УДК 517.1

Г. Е. Маркелов

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрены основные этапы математического моделирования и определены требования, предъявляемые к математическим моделям. Эти требования противоречивы и могут быть удовлетворены на основе разумного компромисса, достижение которого возможно с помощью сформулированных в настоящей работе принципов построения математических моделей. Принципы носят общий и универсальный характер. Их применение позволяет рационально использовать возможности математического моделирования.

В настоящее время в различных областях естествознания математическое моделирование становится основным способом исследования и получения новых знаний. В дальнейшем следует ожидать, что и в других областях человеческой деятельности роль математического моделирования будет возрастать. В связи с этим возникает вопрос о рациональном использовании возможностей математического моделирования.

Целью настоящей работы является выявление рациональных подходов к построению математических моделей.

Сначала рассмотрим схему, представленную на рисунке, определяющую взаимосвязь основных этапов математического моделирования [1, 2], обычно реализуемых в технике.

Исходной позицией исследования является существующий или разрабатываемый объект исследования (ОИ) — носитель свойств и качеств, подлежащих изучению. Он выбирается согласно целям и задачам исследования.

На первом этапе математического моделирования выполняют переход от ОИ к его расчетной схеме. Расчетную схему (РС) понимают как условное описание ОИ, которое должно учитывать его особенности и количественные характеристики, существенные для рассматриваемого случая. При этом обосновывают допущения и упрощения, позволяющие не учитывать в РС те свойства и качества ОИ, которые предполагают несущественными.

Полнота и правильность учета в РС существенных свойств и качеств ОИ являются необходимым условием получения в дальнейшем

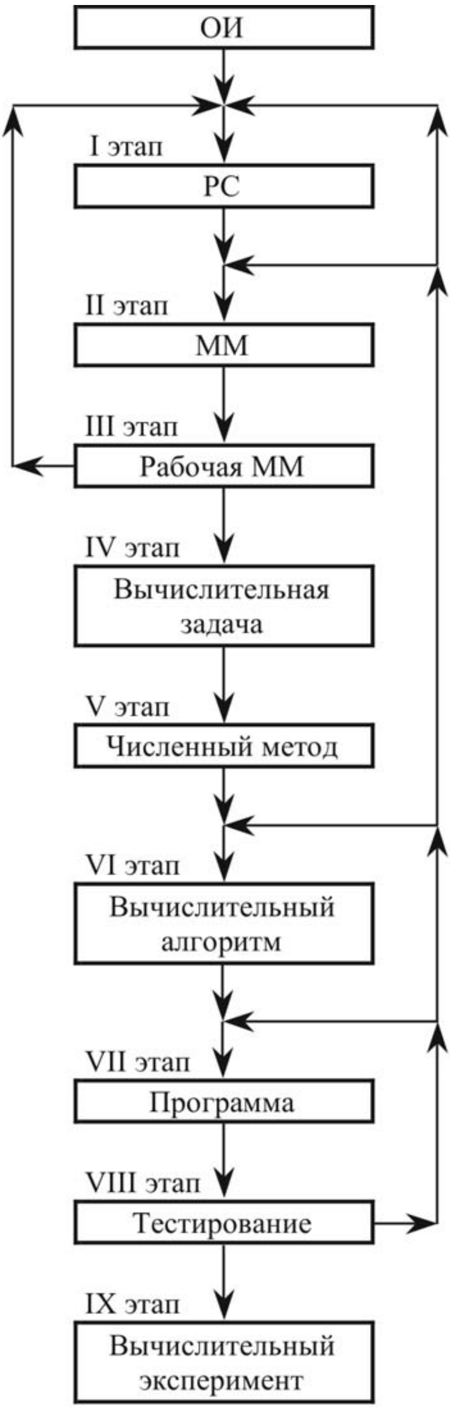

Схема взаимосвязи основных этапов математического моделирования

достоверных результатов. Успешное проведение этого неформального этапа в значительной мере зависит от профессиональных качеств исследователя.

