

Ле Шонг Тунг родился в 1965 г. во Вьетнаме, окончил в 1988 г. Казанское высшее инженерное училище. Аспирант кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области термомеханики.

Le Song Tung (b. 1965 in Viet-Nam) graduated from the Kazan Higher Engineering School in 1988. Post-graduate of “Applied Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of Thermal Mechanics.

УДК 539.3

В. С. Саркисян, В. Ж. Айрапетян,
Н. А. Кутузян

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Исследованы коэффициент концентрации напряжений при кручении анизотропного шлицевого вала с закругленными углами и напряженное состояние в угловых точках для антиплоских задач анизотропных однородных и неоднородных клиньев. Рассмотрена задача термоупругости для клиновидной пластинки постоянной толщины, обладающей цилиндрической анизотропией.

Знание коэффициентов концентрации напряжений позволит создавать более надежные в эксплуатации и более экономичные конструкции. Точное знание полей напряжений вблизи концентраторов дает возможность экономить материал, снижать стоимость, уменьшать массу, повышать надежность и долговечность конструкции.

В современной технике часто требуется знать о концентрации напряжений вблизи угловых точек тел, которые имеют достаточно сложные конфигурации. Снижение концентрации напряжений позволяет создавать более равнопрочные конструкции. Поэтому создание элементов машин с наименьшей концентрацией напряжений является важнейшей инженерной задачей.

В настоящее время при изготовлении конструкций наряду с материалами, обладающими “естественной” анизотропией, зависящей от внутреннего строения, широко применяются композиционные материалы. Это стало возможным благодаря современной технологии создания материалов с различными видами конструктивной анизотропии и неоднородности.

Температурные напряжения нередко представляют собой важный фактор, определяющий долговечность и надежность разных современных машин, приборов, аппаратов, имеют большое значение для анализа прочности и правильного функционирования конструкций, работающих в условиях высоких температур.

Исследование коэффициента концентрации напряжений при кручении прямолинейных анизотропных шлицевых валов. Рассмотрим кручение шлицевых валов, материалы которых обладают прямолинейной анизотропией.

Как известно, решение задачи кручения прямолинейных анизотропных стержней сводится к решениям подобных задач для изотропных стержней, но не в области поперечного сечения Ω , а в области Ω' , полученной аффинным преобразованием области Ω . Задача кручения изотропного стержня решается методом граничных интегральных уравнений (ГИУ). Интегральные уравнения решаются численно-аналитическим методом (методом последовательных приближений) [1].

В научной литературе и справочных пособиях по машиностроению указаны значения коэффициентов концентрации напряжений для отдельных шлицевых валов с закругленными углами [1].

В данном разделе приводится решение ГИУ задачи кручения шлицевых валов типов А и Б, показанных на рис. 1.

Контур шлицевого вала относится к прямолинейной системе координат x_1, x_2 . Координатные линии контура вала не совпадают с координатными линиями прямолинейной анизотропии.

Коэффициент концентрации определяется соотношением

$$K_{ts} = \frac{\tau_{\max}}{\tau}, \quad \tau = \frac{16M}{\pi d^3}, \quad (1)$$

где M — крутящий момент; d — диаметр сплошного вала, совпадающего со шлицевым валом по внешнему контуру (без учета шлицевых выемок); τ_{\max} — наибольшее по модулю напряжение, возникающее в рассчитываемом вале.

В табл. 1 приведены результаты вычисления коэффициента концентрации напряжений и наибольшего касательного напряжения прямолинейных анизотропных (при упругих постоянных $a_{44} = 1,588 \times$

