Таким образом, с одной стороны, имеется формальная аналогия двух рассматриваемых процессов. С другой, если диффузия есть процесс случайного блуждания, то рассматриваемый процесс в рамках формулируемой модели является существенно упорядоченным.

Наличие в формуле для коэффициента диффузии амплитуды волны делает ее более гибкой; в принципе, это открывает возможность учитывать влияние различных условий на транспорт (перекрещенность силовых линий магнитного поля при переходе вдоль  $Ox$  из одного слоя в другой (шир), сильное радиальное электрическое поле и др.).

Величину  $\tilde{a}$  можно связать с известными данными эксперимента по определению относительных флуктуаций в плазме  $\delta n/n_0$  [1] следующим приближенным соотношением:

$$\frac{\delta n}{n_0} \cong \frac{\tilde{a}}{n_0} \left( \frac{dn_0}{dx} \right) = \frac{\tilde{a}}{L_n},$$

или

$$\tilde{a} \cong \left( \frac{\delta n}{n_0} \right) L_n.$$

Характерные значения  $(\delta n/n_0)$  для токамака *TEXT* приведены в работе [1]. Они составляют  $\delta n/n_0 \sim 10^{-2} \dots 10^{-1}$  при  $L_n \sim 0,3$  м. Соответствующая величина  $\tilde{a} \sim 3 \cdot 10^{-3} \dots 3 \cdot 10^{-2}$  м. Учитывая, что величина циклотронного радиуса ионов для этой установки составляет  $1,5 \cdot 10^{-3}$  м, получаем, что  $\tilde{a} \sim (2 \dots 20) \cdot \rho_{ci}$ . Подобные соотношения получаются и при использовании плазменных параметров токамака *TFTR* [1]. Представленные оценки показывают, что численные величины коэффициента диффузии по формуле (3) несколько ниже (до одного порядка величины) значений  $D_\perp$ , полученных по формуле (1),

но существенно превосходят расчет  $D_{dw}$  по формуле (2). Это связано с нестрогим выводом формулы (3).

Следует иметь в виду, что согласно экспериментальным данным величина  $\delta n/n_0$  существенно зависит от радиуса: она возрастает в сторону периферии плазменного шнура. Заметим, что измеряемые в эксперименте величины флуктуаций плотности и соответствующие оценки значений амплитуды волны в принятом одномодовом приближении на самом деле интегральные величины, которые являются результатом одновременного действия большого количества мод. В этом заключается определенное удобство указанного приближения, а именно, возможность использовать экспериментальные данные  $\delta n/n_0$  для оценки амплитуды волны, но одновременно это вносит некоторую неопределенность в конечный результат. К сожалению, какие-либо экспериментальные данные по флуктуациям плотности или потенциала, возбуждаемые отдельными модами, отсутствуют. Также отсутствуют и гипотезы об оценке количества мод и их распределении в среднем по амплитудам. Поэтому в настоящей работе принято одномодовое приближение.

**Оценка потока частиц в плазме на основе предложенной модели конвективного транспорта плазмы в магнитном поле.** Как отмечалось ранее, одним из возможных механизмов конвективного транспорта при наличии распространяющейся в плазме низкочастотной дрейфовой волны может быть обмен частицами между слоями, имеющими различную плотность, вдоль магнитного поля, благодаря существованию продольного компонента волны. Ниже рассматривается этот процесс.