На втором этапе осуществляют математическое описание РС. Такое формальное описание называют математической моделью (ММ). В частном случае ММ может устанавливать взаимосвязь между параметрами $x_1, x_2, \ldots, x_n, y_1, y_2, \ldots, y_m$, которые характеризуют РС, где n и m — натуральные числа, а $y_1, y_2, \ldots, y_m$ — количественные характеристики, представляющие интерес в данном исследовании.

Известно, что ОИ может иметь несколько ММ. Это связано, прежде всего, с необходимостью рассмотрения различных РС, отличающихся уровнем упрощения. Однако даже при рассмотрении одной и той же РС можно построить принципиально разные ММ [3].

Одна и та же ММ может соответствовать расчетным схемам, описывающим объекты из различных предметных областей, что облегчает изучение такой модели. Кроме того, для многих типовых РС уже построены ММ, что упрощает проведение второго этапа.

В большинстве случаев желательно разработать вариант ММ, который позволяет получить точное или привлечь известное решение. В дальнейшем такое решение используют при реализации некоторых этапов математического моделирования.

На третьем этапе математического моделирования проводят качественный и оценочный количественный анализ построенной ММ. При этом могут быть выявлены противоречия, устранение которых потребует уточнения или пересмотра РС. Оценочный количественный анализ может дать основание для исключения из рассмотрения некоторых особенностей и количественных характеристик ОИ, что позволит упростить РС.

Сравнение результатов анализа различных ММ данного ОИ может существенно расширить представления об этом ОИ. Кроме того, такое сравнение позволяет сделать обоснованный выбор модели. Итог анализа на рассматриваемом этапе — выбор рабочей ММ, которая в дальнейшем подлежит детальному количественному анализу.

На четвертом этапе формулируют вычислительную задачу, анализируя результаты решения которой, получают ответы на интересующие вопросы. Здесь возможен предварительный анализ свойств вычислительной задачи, где особое внимание уделяют анализу корректности ее постановки, исследованию устойчивости решения задачи к погрешностям входных данных. На этом этапе полезным оказывается изучение упрощенных вариантов вычислительной задачи, так как для них удается провести исследование, позволяющее понять особенности поставленной вычислительной задачи.

На пятом этапе математического моделирования осуществляют обоснованный выбор или построение численного метода. Для решения одной и той же вычислительной задачи обычно может быть использовано несколько методов. Чтобы выбрать метод, позволяющий решить проблему наиболее эффективно, необходимо знать особенности этих методов. Выбор численного метода существенно зависит от требований, предъявляемых к решению, от имеющихся в наличии ресурсов и др.

Если возникающая вычислительная задача является новой, то не исключено, что ее решение не сводится к последовательному решению известных вычислительных задач, для которых разработаны эффективные методы. Тогда необходима адаптация известных методов к особенностям решаемой задачи или построение нового численного метода.

Как правило, численный метод содержит только принципиальную схему решения вычислительной задачи, не включающую многие детали, без которых становится невозможным использование средств вычислительной техники для реализации этого метода. Здесь необходима подробная детализация всех этапов вычислений, чтобы получить реализуемый алгоритм вычислительного эксперимента.

К настоящему времени разработан ряд требований к вычислительным алгоритмам. Двумя важнейшими требованиями являются корректность и хорошая обусловленность. Кроме того, к вычислительным алгоритмам предъявляют другие существенные требования: надлежащая точность, экономичность, простота и др. Разработка эффективного вычислительного алгоритма является итогом шестого этапа математического моделирования.

На седьмом этапе математического моделирования разрабатывают программу, реализующую вычислительный алгоритм. К программам также предъявляют ряд требований: надежность, работоспособность, переносимость, простота в использовании и др.