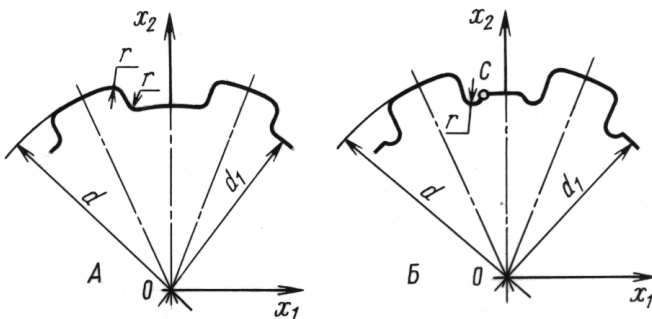


Рис. 1. Контур шлицевых валов типов А и Б

**Результаты вычислений коэффициентов концентрации напряжений и
наибольшего касательного напряжения**

d , мм	d_1 , мм	n_z	b , мм	r/d	K_{ts}	τ_{\max} , МПа	K_{ts}^0	τ_{\max}^0 , МПа
30	26	6	6	0,005	3,698	30,69	4,02	33,72
				0,01	3,100	25,59	3,37	28,12
				0,02	2,677	21,79	2,91	23,94
				0,03	2,539	20,12	2,76	22,11
32	26	6	6	0,005	3,938	31,83	4,28	34,98
				0,01	3,266	26,49	3,55	29,11
		0,03	2,613	0,02	2,788	22,40	3,03	24,62
				20,64	2,84	22,68		
40	33,7	8	6,3	0,005	2,530	30,20	2,75	33,19
				0,01	2,190	28,00	2,38	30,77
				0,02	2,092	22,77	2,1	25,02
				0,03	2,021	18,43	2,0	20,25
60	52	8	10	0,005	2,282	47,19	2,48	51,86
				0,01	2,091	40,38	2,15	44,37
				0,02	2,042	36,09	2,08	39,66
				0,03	2,027	34,69	2,04	38,12
98	92	10	14	0,0005	4,192	130,13	4,557	143
				0,001	3,636	110,22	3,952	121,12
				0,005	2,477	73,59	2,692	80,87
				0,01	2,362	64,84	2,567	71,25
112	102	10	16	0,0005	2,837	131,91	3,084	144,96
				0,001	2,414	111,96	2,624	123,03
				0,005	1,673	75,81	1,818	83,31
				0,01	1,650	67,91	1,793	74,63
				0,02	1,583	65,13	1,721	71,57

$\times 10^{-4}$ МПа $^{-1}$, $a_{55} = 1,508 \cdot 10^{-4}$ МПа $^{-1}$, $a_{45} = 0,00418 \cdot 10^{-4}$ МПа $^{-1}$) и изотропных шлицевых валов типа А при кручении для четырех различных значений отношения r/d . В первых четырех колонках приведены основные параметры шлицевых валов. В пятой колонке приведено отношение радиуса закругления r к диаметру d . В последующих колонках приведены значения коэффициентов концентрации напряжений и максимальные напряжения для анизотропных и изотропных валов.

Анализ численных результатов показал, что значения коэффициента концентрации непосредственно зависит от анизотропии материала (коэффициент концентрации изотропного вала значительно больше, чем в случае прямолинейного анизотропного материала) и что с увеличением числа зубьев n_z значение коэффициента концентрации уменьшается; с увеличением высоты зуба – возрастает (см. пример при $d = 30$ мм и $d = 32$ мм); с увеличением ширины зуба b коэффици-

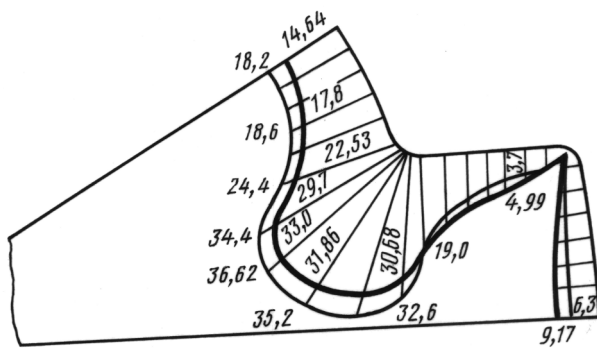


Рис. 2. Графики касательных напряжений

ент концентрации уменьшается (см. пример при $d = 40$ мм, $n_z = 8$ и $d = 32$ мм, $n_z = 6$).

При сравнении полученных результатов с результатом решения задачи для изотропного шлицевого вала ($d = 32$ мм, $d_1 = 26,7$ мм, $r/d = 0,09$) коэффициент концентрации напряжений оказался равным $K_{ts}^0 = 3,76$, в то время как в работе [2] этот коэффициент равен $K_{ts}^0 = 3,96$. По мнению авторов, увеличение значения этого коэффициента на 5,3% в работе [2] объясняется тем, что при построении конформно отображающей функции всегда имеют место локальные перегибы, влияющие на значения касательных напряжений.

На рис. 2 приведены графики касательных напряжений при решении задач методом ГИУ и методом конформного отображения [2].

Зависимость K_{ts}^0 от отношения r/d для сечения вала типа Б при кручении изотропного шлицевого вала представлена графиком, приведенным на рис. 3, где r — радиус канавки.

