

ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВ ПРИХОДА И ЧИСЛА СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Рассмотрен оптимальный алгоритм оценивания углов прихода и числа сигналов в условиях параметрической априорной неопределенности на основе метода максимального правдоподобия. Этот алгоритм включает в себя: получение функции правдоподобия для совместного оценивания углов прихода сигналов (углов места и азимутов) на основе комплексной амплитудной информации в случае плоской волны, коррелированных помех и произвольной расстановки антенной системы; решение нелинейной задачи многомерной многоэкстремальной оптимизации данной функции при априори известном числе сигналов с целью нахождения углов их прихода; при отсутствии информации о числе сигналов — проведение многоальтернативной проверки сложных гипотез и получение решающего правила о числе сигналов. С использованием полученного алгоритма совместного оценивания углов прихода и числа сигналов проведено статистическое моделирование. Получены зависимости вероятностей принятия решений о числе сигналов в многосигнальной ситуации от отношения сигнал/помеха.

Оценивание углов прихода и числа сигналов является одной из основных задач обработки информации в радиоизмерительных системах. Эта задача рассматривалась во многих работах, для ее решения разработаны различные методы как на основе спектрального анализа, так и на основе параметрической статистической теории. Наиболее полный обзор современных методов оценивания углов прихода сигналов с приложением обширной библиографии представлен в работе [1]. Однако сохраняет свою актуальность задача совместного оптимального оценивания числа и параметров (углов места и азимутов) сигналов в многосигнальной ситуации.

Рассмотрим антенную систему (АС), состоящую из M элементов и принимающую N сигналов. В этом случае информация на выходе M приемных каналов представляется в виде выборки комплексных амплитуд $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T$ с вектором математических ожиданий $\vec{s} = (s_1, s_2, \dots, s_M)^T$, при этом каждый компонент вектора \vec{s} зависит от углов прихода сигналов $\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N)$ (углов места) и $\vec{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)$ (азимутов), а также от амплитуд $\vec{A} = (A_1, A_2, \dots, A_N)$ и начальных фаз $\vec{\varphi}_N = (\varphi_{N1}, \varphi_{N2}, \dots, \varphi_N)$ сигналов.

Будем предполагать, что элементы АС являются ненаправленными, расположенными в одной горизонтальной плоскости, комплексные коэффициенты передачи каналов известны, а взаимное влияние элементов АС отсутствует.

При этом имеется параметрическая априорная неопределенность, представляющая собой векторы неинформативных параметров [2], в частности векторы параметров \vec{A} и $\vec{\varphi}_n$. В указанных условиях априорной неопределенности векторы параметров $\vec{\beta}$ и $\vec{\theta}$ являются информативными и подлежат измерению в априори известных ограниченных интервалах $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$ и $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ соответственно.

Если векторы неинформативных параметров зафиксированы, то результаты наблюдений, представляющие собой случайную выборку (реализацию случайного процесса), имеют полностью определенные вероятностные характеристики. Тогда информация на выходе АС имеет вид

$$\vec{x} = \vec{s} + \vec{w}, \quad (1)$$

где $\vec{s} = \{s_1, s_2, \dots, s_m, \dots, s_M\}$,

$$s_m = \sum_{n=1}^N A_n \exp(j(\varphi_{nn} + \mu_m \cos \beta_n \cos(\theta_n - \gamma_m)))$$

— суммарный сигнал от всей совокупности источников излучения, принимаемый m -м элементом АС; \vec{w} — вектор помехи, имеющей нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей \mathbf{K} ; $\mu_m = 2\pi D_m / \lambda$, D_m — расстояние между точкой привязки фазы и m -м элементом АС, λ — длина волны; γ_m — угол между направлением, относительно которого отсчитывается азимут, и прямой линией, соединяющей точку привязки фазы и m -й элемент. На рис. 1 показано пространственное положение углов прихода сигналов (1).