На восьмом этапе осуществляют тестирование результатов расчетов. Тестирование может выявить недочеты в программе, а также и в алгоритме, что приводит к необходимости доработки программы или же модификации алгоритма и программы. Анализ результатов вычислений и их инженерная интерпретация могут привести к необходимости корректировки РС и ММ.

После устранения всех выявленных недочетов приступают к проведению вычислительного эксперимента, что составляет содержание завершающего девятого этапа математического моделирования, итогом которого являются достижение поставленных целей и решение задач исследования.

В частных случаях схема, определяющая взаимосвязь этапов математического моделирования, может несколько видоизменяться, но роль ММ остается неизменной. Использование ММ будет эффективным, если она обладает определенными свойствами. Далее приведем основные из этих свойств [1, 3].

1. С в о й с т в о п о л н о т ы. Полнота ММ позволяет в достаточной мере отразить существенные в данном случае свойства и качества ОИ.

2. С в о й с т в о т о ч н о с т и. Точность ММ обеспечивает приемлемое совпадение значений параметров $y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_m$ ОИ и значений $z_1,\ z_2,\ \ldots,\ z_m$ этих же параметров, найденных с использованием модели, причем остальные параметры $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ рассматриваемого ОИ фиксированы. Тогда можно определить погрешности $\varepsilon_1, \varepsilon_2,\ \ldots, \varepsilon_m$ соответствующих значений $z_1,\ z_2,\ \ldots,\ z_m$ при фиксированных параметрах $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$. В качестве количественной характеристики точности модели обычно принимают какую-либо норму вектора $(\varepsilon_1, \varepsilon_2,\ \ldots, \varepsilon_m)$, например,

$$\varepsilon(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) = \max_{1 \le i \le m} |\varepsilon_i| \quad \text{или} \quad \varepsilon(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \varepsilon_i^2}.$$

Поскольку параметры $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_m$ взаимосвязаны, то в общем случае ε как количественная характеристика точности ММ будет зависеть от параметров $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$.

3. Свойство адекватности. Под этим свойством ММ понимают правильное качественное и достаточно точное количественное описание представляющих интерес характеристик ОИ. В технике адекватность понимают как способность ММ описывать количественные характеристики ОИ, которые представляют интерес при проведении исследования, с погрешностью не более заданного значения δ.

Так, например, можно построить множество упорядоченных значений параметров $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$, для которых $\varepsilon(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) \leq \delta$. Такое множество определяет область адекватности ММ. Чем больше δ, тем шире область адекватности модели. Следовательно, такая модель применима в более широком диапазоне возможного изменения значений параметров $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$.

В ряде областей человеческой деятельности под адекватностью ММ могут понимать только правильное качественное описание представляющих интерес характеристик ОИ.

4. Свойство продуктивности. Продуктивность ММ связывают с возможностью располагать достаточно достоверными исходными данными. Если такой возможности нет, то модель будет непродуктивной и ее применение утрачивает всякий смысл.

5. Свойство экономичности. Экономичность ММ определяют необходимыми затратами времени и ресурсов для изучения ММ. Например, это свойство означает, что модель не требует при проведении вычислительного эксперимента больших затрат машинного времени и памяти. Чем более простой является ММ, тем в большей степени она обладает этим свойством.

6. Свойство робастности. Это свойство характеризует способность не допускать чрезмерного влияния погрешности исходных данных на результаты исследования.

7. Свойство наглядности. Наглядность ММ не обязательное, но желательное свойство, под которым понимают ясный содержательный смысл математического описания. Если модель обладает таким свойством, то это обычно приводит к упрощению использования и модификации ММ.

Приведенные выше свойства позволяют сформулировать требования, предъявляемые к ММ. Очевидно, что эти требования противоречивы и на практике могут быть удовлетворены на основе разумного компромисса. Для достижения такого компромисса можно воспользоваться следующими основными принципами построения ММ, которые стали итогом обобщения практического опыта.

