

УДК 517.958:532.51

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ КРУГОВОГО ПРОФИЛЯ, СОВЕРШАЮЩЕГО ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ, МЕТОДОМ LS-STAG

И.К. Марчевский, В.В. Пузикова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: iliarmarchevsky@mail.ru; valeria.puzikova@gmail.com

Рассмотрено обтекание кругового профиля, совершающего вращательные колебания, при различных значениях амплитуды угловой скорости и безразмерной частоты колебаний. Для численного моделирования использован метод LS-STAG. Смоделированы наблюдавшиеся в экспериментах эффекты сильного снижения лобового сопротивления при низкочастотных вращательных колебаниях профиля и стабилизации следа за профилем, совершающим высокочастотные вращательные колебания, редко воспроизводимые численно.

Ключевые слова: профиль, вращательные колебания, стабилизация следа, разнесенные сетки, метод LS-STAG, функция уровня.

FLOW-AROUND SIMULATION OF CIRCULAR CYLINDER PERFORMING ROTARY OSCILLATIONS BY LS-STAG METHOD

I.K. Marchevskiy, V.V. Puzikova

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: iliarmarchevsky@mail.ru; valeria.puzikova@gmail.com

Authors reviewed the flow-around of circular cylinder performing a rotary oscillation at different range of angle rate amplitude and non-dimensional oscillations frequency. LS-STAG method was applied for computational simulation. Effects of reduce drag observed in experiments earlier are simulated at low-frequency rotary oscillations of the circular cylinder and at control of the airfoil wake past a circular cylinder performing high-frequency rotary oscillations which seldom reproduced numerically.

Keywords: circular cylinder, rotary oscillations, control of airfoil wake past a circular cylinder, staggered grids, LS-STAG method, level set function.

Введение. Известно, что ламинарное течение в следе за неподвижным круговым профилем с границей K и диаметром \bar{D} при обтекании его равномерным потоком вязкой несжимаемой среды с постоянной плотностью $\bar{\rho}$ (\bar{A} — размерная физическая величина; A — соответствующая ей безразмерная комбинация) характеризуется следующими режимами [1]: безотрывное стационарное течение; стационарный отрыв; нестационарное отрывное периодическое течение. При числах

Рейнольдса $Re = \bar{V}_\infty \bar{D} / \bar{\nu} < 5$ (\bar{V}_∞ — скорость набегающего потока; $\bar{\nu}$ — коэффициент кинематической вязкости) обтекание кругового профиля происходит без отрыва пограничного слоя. Увеличение числа Рейнольдса приводит к отрыву ламинарного пограничного слоя от поверхности профиля. При $5 < Re < 60$ внутри области отрыва у кормовой части профиля устойчиво располагаются два вихря (зоны вращательного движения разных знаков), за которыми вниз по течению следует извилистый вихревой слой. В этом диапазоне значений числа Рейнольдса след (область течения позади тела, в которой происходят изменения, обусловленные присутствием тела) полностью ламинарный. При $60 < Re < 300$ реализуется устойчивый ламинарный режим течения с регулярной вихревой дорожкой Кармана: вихри за профилем расположены уже не стабильно, а образуются и отрываются поочередно то с одной, то с другой стороны. Такой режим течения характеризуется безразмерной частотой схода вихрей — числом Струхала $Sh = \bar{f} \bar{D} / \bar{V}_\infty$ (\bar{f} — частота схода вихрей). При больших значениях числа Рейнольдса возникает турбулизация течения в следе.

Если обтекаемый круговой профиль вращается, то структура течения сильно изменяется, поскольку при обтекании вращающегося тела образуется сила, действующая на тело и направленная перпендикулярно потоку. Это явление известно как эффект Магнуса [2]. Если профиль вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = \omega_0$, то вихревой след за цилиндром наблюдается только при низких скоростях ω_0 и полностью подавляется при критической скорости вращения ω_0^{cr} , зависящей от числа Рейнольдса. При $\omega_0 > \omega_0^{cr}$ наблюдаются два стационарных вихря, которые при возрастании угловой скорости ω_0 становятся более вытянутыми и смещаются в направлении вращения. Если угловая скорость профиля изменяется по закону $\omega = \omega(t) = \omega_0 \sin(2\pi S_e t)$, где $t = \bar{t} \bar{V}_\infty / \bar{D}$ — безразмерное время; S_e — безразмерная частота вращательных колебаний, то в зависимости от амплитуды угловой скорости ω_0 и величины S_e могут наблюдаться различные режимы течения.

При определенных значениях параметров ω_0 и S_e наибольший интерес представляют два возможных эффекта: 1) сильное снижение лобового сопротивления, экспериментально установленное в работе [3]; 2) стабилизация следа (эффект Танеды), наблюдаемая в экспериментах [4]. Если ввести понятие “относительная частота вынужденных колебаний” $n = S_e / Sh$, где Sh — число Струхала при обтекании неподвижного профиля, характеризуемое тем же значением числа Re , то можно утверждать, что первый эффект наблюдается в случае низкочастотных колебаний (в работе [3] при $n < 5$), а второй — в случае высокочастотных (в работе [4] при $n > 14$). Выбору оптимальных

значений параметров ω_0 и S_e в зависимости от числа Re, при которых вращающийся профиль имеет наименьшее лобовое сопротивление, посвящены многие расчетные работы, например [5–7].