Как показали вычисления коэффициента концентрации напряжений, наибольшее напряжение в сечении вала типа Б возникает на дне канавки, а сам коэффициент изменяется по графику II (рис. 3), когда $r/d = 0,03 \dots 0,04$, что на 10% отличается от результатов, полученных в работе [3]. Попытки уменьшения отношения r/d при

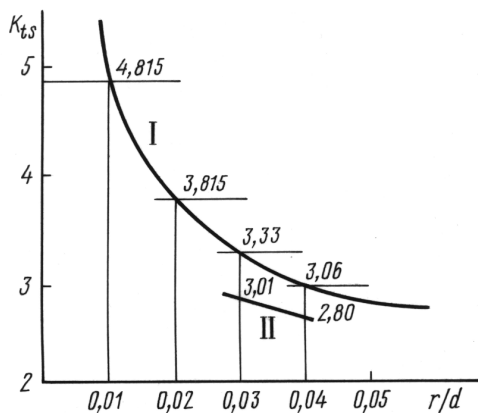


Рис. 3. Графики изменения коэффициента концентрации напряжений для шлицевых валов типа Б

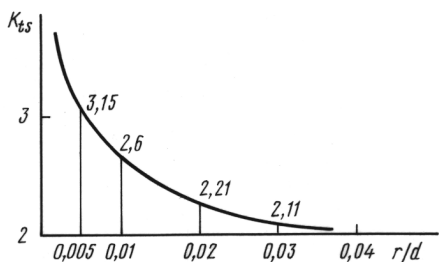


Рис. 4. Графики изменения коэффициента концентрации напряжений для шлицевого вала типа А

первых напряжения в опасных точках оказываются конечными, а у вторых — бесконечными. Одно важное обстоятельство объединяет эти решения. Как доказано в [4], при замене гладкого контура с закругленными углами на негладкий, с угловыми точками на контуре, коэффициенты концентрации напряжений на сглаженных контурах стремятся к коэффициентам концентрации напряжений на негладкой границе (предельный случай — вблизи угловых точек; см. рис. 4). Кроме того, всюду, за исключением окрестностей опасных точек, напряженные состояния почти совпадают.

Антиплоские задачи для анизотропных неоднородных клиньев.

Решения антиплоской задачи для клиньев простые, но имеют существенный недостаток, связанный с тем, что область, в которой решается задача, не имеет замкнутой границы. Математическая постановка таких задач не корректна. Их решение обращается в бесконечность при некоторых углах раствора клина. Для этих углов напряжения имеют логарифмическую особенность.

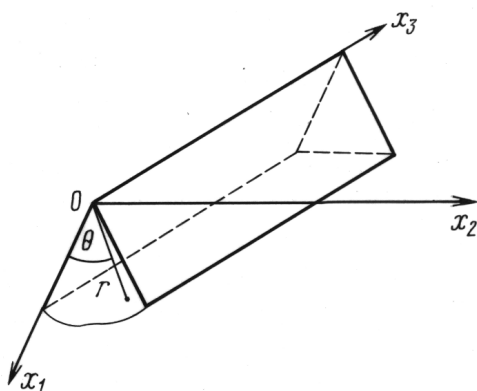


Рис. 5. Прямолинейный анизотропный клин в системе цилиндрических координат

численном вычислении приводят к неустойчивому счету и накоплению ошибок из-за приближения точки C к боковой стороне зуба.

Проводимые выше решения задач кручения для шлицевых валов с закругленными контурами при сравнении с решениями задач кручения тех же валов с угловыми точками на контуре сечения обладают тем существенным отличием, что у

Антиплоские задачи для клиньев, обладающих прямолинейной анизотропией. Рассмотрим в системе координат r, θ, x_3 клин ($0 \leq r < +\infty, 0 \leq \theta \leq \alpha, -\infty < x_3 < +\infty$) (рис. 5), материал которого обладает прямолинейной анизотропией, имеющей одну плоскость упругой симметрии. Предположим, что одна грань клина закреплена, а на другую приложены касательные напряжения τ_0 , параллельные образующей.