1. Отказ от построения ММ с широкой областью адекватности. В начале исследования обычно не известен необходимый диапазон изменения параметров ОИ. Чем шире диапазон изменения параметров ОИ, тем обычно сложнее становится ММ. Например, если ММ рассматриваемого ОИ является линейной, то расширение диапазона изменения параметров ОИ может стать причиной возникновения нелинейности, что приведет к замене линейной ММ более сложной — нелинейной. Построение и дальнейшее изучение модели с более широкой областью адекватности требует дополнительных затрат времени и средств, причем может оказаться, что в данном исследовании такая ММ не нужна. Потому разумно отказываться от построения ММ с широкой областью адекватности и осуществлять выбор области адекватности, используя следующий принцип.

2. Принцип постепенного усложнения ММ. Этот принцип достаточно прост. Действительно, не имеет смысла начинать с построения сложной ММ, так как может оказаться, что в такой ММ нет необходимости и она вырождается в более простую, поскольку таковы свойства ОИ. Однако время и средства, затраченные дополнительно на построение и изучение такой модели, вернуть уже нельзя.

Согласно данному принципу построение модели рассматриваемого ОИ необходимо начинать с простейших ММ и проверки их пригодности. Если модель признают пригодной, то ее используют на последующих этапах математического моделирования. Если она не пригодна, то необходимо осуществить следующий цикл модификации модели, который приведет к построению более сложной ММ и проверке ее пригодности, и так далее до тех пор, пока не будет получена пригодная ММ. В этом случае удается построить целую совокупность моделей одного и того же ОИ. Сравнение результатов, полученных с использованием различных ММ, может не только существенно обогатить познание о рассматриваемом ОИ, но и повысить достоверность этих результатов.

При использовании этого принципа весьма важным становится вопрос о пригодности ММ. Проверку пригодности модели разумно основывать на следующем принципе.

3. Принцип согласованности. Точность ММ должна быть согласована с погрешностью исходных данных. Это означает (при прочих равных условиях), что чем выше погрешность исходных данных, тем менее точной должна быть ММ. Чем меньше величина погрешности исходных данных, тем более точной может быть ММ.

Если погрешность исходных данных $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ выше значения количественной характеристики точности модели, то модель не будет отвечать требованию продуктивности и ее использование теряет всякий смысл. Если погрешность исходных данных намного меньше значения количественной характеристики точности модели, то модель может быть недостаточно точной и не отвечать требованию полноты.

Основываясь на принципе согласованности и применяя следующий принцип, можно обосновать необходимость получения более точных исходных данных или аргументированно отказаться от их использования.

4. Принцип перехода к стохастической ММ. Некоторые величины или зависимости, используемые при построении модели, иногда невозможно или затруднительно установить с требуемой точностью. Тогда возникает потребность рассмотрения случайных величин или случайных функций, что приводит к появлению стохастической ММ.

Основная трудность при анализе стохастической ММ обычно связана с тем, что необходимые характеристики случайных величин или случайных функций часто не известны или известны с невысокой точностью. Это означает, что модель не удовлетворяет требованию продуктивности. Тогда в соответствии с принципом согласованности следует использовать модель, менее точную по сравнению со стохастической, но зато в большей мере удовлетворяющую свойству робастности.

Применение основных принципов с учетом взаимосвязи между ними позволило существенно уменьшить затраты времени и средств на проведение исследования функционирования кумулятивного заряда при реализации тепловых воздействий на кумулятивную облицовку. Некоторые результаты этого исследования изложены в работах [4–6]. Далее рассмотрим конкретный пример построения ММ с использованием сформулированных принципов.

Обычный вариант кумулятивного заряда содержит заряд бризантного взрывчатого вещества с осевой симметрией и кумулятивную выемку на одном из его торцов, в которой расположена металлическая облицовка, называемая кумулятивной. В начальный момент времени заряд инициируется со стороны, противоположной кумулятивной выемке, тогда образуются продукты детонации, воздействующие на кумулятивную облицовку, что приводит к ее схлопыванию и формированию металлической струи из внутреннего (струеобразующего) слоя облицовки.