Исходной является картина, согласно которой плоский слой неоднородной плазмы в однородном магнитном поле разделен на достаточно тонкие слои, в каждом из которых плотность первоначально, до образования дрейфовой волны, постоянна, температура считается постоянной во всем объеме плазмы. Эти слои имеют одинаковую толщину  $h$ , перемещаются вместе с волной и называются слоями плотности. Интерес представляют качественные зависимости, поэтому некоторые факторы, позволяющие уточнить численный результат, не учитываются. Рассматривается обмен частицами между слоями после образования волны, когда все слои плотности имеют синусоидальную форму. Эти оценки проводятся для выделенного из плазмы плоского слоя, параллельного  $xOz$  (т.е. рассматривается параллельная  $k_z$  составляющая волны), с толщиной вдоль  $Oy$ , значительно меньшей длины волны  $\lambda_{\perp}$ . Удобно мысленно разделить полученную после образования волны картину на плоские слои так, чтобы ограничивающие их плоскости касались поверхностей, разделяющих анализируемые слои плотности

на линиях экстремумов. Эти новые слои ориентированы вдоль магнитного поля; далее они называются магнитными слоями и вводятся для удобства анализа обмена частицами вдоль магнитного поля между слоями плотности.

Предполагается, что на первом шаге оценок плотность плазмы во всех слоях плотности остается постоянной, равной исходной плотности, до образования волны. Анализ обмена частицами ведется в предположении, что плазма бесстолкновительная, скорость движения частиц вдоль магнитного поля определяется ионами. Считается, что эта скорость одинакова для всех частиц и равна  $\langle v \rangle = \sqrt{2k_B T/M}$ . Как известно, для дрейфовых волн выполняется условие  $\omega_*/|k_z| \gg \langle v \rangle$ , где  $\omega_*$  — частота дрейфовой волны [5].

Далее накладывается два условия снизу на толщину слоя плотности. Во-первых, она должна быть больше циклотронного радиуса ионов. Во-вторых, для упрощения дальнейших рассуждений, она должна быть такой, чтобы в течение полупериода волны глубина проникновения частиц, движущихся внутрь данного слоя из соседнего со скоростью  $\langle v \rangle$ , была меньше размера слоя вдоль магнитного поля. Здесь следует подчеркнуть, что речь идет не о толщине слоя  $h$ , а о длине вдоль магнитного поля плоской фигуры, образуемой при пересечении слоя плотности с магнитным слоем. Поперечная толщина любого слоя равна  $h$ . В приближении относительно малой амплитуды волны выполняется соотношение  $\lambda_z/\tilde{a} > 1$ . Размер  $l$  составляет примерно  $l \approx h(\lambda_z/\tilde{a})$ . Поэтому условие, что глубина проникновения частиц соседнего слоя внутрь данного в течение полупериода волны меньше размера  $l$ , записывается так:

$$\frac{\sqrt{2k_B T/M}}{2\omega_*} < h \frac{\lambda_z}{\tilde{a}},$$

или, используя обозначения работы [5],

$$\xi = \frac{\omega_*/k_z}{\sqrt{2k_B T/M}} > 1.$$

Окончательно

$$\frac{\tilde{a}}{2\xi\lambda_z k_z} < h.$$

Отсюда следует (при  $\xi \cong 3$ )

$$h > \frac{\tilde{a}}{\pi \cdot 10},$$

где  $\lambda_z$  — длина волны в направлении магнитного поля. Окончательно

$$h > \max[\rho_{ci}, \tilde{a}/\pi \cdot 10].$$



Ранее на примере измерений, выполненных на экспериментальных установках, было показано, что существуют условия, при которых величина амплитуды достаточно велика для выполнения обоих сформулированных требований.

Далее рассматривается, как при поставленных условиях реализуется обмен частицами между соседними слоями. Предполагается, что нулевая линия синусоиды, представляющей рассматриваемую волну, принадлежит слою, плотность плазмы в котором вначале, при отсутствии возмущения, равна  $n_0$ . Этот слой плотности называется нулевым. Сначала анализ проводится для полуволны, где плотность плазмы в среднем выше, чем в нулевом слое. На рисунке этому соответствует пространство над нулевой линией синусоиды. Принимается, что градиент плотности во всей изучаемой области величина постоянная ( $dn_0/dx = \text{const}$ ). В соседнем слое, расположенном выше нулевого (“слой номер один”), плотность выше, и равна  $n_1 = n_0 + h(dn_0/dx)$ . В слое, расположенном ниже нулевого (“слой номер минус один”), соответственно  $n_{-1} = n_0 - h(dn_0/dx)$ . Таким образом, имеем изогнутые слои, которые до момента образования волны были плоскими.