Решение поставленной задачи сводится к решению дифференциального уравнения

$$A_{22} \frac{\partial^2 u_{x_3}}{\partial x_1^2} + 2A_{12} \frac{\partial^2 u_{x_3}}{\partial x_1 \partial x_2} + A_{11} \frac{\partial^2 u_{x_3}}{\partial x_2^2} = 0$$

с заданными граничными условиями, где $u_{x_3}(x_1, x_2)$ — функция перемещений, а A_{11} , A_{12} , A_{22} — модули упругости.

При введении малого физического параметра δ дифференциальное уравнение и граничные условия представим в полярных координатах [1]:

$$T[W] + \delta S[W] = 0, \quad (2)$$

$$W(r, 0) = 0,$$

$$\left\{ \frac{\partial W}{\partial r} (e_2 \cos 2\theta - \delta \sin 2\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} (1 - e_2 - \delta \cos 2\theta) \right\}_{\theta=\alpha} = \frac{\tau_0}{e_1}, \quad (3)$$

где

$$T[\cdot] = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2},$$

$$S[\cdot] = a_1(\theta) \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] - 2a_2(\theta) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right),$$

$$u_{x_3}(x_1, x_2) = u_{x_3}(r \cos \theta, r \sin \theta) \equiv W(r, \theta),$$

$$a_1(\theta) = \cos 2\theta - k_1 \sin 2\theta, \quad a_2(\theta) = \sin 2\theta + k_1 \cos 2\theta,$$

$$\delta = \frac{A_{22} - A_{11}}{A_{22} + A_{11}} < 1, \quad e_1 = \frac{A_{11} + A_{22}}{2}, \quad e_2 = \frac{2A_{12}}{A_{11} + A_{22}}.$$

Применяя метод решения однородной задачи, общее решение краевой задачи (2), (3) с учетом ограниченности при $r = 0$ определим следующим образом:

$$W(r, \theta) = \frac{\tau_0}{e_1} \frac{r \sin \theta}{(1 - e_2 - \delta) \cos \alpha + e_2 \sin \alpha \cos 2\alpha} + \sum_{k=1}^{\infty} r^{\lambda_k} \left[\frac{1 - \delta a_1(\theta)}{1 - \delta a_1(\alpha)} \right]^{\frac{\lambda_k - 1}{2}} [C_{k1} \tilde{V}_{k1}(\theta, \lambda_k) - C_{k2} \tilde{V}_{k2}(\theta, \lambda_k)], \quad (4)$$

где $\tilde{V}_1(\theta, \lambda)$, $\tilde{V}_2(\theta, \lambda)$ — фундаментальные решения уравнения, λ — собственное значение задачи.

Теперь можно вычислить касательные напряжения при данном расворе клина:

$$\sigma_{rx_3} = e_1 \left\{ \frac{\partial W}{\partial r} (e_2 \sin 2\theta + 1 + \delta \cos 2\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} (e_2 \cos 2\theta - \delta \sin 2\theta) \right\},$$

$$\sigma_{\theta x_3} = e_1 \left\{ \frac{\partial W}{\partial r} (e_2 \cos 2\theta - \delta \sin 2\theta) + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} (1 - e_2 - \delta \cos 2\theta) \right\}.$$

Касательные напряжения характеризуют напряженное состояние в угловых точках клина.

Антиплоские задачи для цилиндрических ортотропных неоднородных клиньев. Для рассмотренной выше задачи предположим, что задан цилиндрический ортотропный неоднородный клин.

Рассмотрим некоторые конкретные случаи.

а) Пусть функция неоднородности имеет следующий вид:

$$a_{44} = a_{44}^0 r^{-n}, \quad a_{55} = a_{55}^0 r^{-n}. \quad (5)$$

Для касательных напряжений получены следующие выражения [6]:

$$\begin{aligned} \tau_{\theta x_3} = & -\frac{\tau_0}{a_{44}^0 a_{55}^0} \left[\frac{4(1-n)}{\pi(2-n)} \ln r \cdot \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta + \right. \\ & \left. + \frac{2}{\pi} \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta - \frac{2\theta}{\pi} \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta \right] + \\ & + \frac{r^{n-1}}{a_{44}^0} \sum_{k=0}^{\infty} \bar{A}_k r^{\bar{\nu}_k} \frac{2(k+1)\sqrt{1-n}}{\lambda} \cos \frac{2(k+1)\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{r x_3} = & -\frac{\tau_0(1-n)}{(a_{55}^0)^2} \left[\frac{4\lambda\sqrt{1-n}}{\pi(2-n)} \ln r \cdot \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta + \frac{2\theta}{\pi} \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta \right] - \\ & - \frac{\tau_0}{(a_{55}^0)^2} \frac{4\lambda\sqrt{1-n}}{\pi(2-n)} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta + \\ & + \frac{r^n}{a_{55}^0} \sum_{k=0}^{\infty} \bar{A}_k \bar{\nu}_k r^{\nu_k-1} \sin \frac{(2k+1)\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta \end{aligned}$$