Пусть кумулятивный заряд формирует пластически разрушающуюся кумулятивную струю как при реализации, так и при отсутствии (начального) нагрева струеобразующего слоя в начальный момент времени. На первой стадии существования большинства таких струй происходит равномерное растяжение без сосредоточенной деформации. Затем растяжение локализуется в областях образования шеек. В результате происходит пластическое разрушение, т. е. распад кумулятивной струи на определенное количество отдельных элементов, которые в дальнейшем не изменяют свою длину. Такой вид разрушения характерен, например, для кумулятивных струй из меди, никеля и ниобия. Для количественной оценки способности элементов таких кумулятивных струй к удлинению без разрыва используют так называемый коэффициент предельного удлинения, определяемый отношением общей длины элемента струи после разрыва к его начальной длине.

Установим относительное изменение коэффициента предельного удлинения при реализации начального нагрева струеобразующего слоя кумулятивной облицовки, опираясь на современные представления о деформировании металлов и пластическом разрушении кумулятивных струй.

Отказываясь от построения ММ с широкой областью адекватности и учитывая принцип постепенного усложнения ММ, установим искомую зависимость, начиная с построения достаточно простой модели.

В настоящее время известны установленные в результате зарубежных и отечественных исследований близкие друг к другу зависимости коэффициента предельного удлинения от безразмерной комбинации

$$U = \frac{Y}{\rho\, G^2 R^2},$$

в которую входят начальные значения радиуса R элемента кумулятивной струи, осевой скорости G деформаций, динамического предела текучести Y и плотности ρ материала элемента кумулятивной струи. Тогда с учетом известных зависимостей можно записать формулу

$$\frac{n_b(T_I)}{n_b^*} = \left(\frac{U^*}{U}\right)^p, \tag{1}$$

где $n_b(T_I)$ — значение коэффициента предельного удлинения элемента струи при температуре T_I начального нагрева материала струеобразующего слоя кумулятивной облицовки; n_b^* и U^* — значения n_b и U, полученные при отсутствии начального нагрева; p — показатель степени. Согласно данным, приведенным в [7], показатель степени p можно считать приближенно равным 0,4. В дальнейшем верхним индексом * будем отмечать величины, определяемые в случае, когда начальный нагрев материала облицовки отсутствует, т. е. $\Delta T_I = T_I - T_R = 0$, где T_R — температура окружающей среды при нормальных условиях.

Сначала определим температуру и динамический предел текучести материала кумулятивной струи, воспользовавшись приведенной в [8] зависимостью динамического предела текучести Y от температуры T материала:

$$Y = \tilde{Y}\left[1 - \left(\frac{T - T_R}{T_M - T_R}\right)^z\right], \tag{2}$$

где $\tilde{Y}$ — динамический предел текучести материала при фиксированной температуре T_R; T_M — температура плавления материала; z — константа материала. Первый сомножитель в правой части этого уравнения определяет механическое поведение среды при температуре T_R, а второй сомножитель — характер изменения предела текучести от температуры материала.

В общем случае $\tilde{Y}$ зависит от интенсивности пластических деформаций ε_i как основной характеристики сдвиговых пластических деформаций, скорости пластических деформаций e_i и других параметров.

Пусть для любой индивидуальной точки N струеобразующего слоя облицовки применительно к конкретным условиям обжатия и деформирования известна величина динамического предела текучести $\tilde{Y}$ как функция интенсивности пластических деформаций ε_i и скорости пластических деформаций e_i при средних значениях других параметров:

$$\tilde{Y}_N = \tilde{Y}_N(\varepsilon_i,\ e_i). \tag{3}$$

Подставляя соотношение (3) в уравнение (2), получаем

$$Y_N = \tilde{Y}_N\left[1 - \left(\frac{T - T_R}{T_M - T_R}\right)^z\right]. \tag{4}$$

Для определения предела текучести Y_N в индивидуальной точке N материала кумулятивной струи необходимо знать результирующую температуру T в этой точке. Известно, что разогрев металла струи происходит за счет начального нагрева, ударно-волнового нагружения и пластической деформации материала струеобразующего слоя кумулятивной облицовки в процессе ее обжатия и формирования струи.