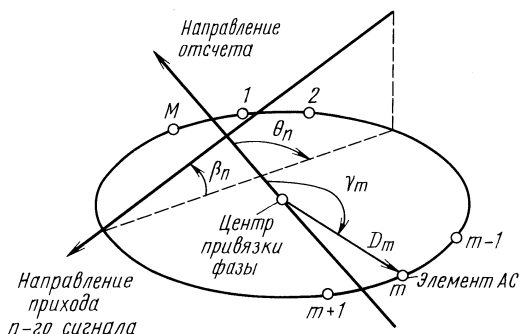


Рис. 1. Пространственное положение углов прихода сигналов

Для оценивания параметров сигналов, как правило, используется метод максимального правдоподобия (МП). Это обусловлено тем, что асимптотически, т.е. при $M \rightarrow \infty$, этот метод приводит к состоятельным, эффективным и несмещенным оценкам параметров, т.е. является асимптотически оптимальным. При этом совместное распределение вероятностей оценок параметров является нормальным со средними значениями, равными оцениваемым параметрам, и корреляционной матрицей, обратной информационной матрице Фишера [3].

Пусть $\vec{\vartheta} = (\vec{A}, \vec{\varphi}_n, \vec{\beta}, \vec{\theta})$ — вектор всех неизвестных параметров, $\vec{v} = (\vec{\beta}, \vec{\theta})$ — вектор информативных параметров. Оценку вектора \vec{v} осуществим путем совместной максимизации функции правдоподобия по вектору $\vec{\vartheta}$. Тогда для рассматриваемой задачи метод МП приводит к следующему выражению для оценивания параметров:

$$W(\vec{x}|\hat{\vec{\vartheta}}) = \sup_{\vec{\vartheta}} W(\vec{x}|\vec{\vartheta}), \quad (2)$$

где $W(\vec{x}|\vec{\vartheta})$ — многомерная плотность распределения вероятностей выборки \vec{x} . Поскольку при построении различного типа автоматических измерителей, как правило, используется гауссовская модель анализируемых случайных процессов [2], то

$$W(\vec{x}|\vec{\vartheta}) = \frac{1}{(2\pi)^{M/2} \sqrt{\det \mathbf{K}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\vec{x} - \vec{s}(\vec{\vartheta}))^* \mathbf{K}^{-1}(\vec{x} - \vec{s}(\vec{\vartheta}))\right),$$

где \mathbf{K} — корреляционная (эрмитова) матрица комплексной выборки \vec{x} ; символ * означает комплексно-сопряженное транспонирование. Отметим, что под корреляционной матрицей понимается матрица корреляций для каждой квадратуры. Появление коррелированной выборки может быть обусловлено появлением мешающих сигналов.

Очевидно, что выражение (2) может быть заменено эквивалентным ему выражением для оценивания параметров:

$$B(\vec{x}; \hat{\vec{\vartheta}}) = \inf_{\vec{\vartheta}} B(\vec{x}; \vec{\vartheta}), \quad (3)$$

где $B(\vec{x}; \vec{\vartheta}) = \frac{1}{2} \vec{s}^*(\vec{\vartheta}) \mathbf{K}^{-1} \vec{s}(\vec{\vartheta}) - \text{Re}(\vec{x}^* \mathbf{K}^{-1} \vec{s}(\vec{\vartheta}))$ — логарифмическая функция правдоподобия.

Произведя замену $\Phi_n = A_n \exp(j\varphi_n)$, $F_{mn} = \exp(j\mu_m \cos \beta_n \cos(\theta_n - \gamma_m))$, $n = 1, 2, \dots, N$, $m = 1, 2, \dots, M$, получаем

$$\vec{s}(\vec{\vartheta}) = \mathbf{F}\vec{\Phi}.$$

По аналогии с тем, как это сделано в работе [4], вводим вектор комплексных корреляционных интегралов системы оптимальной обработки одиночного сигнала $\vec{Q} = \vec{x}^* \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}$ и матричную функцию неопределенности сигналов $\Psi = \mathbf{F}^* \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}$. Тогда вместо выражения (3) имеем

$$B(\vec{x}; \vec{\vartheta}) = \inf_{\vec{\vartheta}} \left(\frac{1}{2} \vec{\Phi}^* \Psi \vec{\Phi} - \operatorname{Re} \left(\vec{Q} \vec{\Phi} \right) \right). \quad (4)$$