$$\text{при } \alpha = \frac{\lambda\pi(2k+1)}{2\sqrt{1-n}};$$

$$\begin{aligned} \tau_{\theta x_3} = & -\frac{\tau_0}{a_{44}^0 a_{55}^0} \left[\frac{4\lambda(1-n)}{3\pi(2-n)} \ln r \cdot \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta + \right. \\ & \left. + \frac{2}{3\pi} \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta - \frac{2\theta}{3\pi} \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta \right] + \\ & + \frac{r^{n-1}}{a_{44}^0} \sum_{k=0}^{\infty} B_k r^{\bar{\varepsilon}_k} \frac{2(k+1)\sqrt{1-n}}{3\lambda} \cos \frac{(2k+1)\sqrt{1-n}}{\lambda} \theta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{rx_3} = & -\frac{\tau_0(1-n)}{(a_{55}^0)^2} \left[\frac{4\lambda\sqrt{1-n}}{3\pi(2-n)} \ln r \cdot \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda}\theta + \frac{2\theta}{3\pi} \cos \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda}\theta \right] + \\ & + \frac{\tau_0}{(a_{55}^0)^2} \frac{4\lambda\sqrt{1-n}}{3\pi(2-n)} \sin \frac{\sqrt{1-n}}{\lambda}\theta + \\ & + \frac{r^n}{a_{55}^0} \sum_{k=0}^{\infty} B_k \varepsilon_k r^{\varepsilon_k-1} \sin \frac{(2k+1)\sqrt{1-n}}{3\lambda}\theta \quad (7) \end{aligned}$$

при $\alpha = \frac{3\lambda\pi(2k+1)}{2\sqrt{1-n}}$.

б) Пусть теперь функция неоднородности имеет следующий вид:

$$A_{44} = \frac{1}{a_{44}} = a_{44}^0 e^{-nr}, \quad A_{55} = \frac{1}{a_{55}} = a_{55}^0 e^{-nr}. \quad (8)$$

Для решения этой задачи получено неоднородное дифференциальное уравнение, однородное уравнение которого переходит в уравнение Уиттекера. Решение этого однородного уравнения выражается через ряды и имеет вид [6]

$$R_k^0(r) = C_{1k}(nr)^{\mu_k} V_k(nr) + C_{2k}(nr)^{-\mu_k} V_{-k}(nr), \quad (9)$$

где

$$\mu_k = \lambda\nu_k, \quad \nu_k = \frac{\pi(2k+1)}{2\alpha}, \quad \lambda^2 = \frac{a_{55}^0}{a_{44}^0},$$

$$V_{\pm k}(n, r) = M_{\frac{1}{2} \pm \mu_k}(nr) \cdot (nr)^{\frac{1}{2} + \mu_k} e^{-\frac{nr}{2}}.$$

Частное решение R_k^* определяется с помощью уже найденного однородного решения методом вариации постоянных.

Таким образом, решения задачи можно представить в виде

$$\begin{aligned} W(r, \theta) = & \sum_{k=0}^{\infty} \left[C_{1k}(nr)^{\mu_k} V_k(nr) + \right. \\ & \left. + C_{2k}(nr)^{-\mu_k} V_{-k}(nr) + R_k^* \right] \sin \nu_k \theta - A_{\theta} r e^{nr} \sin \gamma \theta. \quad (10) \end{aligned}$$

Неизвестные постоянные можно определить для конкретных задач с граничными условиями на краях рассматриваемой области ($r = r_0$, $r = r_1$). Следовательно, таким методом можно решить антиплоские задачи для клиновидных тел при различных граничных условиях.