Применительно к конкретным условиям обжатия облицовки и формирования кумулятивной струи выразим результирующую температуру T в индивидуальной точке N через температуру T^* точки N того же материала, деформированного при тех же условиях, но в отсутствие начального нагрева материала облицовки:

$$T = T^* + \Delta T, \tag{5}$$

где ΔT — прирост температуры материала кумулятивной струи.

Достаточно простую ММ можно получить, если принять допущение о том, что $\Delta T = \Delta T_I$. Это справедливо, если в рассматриваемой индивидуальной точке начальный нагрев материала облицовки не оказывает существенного влияния на приращение за счет пластической деформации результирующей температуры T. Тогда, используя уравнение (4), приходим к следующему отношению:

$$\frac{Y_N}{Y_N^*} = \frac{1 - [(T^* + \Delta T_I - T_R)/(T_M - T_R)]^z}{1 - [(T^* - T_R)/(T_M - T_R)]^z}.$$

Данные, полученные в [8] для различных металлов, показывают, что для меди и других металлов параметр z может быть принят равным 1. Тогда

$$\frac{Y_N}{Y_N^*} = \frac{T_M - T^* - \Delta T_I}{T_M - T^*}.$$

Затем, переходя от значений величин, определяемых в индивидуальной точке N, к средним значениям этих же величин в элементе кумулятивной струи, имеем

$$\frac{Y}{Y^*} = \frac{T_M - T^* - \Delta T_I}{T_M - T^*}. \qquad (6)$$

Как известно из результатов численных расчетов, разупрочнение материала кумулятивной облицовки при прочих равных условиях не оказывает существенного влияния на кинематические характеристики процесса схлопывания облицовки. Следовательно, имеем

$$\frac{U^*}{U} = \frac{Y^*}{Y}.$$

Тогда, используя зависимости (1) и (6), получаем следующее отношение:

$$\frac{n_b(T_I)}{n_b^*} = \left(\frac{Y}{Y^*}\right)^{-p} = \left(\frac{T_M - T^* - \Delta T_I}{T_M - T^*}\right)^{-p}.$$

С помощью похожей зависимости в [7] сделаны оценки влияния начального нагрева кумулятивной облицовки на предельное удлинение кумулятивной струи.

Использование введенного допущения привело к тому, что полученная зависимость справедлива при достаточно малых значениях ΔT_I. Действительно, с ростом температуры начального нагрева материала облицовки вклад ΔT в результирующую температуру T уменьшается по сравнению с ΔT_I. Это означает, что при приближении величины $T^* + \Delta T_I$ к значению T_M относительная погрешность полученной зависимости неограниченно возрастает. Очевидно, что принцип согласованности не выполняется и полученная зависимость не пригодна для практического применения. Следовательно, необходим следующий этап модификации ММ.

Отказываясь от построения модели с широкой областью адекватности и учитывая принцип постепенного усложнения, внесем изменения в ММ. Для этого уточним результирующую температуру T, определяемую по формуле (5). Тогда, осуществляя приведенные в работе [4] выкладки, получаем следующее отношение коэффициента предельного удлинения $n_b(T_I)$ элемента струи, сформированного из нагреваемой облицовки, к коэффициенту предельного удлинения n_b^* элемента, образованного при тех же условиях, но в отсутствие начального нагрева:

$$\frac{n_b(T_I)}{n_b^*} = \left(\frac{Y}{Y^*}\right)^{-p} = \left(1 - \frac{T_I - T_R}{T_M - T_K}\right)^{-p},$$

$$0 \leqslant \frac{T_I - T_R}{T_M - T_K} < 1,$$

где T_K — остаточная температура после ударно-волнового нагружения материала облицовки, из которого сформирован элемент кумулятивной струи.