В соответствии с выражением (4) возможны два пути решения задачи оценки информативных параметров при неизвестных значениях неинформативных параметров сигнала. Первый путь состоит в получении совместных оценок МП всех неизвестных параметров и использовании в дальнейшем лишь оценки информативных параметров. Второй путь заключается в том, что неинформативные параметры принимаются такими, чтобы выходной сигнал, пропорциональный выражению (4), был максимален. Для этого значения неинформативных параметров находим из системы уравнений МП и подставляем в выражение (4). Очевидно, что второй путь приводит в данном случае к двукратному уменьшению количества переменных в задаче поиска минимума функционала.

Систему уравнений МП для неинформативных параметров получаем путем дифференцирования выражения (4) по этим параметрам, в результате чего приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно вектора $\vec{\Phi}$, откуда имеем

$$\vec{\Phi} = \Psi^{-1} \vec{Q}^*. \quad (5)$$

При использовании выражений (4) и (5) метод МП приводит к выражению

$$f(\vec{x}; \vec{\nu}) = \sup_{\vec{\nu}} f(\vec{x}; \vec{\nu}), \quad (6)$$

где $f(\vec{x}; \vec{\nu}) = \vec{Q} \Psi^{-1} \vec{Q}^*$. Полученное решение (5) может оказаться некорректным. Тогда вместо функции $f(\vec{x}; \vec{\nu})$ воспользуемся ее наилучшим приближением по методу наименьших квадратов:

$$f(\vec{x}; \vec{\nu}) = \vec{Q} \Psi^+ \vec{Q}^*, \quad (7)$$

где Ψ^+ — псевдообратная матрица для матрицы Ψ [5].

В соответствии с выражениями (6) и (7) имеем нелинейную задачу $2N$ -мерной оптимизации вещественной (не комплекснозначной) функции, что позволяет применить многомерный алгоритм поиска максимума функции с редукцией размерности при помощи разверток [6].

Функция $f(\vec{x}; \vec{V})$ является нелинейной (в общем случае многоэкстремальной) функцией на гиперкубе

$$D = \{ \vec{V} \in R^{2N} : \beta_{\min} \leq v_n \leq \beta_{\max}, \theta_{\min} \leq v_{n+N} \leq \theta_{\max}, n = 1, 2, \dots, N \},$$

для которой необходимо найти $2N$ -мерный глобальный максимум.

Пусть $\vec{V}(y)$, $y \in [0, 1]$, — непрерывное однозначное отображение отрезка $[0, 1]$ на гиперкуб D . В качестве такого отображения выбирают кривую Пеано, удобную для численного построения разверток. Тогда

$$\sup_{\vec{V} \in D} f(\vec{x}; \vec{V}) = \sup_{y \in [0, 1]} f(\vec{x}; \vec{V}(y)),$$

т.е. решение многомерной задачи максимизации (7) сводится к максимизации одномерной функции $f(\vec{x}; \vec{V}(y))$.

Для максимизации полученной функции $f(\vec{x}; \vec{V}(y))$ можно применять многомерный обобщенный алгоритм глобального поиска [6]. Однако этот алгоритм требует большого объема памяти для хранения значений каждой итерации. Поэтому для поиска глобального максимума функции $f(\vec{x}; \vec{V}(y))$ воспользуемся методом одномерного случайного поиска [7]. Получив окончательное максимальное значение функции и используя неинъективную развертку типа кривой Пеано [6], определяем точку глобального максимума, которую можно уточнить методом деформированного многогранника [8]. Полученные точки максимума являются искомыми оценками информативных параметров $\hat{\beta}$ и $\hat{\theta}$.