Поставленное выше условие на область значений величины  $h$  позволяет достаточно просто оценить величину потока частиц из верхней в нижнюю часть плазмы. Прежде всего, учитывается, что обмен частицами внутри любого изогнутого слоя плотности отсутствует. Далее, из сформулированных предположений следует, что на наклонных участках синусоиды обмен частицами между нулевым и соседними слоями взаимно компенсируется, т.е. плотность в нем остается постоянной в силу поставленного выше условия на величину  $h$  и постоянства ( $dn_0/dx$ ). Это связано с тем, что увеличение плотности в нулевом слое за счет обмена частицами со слоем (1) в точности равно снижению плотности за счет уменьшения числа частиц в результате обмена со слоем (-1). То же самое касается и любого другого слоя плотности.

Изменение плотности происходит только на участках слоев плотности вблизи экстремумов волны (см. рисунок). Причиной является то, что в этих областях нулевой слой обменивается частицами только с одним слоем. Это либо “слой номер один”, где концентрация выше, чем  $n_0$ , и равна  $n_0 + h(dn_0/dx)$  (верхний слой на рисунке), либо “слой номер минус один”, где концентрация ниже:  $n_0 - h(dn_0/dx)$ . Таким образом, можно сказать, что обмен частицами между соседними слоями в рассматриваемом случае носит локальный характер.

Сначала рассматривается область волны выше нулевой линии, где плотность плазмы в среднем выше, чем  $n_0$ . Фигура, образованная плоскостью и линейчатой поверхностью, определяемой синусоидой,

заменяется прямоугольным параллелепипедом объемом  $lh\delta$ . Для оценки величины потоков частиц в плазме поперек магнитного поля под действием дрейфовой волны рассчитывается изменение полного числа частиц в одной прямоугольной ячейке размером  $lh\delta$  в верхней части каждого слоя плотности. Принимается, что всего на величину амплитуды  $\tilde{a}$  приходится  $s$  таких ячеек. Время существования ячейки оценивается как время перемещения волны на расстояние  $l$

$$\tau = \frac{l}{\omega_*/k_z}.$$

Далее необходимо оценить величину  $\Delta N^+$ , на которую увеличивается за это время число частиц в одной ячейке. В течение времени  $\tau$  через оба торца ячейки вдоль магнитного поля ее покидают частицы с плотностью  $n_0$  и скоростью  $\sqrt{2k_B T/M}$ , а на их место поступают частицы с плотностью  $n_1 = n_0 + h(dn_0/dx)$  и той же скоростью из соседнего слоя. Исходное число частиц в принадлежащей нулевому слою ячейке равно

$$N_0 = 2n_0 h l \delta.$$

Увеличение числа частиц в ячейке  $\Delta N_0^+$  составляет

$$\Delta N_0^+ = 2h^2 \delta \left( \frac{dn_0}{dx} \right) \sqrt{\frac{2k_B T}{M}} \tau = 2h^2 \left( \frac{dn_0}{dx} \right) \sqrt{\frac{2k_B T}{M}} \frac{l \delta}{\omega_*/k_z}.$$

Используем опять безразмерный параметр

$$\xi = \frac{\omega_*/k_z}{\sqrt{2k_B T/M}},$$

для которого обычно выполняется  $\xi \gg 1$ . Получаем

$$\Delta N_0^+ = 2h^2 \left( \frac{dn_0}{dx} \right) \frac{l \delta}{\xi}.$$

Далее следует просуммировать величины  $\Delta N_m^+$  по всем  $s$  ячейкам, относящимся к столбу сечением  $l \delta$  и высотой  $\tilde{a}$ . При этом учитывается, что для постоянного значения  $(dn_0/dx)$  и одинаковых значений  $h$  величины  $\Delta N_i^+$  равны для всех ячеек. Тогда полное увеличение числа частиц в области  $\tilde{a} l \delta$  равно

$$\Delta N_{\Sigma}^+ = 2 \left( \frac{dn_0}{dx} \right) \frac{l \delta}{\xi} s h^2 = 2 \left( \frac{dn_0}{dx} \right) \frac{l \delta}{\xi} \frac{\tilde{a}^2}{s}.$$