в) Решена также антиплоская задача для клина, материал которого обладает слабой неоднородностью:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_{44}} &= a_{44}^0 [1 + \delta f(r, \theta)], \\ \frac{1}{a_{55}} &= a_{55}^0 [1 + \delta f(r, \theta)], \quad |\delta| < 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Поскольку в рассматриваемой краевой задаче содержится малый физический параметр δ , то естественно ее решение искать в виде ряда по степеням этого малого параметра:

$$w = w_0 + \delta w_1 + \delta^2 w_2 + \dots \quad (12)$$

С учетом соотношений (12) краевая задача сводится к решению рекуррентных краевых задач в частных производных с разделяющимися переменными при нулевых граничных условиях. На основе результатов работ [1, 5] нетрудно доказать, что решение (12) сходится равномерно и абсолютно в области усеченного клина, первые производные по r и θ решений (12) сходятся в пространстве $L_p(\Omega)$, $p > 1$, а вторые производные — в $L_2(\Omega)$.

Задача термоупругости для клиновидной пластинки, обладающей цилиндрической анизотропией. Решена задача термоупругости для клиновидной пластинки постоянной толщины h , обладающей цилиндрической анизотропией. Пластинка подвергается действию температурного поля, которое изменяется линейно по толщине:

$$\theta = \theta^{(0)} + \theta^{(1)} x_3, \quad (13)$$

где

$$\theta^{(0)} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \theta dx_3, \quad \theta^{(1)} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} x_3 \theta dx_3.$$

На боковых краях пластинки $\varphi = 0$, $\varphi = \alpha$ задана постоянная температура θ_0 , а на верхней и нижней поверхностях $x_3 = h/2$, $x_3 = -h/2$ происходит конвективный стационарный теплообмен со средой. Пластинка по боковым краям $\varphi = 0$, $\varphi = \alpha$ шарнирно оперта.

После интегрирования уравнения теплопроводности в соответствии с линейным законом распределения температуры (13), учитывая при этом граничные условия, получим дифференциальные уравнения для определения интегральных характеристик температуры [7]:

$$\begin{aligned} K_{11} \frac{\partial^2 \theta^{(0)}}{\partial r^2} + \frac{K_{11}}{r} \frac{\partial \theta^{(0)}}{\partial r} + \frac{K_{11}}{r} \frac{\partial^2 \theta^{(0)}}{\partial \varphi^2} - \frac{2a}{h} (\theta^{(0)} + \theta_0 - \bar{\theta}) &= 0, \\ K_{11} \frac{\partial^2 \theta^{(1)}}{\partial r^2} + \frac{K_{11}}{r} \frac{\partial \theta^{(1)}}{\partial r} + \frac{K_{22}}{r} \frac{\partial^2 \theta^{(1)}}{\partial \varphi^2} - \\ - \frac{6}{h^2} (2K_{33} + ah) \left(\theta^{(1)} - \frac{a(\theta_3 - \theta_4)}{2K_{33} + ah} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где K_{11} , K_{22} , K_{33} — коэффициенты теплопроводности, а θ_3 , θ_4 , $\bar{\theta}$ — постоянные температуры.

Для функции $\theta(r, \varphi)$ получим

$$\begin{aligned} \theta(r, \varphi) = & \\ = \sum_{m=0}^{\infty} & \left\{ C_{1m} I_{p_m} \left[\sqrt{\frac{2a}{h} \frac{1}{K_{11}}} r \right] C_{2m} K_{p_m} \left[\sqrt{\frac{2a}{h} \frac{1}{K_{11}}} r \right] + \bar{\theta} - \theta_0 \right\} \sin \nu_m \varphi + \\ & + z \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ C_{3k} I_{p_k}(cr) + C_{4k} K_{p_k}(cr) + \frac{a}{2K_{33} + ah} (\theta_3 - \theta_4) \right\} \sin \nu_k \varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $I_p(r)$, $K_p(r)$ — модифицированные функции Бесселя и Макдональда [8]. После применения асимптотических представлений для функций Бесселя около точки $r = 0$ при использовании закона распределения температуры в теле определен прогиб срединной поверхности, а затем вычислены необходимые механические величины. Из результатов исследования характера напряженного состояния в малой окрестности вершины пластинки можно сделать следующие выводы. Особенности в перерезывающих силах не возникают, если раствор клиновидной пластинки будет удовлетворять условию

$$\frac{\alpha}{\pi} < \min \left[\sqrt{\frac{2(\sqrt{k_1} + k)}{16 - (1 - \sqrt{k_1})^2}}, \sqrt{\frac{K_{22}}{K_{11}}} \right],$$

когда упругие характеристики материала удовлетворяют условию $k < k_1$, где

$$k = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{11}}, \quad k_1 = \frac{D_{22}}{D_{11}}.$$