Следует отметить, что можно распараллелить вычисления для поиска максимума функции, если разбить гиперкуб D на небольшое число

k непересекающихся гиперкубов D_i , таких что $\bigcup_{i=1}^k D_i = D$ и $\bigcap_{i=1}^k D_i = \emptyset$.

При этом каждая точка отрезка $[0, 1]$ может быть неинъективно отображена на каждый из гиперкубов D_i . Поэтому можно одновременно провести одномерный случайный поиск для каждого гиперкуба D_i , а затем выбрать наибольшее из k полученных значений функции $f(\vec{x}; \vec{V}(y))$. Такая процедура применима, если число локальных максимумов слишком велико.

Укажем, что применение описанного алгоритма решения задачи многомерной оптимизации позволяет существенно сократить время нахождения глобального максимума по сравнению с методом перебора на крупной дискретной сетке значений аргументов функции (7) с подъемами к точке локального экстремума из каждого узла этой сетки.

При рассмотрении алгоритма оценивания углов прихода сигналов предполагалось, что число сигналов априори известно. При отсутствии такой информации поиск максимума функции $f(\vec{x}; \vec{V})$ по вектору параметров \vec{V} следует дополнить поиском по числу сигналов

$N = 1, 2, \dots, N_{\max}$, где N_{\max} — максимально возможное число сигналов, обусловленное параметрами АС. При этом характер оптимальной пространственно-временной обработки зависит от числа и пространственно-временной структуры принимаемых сигналов. В этом случае задачу оценивания рассмотрим для разрешения совокупности числа сигналов N , представляющих собой монохроматические колебания известной длины волны λ , и оценивания информативных параметров (углов места и азимутов) для каждого сигнала на АС, расположенной в горизонтальной плоскости.

Правило определения числа сигналов и оценки их параметров может быть основано на методе МП при условиях, оговоренных в критерии оптимизации, а также на методе отношения правдоподобия [9].

Рассмотрим задачу оценивания числа сигналов и углов их прихода как многоальтернативную проверку сложных гипотез. Гипотезе H_N , $N = 1, 2, \dots, N_{\max}$, соответствует наличие N сигналов. При этом полагаем, что задача обнаружения уже успешно решена и случая отсутствия сигналов нет. Параметрическая априорная неопределенность при гипотезе H_N заключается в том, что неизвестны значения комплексных амплитуд сигналов на выходе элемента АС, которые при заданной геометрии АС определяются углами прихода сигналов. Особенностью такой постановки задачи является то, что гипотеза H_N включает в себя как частные случаи все гипотезы H_i при $i \leq N$. Поэтому значения максимума функции правдоподобия при увеличении N не убывают. Согласно решающему правилу, построенному по критерию максимума функции правдоподобия, с вероятностью 1 отдается предпочтение гипотезе с наибольшим значением N_{\max} .

Введем следующие обозначения при наличии i сигналов: $\vec{\vartheta}^{(i)} = (A_1, A_2, \dots, A_i, \varphi_{H1}, \varphi_{H2}, \dots, \varphi_{Hi}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i)$ — вектор всех параметров, $\vec{\nu}^{(i)} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i)$ — вектор всех информативных параметров, $\vec{Q}^{(i)} = \vec{Q}(\vec{x}; \vec{\nu}^{(i)})$ — вектор комплексных корреляционных интегралов, $\Psi_{i \times i}$ — матричная функция неопределенности. Тогда из выражения (7) имеем функцию оценивания информативных параметров i сигналов:

$$f(\vec{x}; \vec{\nu}^{(i)}) = \vec{Q}^{(i)} \Psi_{i \times i} + \vec{Q}^{(i)*}. \quad (8)$$

Пусть рассматривается гипотеза H_i — присутствуют i сигналов (вектор параметров $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}^{(i)}$) против альтернативы H_j — присутствуют $j < i$ сигналов (вектор параметров $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}^{(j)}$). Тогда, используя формулы (2)–(8), несложно показать, что отношение правдоподобия вида

$$\Lambda_{ij} = \frac{\sup_{\vec{\vartheta}^{(j)}} W(\vec{x} | \vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}^{(j)})}{\sup_{\vec{\vartheta}^{(i)}} W(\vec{x} | \vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}^{(i)})} \underset{H_i}{\overset{H_j}{\geq}} h_{\text{пор}},$$