Здесь использовано очевидное соотношение  $s h^2 = \tilde{a}^2/s$ . Это количество частиц переносится через площадку  $l \cdot \delta$  в среднем за время  $(2\omega_*)^{-1}$ . При перемещении вместе с волной ячеек в область ниже нулевой линии, где происходит уменьшение числа частиц в исходных

ячейках, получается очевидный результат  $\Delta N_i^- = \Delta N_i^+$ . В результате абсолютная величина потока частиц выражается следующим образом:

$$\Gamma = -\frac{\Delta N_{\Sigma}^+ \cdot 2\omega_*}{l \delta} = -4 \frac{\tilde{a}^2}{\xi \cdot s} \frac{k_B T}{q B_0} \frac{2\pi}{L_n \lambda_{\perp}} \left( \frac{dn_0}{dx} \right) = -\tilde{D}_{\perp} \left( \frac{dn_0}{dx} \right).$$

Наиболее интересным в этом выражении является то, что при исходном положении вывода о конвективном транспорте получен формально диффузионный поток частиц. Это связано с упорядоченностью транспорта, обусловленного действием дрейфовой волны. Действительно, весь вывод выполнен в линейном приближении, поэтому никакие явления перемешивания и другие эффекты, связанные с нелинейными процессами, не были учтены. Таким образом, формула для “коэффициента диффузии” конвективного дрейфового транспорта имеет вид

$$\tilde{D}_{\perp} = \frac{8\pi \tilde{a}^2}{\xi s L_n \lambda_{\perp}} \frac{k_B T}{q B_0}. \quad (4)$$

Учитывая, что  $\xi s \sim 10^2$ , получаем, что численное значение коэффициента диффузии более чем на порядок меньше, чем в предыдущем параграфе. Это связано с неучтенным в более грубом приближении наличием величины  $\xi$  в знаменателе. Относительная малость коэффициента диффузии  $\tilde{D}_{\perp}$ , оцениваемого по формуле (4), обусловлена малой долей частиц, которые проникают из соседнего слоя с большей плотностью. Таким образом, формула (4) дает более близкие значения  $\tilde{D}_{\perp}$  по отношению к  $D_{dw}$ , полученной для токамаков. Однако, эти значения остаются заметно более высокими в сравнении с данными, следующими из формулы (2). Возможной причиной может быть неучет при выводе выражения (4) существующего в токамаках шира магнитного поля, уменьшающего поток частиц, либо каких-то других факторов. Интересно, что теоретические оценки оказываются весьма близкими к данным, полученным для магнитных систем с обращенным полем (FRC) [5], в которых шир отсутствует, что соответствует ранее сформулированным предположениям.

Определенным недостатком формулы (4) является наличие в ней фактора разбиения волны на слои  $s$ . Это следствие использования достаточно грубого приближения при вычислении потока. Впрочем, следует отметить, что величина  $s$  ограничена как сверху сформулированными выше условиями на толщину слоя  $h$ , так и снизу требованием обеспечения достаточно большого числа слоев. Таким образом, реально параметр  $s$  может изменяться в достаточно узких пределах и поэтому не должен существенно влиять на численные значения коэффициента диффузии. Кроме того, цель данной работы качественный, а не количественный анализ.