Если $k_1 < k$, то угол раствора должен удовлетворять условию

$$\begin{aligned} & \left[\frac{4k}{k_1} + \sqrt{\left(\frac{4k}{k_1} + 1 \right)^2 + 3 - \frac{12}{k_1}} \right]^{-\frac{1}{2}} \leq \frac{\alpha}{\pi} \leq \\ & \leq \min \left\{ \left[\frac{4k}{k_1} + 1 - \sqrt{\left(\frac{4k}{k_1} + 1 \right)^2 + 3 - \frac{12}{k_1}} \right]^{-\frac{1}{2}}, \left[\frac{7 - k_1}{2k} \right]^{-\frac{1}{2}}, \sqrt{\frac{K_{22}}{K_{11}}} \right\}. \end{aligned}$$

Таким образом, выбором материала при заданном угле раствора клиновидной пластинки (или выбором угла раствора при данных свойствах материала) можно устранить особенности термоупругих напряжений и перерезывающих сил в вершине пластинки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саркисян В. С., Айрапетян В. Ж. Новые классы задач теории упругости анизотропного тела. – Ереван: Изд-во Ереванского ун-та, 1997. – 241 с.

2. Угодчиков А. Г., Длугач М. И., Степанов А. Е. Решение краевых задач плоской теории упругости на цифровых и аналоговых машинах. – М.: Высшая школа, 1970. – 528 с.
3. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. – М.: Мир, 1977. – 301 с.
4. Назаров С. А. О сглаживании особенностей границы в двумерных задачах теории упругости // Исследование по упругости и пластичности. № 12. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. – С. 180–186.
5. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. – Ереван: Изд-во Ереванского ун-та, 1976. – 444 с.
6. Айрапетян В. Ж., Кутузьян Н. А., Овсебян Д. Л. Об одной антиплоской задаче для цилиндрически анизотропного неоднородного клина // Ученые записки ЕГУ. – 1999. – № 2. – С. 30–37.
7. Подстригач Я. С., Ломакин В. А., Коляно Ю. М. Термоупругость тел неоднородной структуры. – М.: Наука, 1984. – 368 с.
8. Корнеев Б. Г. Задачи теории теплопроводности и термоупругости. – М.: Наука, 1980. – 400 с.

Статья поступила в редакцию 30.04.2004

Владимир Саркисович Саркисян родился в 1935 г., окончил Ереванский государственный университет, д-р физ.-мат. наук, профессор, академик НАН Армении, заслуженный деятель науки Армении, декан факультета механики Ереванского государственного университета. Автор более 300 научных публикаций, 7 монографий и 12 книг и учебных пособий по механике деформируемого твердого тела. Член национальных комитетов по теоретической и прикладной механике России и Армении; член Международного общества по интеграции механики и математики и Европейского общества механиков.

V.S. Sarkisyan (b. 1935) graduated from the Yerevan State University. D. Sc. (Phys.-Math.), professor, full member of National Academy of Sciences of Republic of Armenia, Honored Scientific Worker of Armenia, dean of Faculty for Mechanics of the Yerevan State University. Member of National Committees on theoretical and applied mechanics of the Russian Federation and Republic of Armenia, member of International Society on integration of Mechanics and Mathematics an amember of European Society of mechanicians. Author of more than 300 publications, 7 monographs and 12 books in the field of mechanics of deformed solid body.

Вардан Жоресович Айрапетян родился в 1956 г., окончил Ереванский политехнический институт, д-р техн. наук. Проректор по учебной работе Гаварского государственного университета. Автор более 40 научных работ и монографии по теории упругости.

V.Zh. Airapetyan (b. 1956) graduated from the Yerevan Polytechnic Institute. D. Sc. (Eng.), vice-rector for teaching of the Gavar State University of Republic of Armenia. Author of more than 40 publications and a monograph in the field of theory of elasticity.

Нелли Альбертовна Кутузьян родилась в 1970 г., окончила Ереванский государственный университет, канд. физ.-мат. наук. Доцент Гаварского государственного университета Армении и научный сотрудник Ереванского государственного университета. Автор 15 научных работ по механике деформируемого твердого тела.

N.A. Kutuzyan (b. 1970) graduated from the Yerevan State University. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of the Gavar State University of Republic of Armenia and researcher of the Yerevan State University. Author of 15 publications in the field of deformed solid body.