используемое для проверки гипотезы H_i против альтернативы H_j , можно заменить эквивалентным ему неравенством

$$\sup_{\vec{v}^{(j)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(j)}) - \sup_{\vec{v}^{(i)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(i)}) \underset{H_i}{\overset{H_j}{\geq}} 2 \ln h_{\text{пор}},$$

где $h_{\text{пор}} = p_j/p_i$ — некоторое пороговое значение, зависящее от априорных вероятностей p_i и p_j наличия i и j сигналов соответственно.

Отметим, что если наличие каждого из числа сигналов $i = 1, 2, \dots, \dots, N_{\text{max}}$ равновероятно, т.е. $p_i = p_j$, $j = 1, 2, \dots, N_{\text{max}}$, и, следовательно, $h_{\text{пор}} = 1$ (что соответствует правилу выбора решения по критерию отношения правдоподобия), то решающее правило для гипотезы H_i против альтернативы H_j представляет собой неравенство

$$\sup_{\vec{v}^{(j)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(j)}) \underset{H_i}{\overset{H_j}{\geq}} \sup_{\vec{v}^{(i)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(i)}). \quad (9)$$

В соответствии с выражением (9) правило выбора решения о присутствии N сигналов представлено в следующей теореме.

Теорема. Если для всех $i = 1, 2, \dots, N_{\text{max}}$ выполняется система неравенств

$$\begin{aligned} \sup_{\vec{v}^{(N)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(N)}) &> \sup_{\vec{v}^{(i)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(i)}) \quad \text{при } i = 1, 2, \dots, N-1, \\ \sup_{\vec{v}^{(N)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(N)}) &\geq \sup_{\vec{v}^{(i)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(i)}) \quad \text{при } i = N, N+1, \dots, N_{\text{max}}, \end{aligned} \quad (10)$$

то принимается гипотеза H_N о наличии N сигналов; если не выполняется хотя бы одно из них, то эта гипотеза отвергается.

Доказательство. Доказательство теоремы проведем по методу математической индукции для максимально возможного числа сигналов $N_{\text{max}} \geq 2$.

1. Пусть $N_{\text{max}} = 2$. Проведем проверку правила решения (9) для гипотезы H_2 (присутствуют два сигнала) против альтернативы H_1 (присутствует один сигнал). Тогда имеем неравенство

$$\sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}) \underset{H_2}{\overset{H_1}{\geq}} \sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}).$$

Если верна альтернатива H_1 , то

$$\sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}) \geq \sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}),$$

что удовлетворяет системе неравенств (10), поскольку, как указывалось выше, хотя бы один сигнал присутствует всегда. Если же верна гипотеза H_2 , то

$$\sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}) > \sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}),$$

что также удовлетворяет системе неравенств, поскольку $N_{\max} = 2$.

2. Пусть $N_{\max} = 3$. Проведем проверку правила решения (10) для гипотезы H_3 (присутствуют три сигнала) против альтернатив H_2 (присутствуют два сигнала) и H_1 (присутствует один сигнал). Тогда из правила (9) имеем неравенства

$$\sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}) \underset{H_3}{\underset{H_1}{\geq}} \sup_{\vec{v}^{(3)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(3)}), \quad \sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}) \underset{H_3}{\underset{H_2}{\geq}} \sup_{\vec{v}^{(3)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(3)}).$$

Пусть верна гипотеза H_3 . Тогда

$$\sup_{\vec{v}^{(3)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(3)}) > \sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}), \quad \sup_{\vec{v}^{(3)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(3)}) > \sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}).$$

Если верна альтернатива H_2 , но неверны гипотеза H_3 и альтернатива H_1 , то

$$\sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}) \geq \sup_{\vec{v}^{(3)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(3)}), \quad \sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}) > \sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}),$$

причем последнее неравенство следует из п. 1.