В качестве  $\omega_*$  в формулах коэффициента диффузии (3), (4) может быть использовано решение системы уравнений Власова–Пуассона для неоднородной замагниченной плазмы [6]. Это выражение позволяет учесть влияние таких факторов, как конечный ларморовский радиус ионов, различие электронной и ионной температур:

$$\omega_* = \left( k_{\perp} \frac{k_B T_e}{M} \frac{1}{L_n \omega_{ci}} \right) I_0(b) e^{-b} \left[ \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right) - I_0(b) e^{-b} \frac{T_e}{T_i} \right]^{-1},$$

где  $b = k_{\perp}^2 \rho_i^2 = k_{\perp}^2 k_B T_i / M \omega_{ci}^2$ ,  $\omega_{ci}$  — ионная циклотронная частота.

**О диффузии тяжелых примесей.** Ранее был рассмотрен транспорт плазмы — среды, в которой развиваются дрейфовые волны. Наряду с этим, важным является изучение транспорта ионизованных тяжелых примесей в плазме. Предлагаемую модель можно попытаться использовать и в этом случае. При этом необходимо учитывать некоторые особенности, которые могут существенно повлиять как на значение коэффициента диффузии (обозначается  $\tilde{D}_{i\perp}$ ), так и на формулу для потока частиц. Следует отметить, что данное рассмотрение ограничивается качественным анализом, без попыток получить согласие с экспериментальными данными. Поэтому представляется допустимым, что обсуждаемые условия по ряду параметров не в полной мере соответствуют экспериментальным условиям.

Предполагается, что плотность примесей  $n_i$  существенно ниже, чем основной плазмы, тогда наличие примесей не влияет на параметры волны. Это значит, что скорость распространения примесей в плазме определяется не характеристиками примесного компонента, а параметрами плазмы и дрейфовой волны. Очевидно, что в этих условиях скорость распространения примеси должна быть значительно выше, чем скорость ее диффузии в плазме. Такой результат соответствует наблюдаемой в экспериментах так называемой быстрой, или “баллистической” диффузии [2]. Оценки скорости распространения примеси с использованием формулы (4) применительно к условиям работы [2] дают величины порядка  $10^2$  м/с. Это выше, чем наблюдаемые скорости в работе [2], что связано с факторами, упоминавшимися выше при обсуждении формулы (4). Возможны и другие причины, о чем будет сказано ниже.

Еще одно интересное явление, связанное с распространением примесей в периферийных областях плазмы — явление нелокальности транспорта, обнаруживаемое в экспериментах (см., например, работы [7, 8]). В приближении относительной малости концентрации примесей в плазме (что, правда, не соответствует условиям экспериментов [7, 8]) можно показать, что предложенная модель допускает при определенных условиях нелокальность транспорта примесей. Например,

концентрация  $n_i(x)$  может меняться очень резко и нелинейно, так что градиент этой величины не является постоянным на расстояниях порядка пространственной амплитуды колебаний волны.

При нелинейном профиле  $n_i(x)$  следует разделять два случая. В первом случае, который определяется как слабо нелинейный, расчет ведется аналогично выполненному в предыдущем параграфе, однако при переходе от одного слоя к другому необходимо учитывать изменение  $(dn_i/dx)$ . В этом случае абсолютная величина потока частиц может быть записана так:

$$\Gamma = \tilde{D}_{i\perp} \left\langle \frac{dn_i}{dx} \right\rangle, \quad (5)$$

где  $\langle dn_i/dx \rangle$  — усредненный по амплитуде волны градиент концентрации примеси.

Во втором случае — сильной нелинейности — должно быть учтено изменение производной по координате от плотности примеси при расчете  $\Delta N_{+1}^+$ ,  $\Delta N_{-1}$  в слоях, соседних с нулевым. Это означает необходимость расчета изменения числа частиц не только в областях экстремума, но и на наклонных участках волны, чем ранее пренебрегалось. Учет такого рода нелинейности может привести к существенному изменению формул для потоков частиц в рассматриваемом случае. В самом общем смысле это приводит к одновременному усреднению градиента концентраций и коэффициента диффузии при оценке потока частиц:

$$\Gamma = \left\langle \tilde{D}_{i\perp} \frac{dn_i}{dx} \right\rangle. \quad (6)$$