Построенная зависимость была использована для расчета глубины пробития кумулятивного заряда при реализации начального нагрева материала облицовки. Сравнение результатов расчетов с известными экспериментальными данными обнаружило их удовлетворительное соответствие, что позволило сделать вывод о пригодности полученной ММ для практического использования. Некоторые результаты такого сравнения приведены в работах [5, 6].

Если были бы получены экспериментальные данные, которые существенно отличались от расчетных, то тогда был бы необходим следующий этап модификации ММ с использованием более точных исходных зависимостей, а это, в свою очередь, порождало бы потребность в их нахождении.

В заключение рассмотренного примера стоит отметить, что, пренебрегая сформулированными ранее принципами, можно, например, прийти к модели [7], в которой для определения относительного изменения коэффициента предельного удлинения при реализации начального нагрева облицовки применяется инженерная методика оценки температуры кумулятивной струи. Анализ такой модели позволяет легко установить, что она в меньшей степени удовлетворяет предъявляемым к ММ требованиям, чем ранее полученная модель.

Выводы. Таким образом, требования, предъявляемые к ММ, противоречивы и могут быть удовлетворены на основе разумного компромисса, достижение которого возможно с помощью принципов построения моделей. В работе сформулированы основные принципы:

1) отказ от построения ММ с широкой областью адекватности;

2) принцип постепенного усложнения ММ;

3) принцип согласованности;

4) принцип перехода к стохастической ММ.

Построение ММ с использованием в совокупности этих четырех принципов может уменьшить влияние субъективного фактора при принятии решений на некоторых этапах математического моделирования, сократить затраты времени и средств на проведение исследования. Очевидно, что применение сформулированных принципов позволит рационально использовать возможности математического моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. З а р у б и н В. С. Математическое моделирование в технике. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 496 с.
2. А м о с о в А. А., Д у б и н с к и й Ю. А., К о п ч е н о в а Н. В. Вычислительные методы для инженеров. – М.: Высш. шк., 1994. – 544 с.
3. М ы ш к и с А. Д. Элементы теории математических моделей. – М.: Наука, 1994. – 192 с.
4. М а р к е л о в Г. Е. О влиянии начального нагрева струеобразующего слоя облицовки кумулятивного заряда на предельное удлинение элементов струи // ПМТФ. – 2000. – Т. 41, № 2. – С. 32–36.
5. М а р к е л о в Г. Е. О влиянии начального нагрева облицовки на пробивное действие кумулятивного заряда // ПМТФ. – 2000. – Т. 41, № 5. – С. 27–31.
6. M a r k e l o v G. E. Influence of heating temperature on the ultimate elongation of shaped-charge jet elements // Proc. of the 5th Int. Conf. “Lavrentyev Readings on Mathematics, Mechanics and Physics”. – Novosibirsk: Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, 2000. – P. 170.
7. Ф и з и к а взрыва / Под ред. Л.П. Орленко. Т. 2. – М.: Физматлит, 2002. – 656 с.
8. J o h n s o n G. R., C o o k W. N. A constitutive model and data for metals subjected to large strains. High rates and high temperatures // Proc. of the 7th Intern. Symp. on Ballistics. – Hague: Royal Institution of Ehgineers in the Netherlands, 1983. – P. 541–547.

Статья поступила в редакцию 18.02.2005

Геннадий Евгеньевич Маркелов родился в 1968 г., окончил в 1994 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 10 научных работ в области математического моделирования технических систем.

G.Ye. Markelov (b. 1968) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1994. Ph.D. (Eng.), assoc. professor, head of “Applied Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 10 publications in the field of mathematical simulation of technical systems.