Если верна альтернатива H_1 , но неверны гипотеза H_3 и альтернатива H_2 , то

$$\sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}) \geq \sup_{\vec{v}^{(3)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(3)}), \quad \sup_{\vec{v}^{(1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(1)}) \geq \sup_{\vec{v}^{(2)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(2)}),$$

причем последнее неравенство также следует из п. 1.

Очевидно, что все полученные в п. 2 неравенства удовлетворяют системе неравенств (10) для $N_{\max} = 3$.

3. Пусть система неравенств выполняется для $N_{\max} = N_h - 1$, где N_h — некоторое гипотетическое максимальное число сигналов. Докажем, что она выполняется также для $N_{\max} = N_h$. Проведем проверку правила решения (10) для гипотезы H_{N_h} (присутствуют N_h сигналов) против

альтернатив H_{N_h-1} (присутствуют $N_h - 1$ сигналов), ..., H_2 (присутствуют два сигнала) и H_1 (присутствует один сигнал). Тогда из правила (9) имеем неравенства для $i = 1, 2, \dots, N_h - 1$:

$$\sup_{\vec{v}^{(i)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(i)}) \underset{H_{N_h}}{\overset{H_i}{>}} \sup_{\vec{v}^{(N_h)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(N_h)}).$$

Пусть верна гипотеза H_{N_h} . Тогда из предыдущих неравенств следует

$$\sup_{\vec{v}^{(N_h)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(N_h)}) > \sup_{\vec{v}^{(i)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(i)}),$$

где $i = 1, 2, \dots, N_h - 1$.

Если верна альтернатива H_{N_h-1} , но неверны гипотеза H_{N_h} и альтернативы $H_1, H_2, \dots, H_{N_h-2}$, то

$$\sup_{\vec{v}^{(N_h-1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(N_h-1)}) \geq \sup_{\vec{v}^{(N_h)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(N_h)}), \quad \sup_{\vec{v}^{(N_h-1)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(N_h-1)}) > \sup_{\vec{v}^{(i)}} f(\vec{x}; \vec{v}^{(i)}),$$

где $i = 1, 2, \dots, N_h - 2$, причем последнее неравенство следует из условия, что система (10) выполнена для случая $N_{\max} = N_h - 1$.

Полагая верной каждую из альтернатив H_i , $i = 1, 2, \dots, N_h - 2$, но неверными гипотезу H_{N_h} и альтернативы H_j , $j = 1, 2, \dots, N_h - 1$ и $j \neq i$, получим аналогичные неравенства, причем первое будет следовать из правила (9), а второе — из того, что система (10) выполняется для всех случаев $N_{\max} \leq N_h - 1$.

Таким образом, обобщая изложенное в пп. 1–3, получаем систему неравенств вида (10), что и требовалось доказать.

На рис. 2 представлена структурная схема оптимального алгоритма оценивания углов прихода и числа сигналов в условиях параметрической априорной неопределенности.

При априорном знании максимально возможного числа сигналов $N_{\max} = 3$ и интервалов оценивания углов прихода сигналов $\beta_n \in (0, 90)^\circ$, $\theta_n \in [0, 360)^\circ$, $n = 1, 2, \dots, N_{\max}$, для независимой однородной выборки комплексных амплитуд \vec{x} , т.е. для $\mathbf{K} = \sigma^2 \mathbf{E}$, где \mathbf{E} — единичная матрица размера $M \times M$, и отношения сигнал/помеха $q = 20 \lg(A/\sigma) \in [0; 60]$ дБ проведено статистическое моделирование с применением представленного алгоритма оценивания углов прихода и числа сигналов с многомерной оптимизацией функции (8). В качестве АС взята круговая антенная решетка с числом элементов $M = 10$, причем ее элементы расположены равномерно по окружности диаметра D , длина волны составляет $\lambda = D$. Также предполагаем, что $A_1 = \dots = A_N = A$ и