Другим фактором, влияющим на величину потока примеси, является зависимость коэффициента диффузии  $\tilde{D}_{i\perp}$  от параметров примеси. Здесь необходимо иметь в виду, что часть из входящих в формулы (5), (6) величин относится к параметрам примеси, другие — к параметрам плазмы. Так параметры  $\xi$  ( $\xi_i$ ) и  $L_n$  ( $L_{ni}$ ) относятся к примеси. Величина  $\xi_i$  значительно больше  $\xi$ , так как тепловая скорость примеси значительно ниже тепловой скорости плазмы. Это ведет к существенному уменьшению величины  $\tilde{D}_{i\perp}$ . Величина  $L_{ni}$ , наоборот, должна быть несколько меньше  $L_n$ , поскольку примеси сосредотачиваются в относительно узком слое у поверхности вакуумной камеры. Это ведет к некоторой компенсации уменьшения  $\tilde{D}_{i\perp}$ , связанного с малостью величины  $\xi_i$ .

**Выводы.** В работе предложена модель дрейфового транспорта поперек магнитного поля в высокотемпературной плазме. Модель опирается на то, что дрейфовая волна имеет две составляющих: параллельную и перпендикулярную магнитному полю. Это ведет к формированию волной потока частиц в направлении против градиента

плотности. Показано, что конвективный поток плазмы поперек поля в рамках сформулированных приближений пропорционален градиенту концентрации. Преимуществом полученной для коэффициента диффузии формулы в сравнении с формулой Бома является то, что она включает в себя как параметры плазмы, так и параметры дрейфовой волны. Численные значения  $\tilde{D}_{\perp}$  оказываются существенно ближе к наблюдаемым экспериментальным данным, чем даваемые формулой Бома для тех же значений  $B_0$  и  $T$ .

В то же время необходимо подчеркнуть, что, во-первых, полученные результаты носят качественный характер в силу того, что при анализе явлений сделаны весьма грубые приближения. Во-вторых, используется простейшая модель плазмы, не учитывающая ряд важных особенностей, присущих реальным условиям (неоднородность магнитного поля и температуры плазмы, конечная величина  $\beta$  и др.). В дальнейшем, возможно, удастся развить данную модель, чтобы учесть влияние как упомянутых, так и других факторов на транспорт частиц в плазме.

В рамках предложенной модели рассмотрены особенности распространения примесей внутри плазмы. Показано, в частности, что при относительно низкой плотности примесей скорость проникновения примесей в плазму определяется параметрами плазмы и дрейфовой волны. При некоторых дополнительных предположениях показана возможность объяснения экспериментально наблюдаемых “баллистического” транспорта и нелокального транспорта примеси.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Horton W. Drift waves and transport // *Rev. Mod. Phys.*, – 1999. – V. 71. – P. 735–778.
2. Van Milligen B. P., de la L u n a , et al. Ballistic transport in TJ-II // *Nucl. Fus.* – 2002. – V. 42. – P. 787–795.
3. Ч у я н о в В. Ф Адиабатические магнитные ловушки / В кн.: Итоги науки и техники, сер. “Физика плазмы”, т.1. – М.: ВИНТИ, 1980. – С. 119.
4. T u s z e w s k y M. Field reversed configurations // *Nucl. Fusion.* – 1988. – V. 28. – P. 2033–2092.
5. Г о л о в и н И. Н, К а д о м ц е в Б. Б. Состояние и перспективы управляемого термоядерного синтеза // *Атомная энергия.* – 1996. – Т. 81. – С. 364–372.
6. К р о л л Н., Т р а й в е л п и с А. Основы физики плазмы. – М.: Мир, 1975. – 525 с.
7. G e n t l e K. W., B r a v e n e c R. W., C i m a G. et al. The evidence for nonlocal transport in the Texas Experimental Tokamak // *Phys. Plasmas.* – 1997. – V. 4. – P. 3599–3613.

Статья поступила в редакцию 31.03.2006