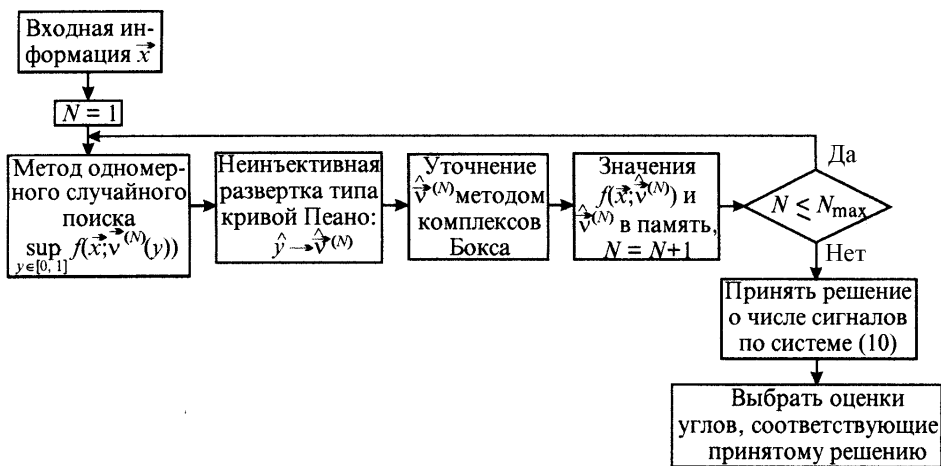


Рис. 2. Структурная схема оптимального алгоритма оценивания углов прихода и числа сигналов

$\varphi_{n1} = \dots = \varphi_{nN} = 0$ (последнее равенство означает пространственную когерентность сигналов).

На рис. 3, *a* представлены вероятности выбора гипотез H_1 , H_2 и H_3 в предположении, что верна гипотеза H_1 о наличии одного сигнала с истинными параметрами $\beta_1 = 30^\circ$ и $\theta_1 = 45^\circ$. На рис. 3, *б* представлены вероятности выбора гипотез H_1 , H_2 и H_3 в предположении, что верна гипотеза H_2 о наличии двух сигналов с истинными параметрами $\beta_1 = 30^\circ$, $\theta_1 = 45^\circ$ и $\beta_2 = 40^\circ$, $\theta_2 = 165^\circ$. На рис. 3, *в* представлены вероятности выбора гипотез H_1 , H_2 и H_3 в предположении, что верна гипотеза H_3 о наличии трех сигналов с истинными параметрами $\beta_1 = 30^\circ$, $\theta_1 = 45^\circ$, $\beta_2 = 40^\circ$, $\theta_2 = 165^\circ$ и $\beta_3 = 50^\circ$, $\theta_3 = 300^\circ$. На рис. 3, *a–в* представлены вероятности выбора гипотез H_1 , H_2 и H_3 , полученные на основе свойства, следующего из классического определения вероятности [10], путем моделирования при $N_{\text{исп}} = 100$ независимых испытаний. При этом в каждом испытании проверялась система неравенств (10) для полученных значений функции (8) и соответствующих ей оценок углов прихода сигналов, и фиксировалось принятое решение. Общее количество принятых решений по каждой из гипотез относилось к общему числу испытаний $N_{\text{исп}}$, в результате чего и получались указанные выше вероятности.

Из рис. 3, *a, б* видно, что при $q \leq 20$ дБ вероятность принятия неправильного решения возрастает, а при $q \leq 5$ дБ она становится равной единице. Это означает, что для $q > 20$ дБ алгоритм оценивания углов прихода и числа сигналов позволяет получать достаточно достоверные результаты, а при $q \rightarrow \infty$ вероятность правильного оценивания числа сигналов и, следовательно, углов их прихода стремится к единице для

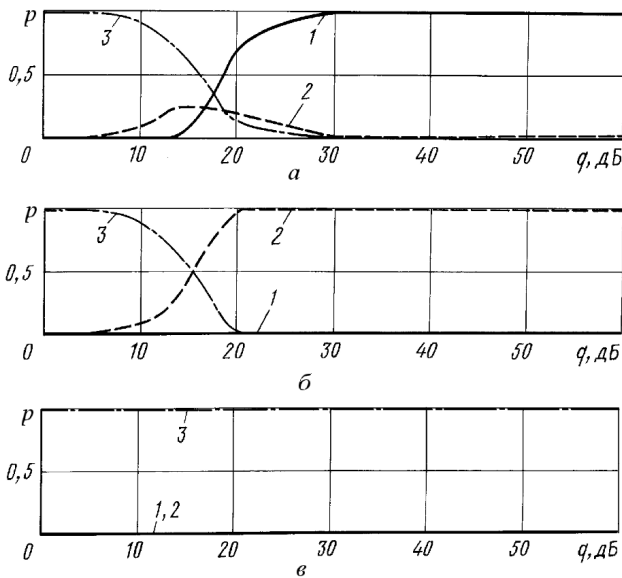


Рис. 3. Вероятности принятия решений в односигнальной (а), двухсигнальной (б) и трехсигнальной (в) ситуациях:
 вероятности выбора гипотез (1), (2) и (3)

любого числа сигналов, числа элементов АС, величин измеряемых углов и зависит от априори известных интервалов, в которых измеряются углы прихода сигналов.

Результаты, представленные на рис. 3, в, означают, что решающее правило (10) совпадает с правилом, построенным по критерию максимума функции МП, т.е. с вероятностью 1 отдается предпочтение гипотезе с наибольшим значением N_{\max} .

Выводы. 1. Полученная функция правдоподобия для оценивания углов прихода сигналов (углов места и азимутов) на основе информации на выходе каналов антенно-приемного комплекса, коррелированных неоднородных помех и произвольной расстановки элементов антенной системы в одной горизонтальной плоскости является нелинейной функцией своих аргументов, многоэкстремальной в общем случае.

2. С использованием метода максимального правдоподобия при априори известном числе сигналов для нахождения глобального максимума функции правдоподобия предложен алгоритм решения нелинейной задачи многомерной оптимизации, который позволяет существенно сократить время поиска максимально правдоподобных оценок углов прихода сигналов.

3. При отсутствии информации о числе сигналов представлено правило выбора решения о числе сигналов с использованием отношения правдоподобия и предлагаемого алгоритма оптимизации.

4. При значении отношения сигнал/помеха, превышающем определенную величину, зависящую от числа сигналов, величин измеряемых углов и априори известных интервалов измерения, расположения элементов антенной системы и их числа, вероятность принятия неправильного решения о числе сигналов стремится к нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. K r i m Н., V i b e r g М. Two decades of array signal processing research // IEEE signal processing magazine. – July 1996. – P. 67–92.
2. Л е в и н Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 3. – М.: Сов. радио, 1976. – 288 с.
3. К р а м е р Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.
4. Ф а л ь к о в и ч С. Е., Х о м я к о в Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. – М.: Радио и связь, 1981. – 288 с.
5. Г а н т м а х е р Ф. Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1967. – 575 с.
6. С т р о н г и н Р. Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. – М.: Наука, 1978. – 240 с.
7. П о л я к Б. Т. Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 384 с.
8. Х и м м е л ь б л а у Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с.
9. Л е м а н Э. Проверка статистических гипотез. – М.: Наука, 1979. – 408 с.
10. К е н д а л л М., С т ь ю а р т А. Теория распределений. – М.: Наука, 1966. – 588 с.

Статья поступила в редакцию 11.12.2002

Анна Леонидовна Дзвонковская родилась в 1977 г., окончила в 2000 г. Московский государственный авиационный институт. Ассистент кафедры “Вычислительная математика и математическая физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 23 научных работ в области математического моделирования.

A.L. Dzvонkovskaya (b. 1977) graduated from the Moscow State Aviation Institute in 2000. Assistant of “Computational Mathematics and Mathematical Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 23 publications in the field of mathematical simulation.