Поскольку при изучении явления стабилизации следа в работе [4] принималось $\omega_0 = 0,5\pi^2 S_e = 0,5\pi^2 nSh$, а значение n достаточно велико, пиковые значения скорости движения границы профиля $v|_K = \omega_0 D/2$ будут примерно на порядок больше скорости набегающего потока. Поэтому численное моделирование такого эффекта требует устойчивости схемы при высоком значении местного числа Re. Впервые численно эффект Танеды был воспроизведен в работе [8], в которой использовался бессеточный метод вязких вихревых доменов. Сведений о моделировании этого явления сеточными методами обнаружить не удалось.

Следовательно, численное моделирование обтекания кругового профиля, совершающего вращательные колебания при различных значениях ω_0 и S_e , является не только актуальной практической задачей, возникающей, например, при расчете нагрузок, действующих на элементы конструкций ветроэнергетической установки [2], но и хорошим тестом для верификации методов вычислительной аэрогидродинамики.

Постановка задачи. Рассмотрим внешнее обтекание кругового профиля с границей K и диаметром \bar{D} , совершающего вращательные колебания, равномерным потоком вязкой несжимаемой среды постоянной плотностью $\bar{\rho}$ в расчетной области $\Omega = [0, 23\bar{D}] \times [0, 24\bar{D}]$ (рис. 1) с внешней границей $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$.

Математическая постановка задачи в безразмерных переменных имеет вид

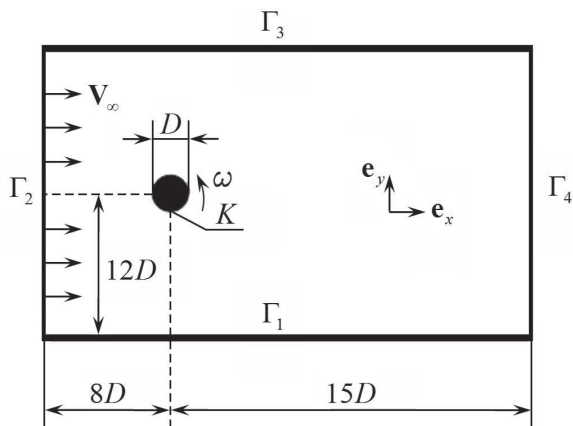


Рис. 1. Схема расчетной области

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0;$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nabla p - \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{v} = 0;$$

$$\mathbf{v}(x, y, 0) = \mathbf{v}_0(x, y), \quad x \in [0, 23D], \quad y \in [0, 24D]; \quad (1)$$

$$\mathbf{v}|_{\Gamma_1} = \mathbf{v}|_{\Gamma_2} = \mathbf{v}|_{\Gamma_3} = \mathbf{V}_\infty, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{n}}|_{\Gamma_4} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}|_{\Gamma \cup K} = 0;$$

$$\mathbf{v}|_K = \omega \frac{D}{2} \boldsymbol{\tau}^{ib}, \quad \omega = \omega(t) = \omega_0 \sin(2\pi S_e t).$$

Здесь $x = \bar{x}/\bar{D}$, $y = \bar{y}/\bar{D}$ — безразмерные координаты; $D = 1$, \mathbf{n} — орт внешней нормали; $\mathbf{n}^{ib} = (n_x^{ib}, n_y^{ib})^T$ — орт внутренней нормали к границе K , $\boldsymbol{\tau}^{ib} = (n_y^{ib}, -n_x^{ib})^T$ — орт касательной к границе K ; $p = p(x, y, t) = \bar{p}/(\bar{\rho}\bar{V}_\infty^2)$ — безразмерное давление; $\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, t) = u \cdot \mathbf{e}_x + v \cdot \mathbf{e}_y$ — безразмерная скорость ($u = \bar{u}/\bar{V}_\infty$, $v = \bar{v}/\bar{V}_\infty$, $V_\infty = 1$).

Метод LS-STAG. Для численного решения поставленной задачи использован метод LS-STAG [5] (Level Set STAGgered — метод погруженных границ с функциями уровня для разнесенных сеток). Метод LS-STAG — один из наиболее эффективных методов погруженных границ, не требующих совпадения границ ячеек с границами расчетной области и позволяющих решать задачи в областях сложной формы с применением прямоугольных структурированных сеток.

Для описания положения погруженной границы $\Gamma^{ib} = K$ профиля Ω^{ib} введем знакопеременную функцию расстояния $\varphi(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} = (x, y)^T$:

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}) &< 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega^f = \Omega \setminus \{\Omega^{ib} \cup \Gamma^{ib}\}; \\ \varphi(\mathbf{r}) &= 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma^{ib}; \\ \varphi(\mathbf{r}) &> 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega^{ib}. \end{aligned} \quad (2)$$

В рассматриваемом случае функция уровня может быть задана аналитически:

$$\varphi(x, y) = 0,5D - \sqrt{(x - 8D)^2 + (y - 12D)^2}. \quad (3)$$

В расчетной области Ω вводим прямоугольную сетку с ячейками $\Omega_{i,j} = (x_{i-1}, x_i) \times (y_{j-1}, y_j)$, границы которых обозначим $\Gamma_{i,j}$, а центры — $\mathbf{x}_{i,j}^c = (x_i^c, y_j^c)^T$. Ячейки, через которые проходит погруженная граница, являются усеченными, т.е. содержат кроме жидкой части области твердую. В каждой усеченной ячейке $\Omega_{i,j}$ погруженная граница представляется отрезком прямой, положения концов которого определяются линейной интерполяцией величины $\varphi_{i,j} = \varphi(x_i, y_j)$. В двумерном случае усеченные ячейки можно разделить на трапециевидные, пятиугольные и треугольные (рис. 2).

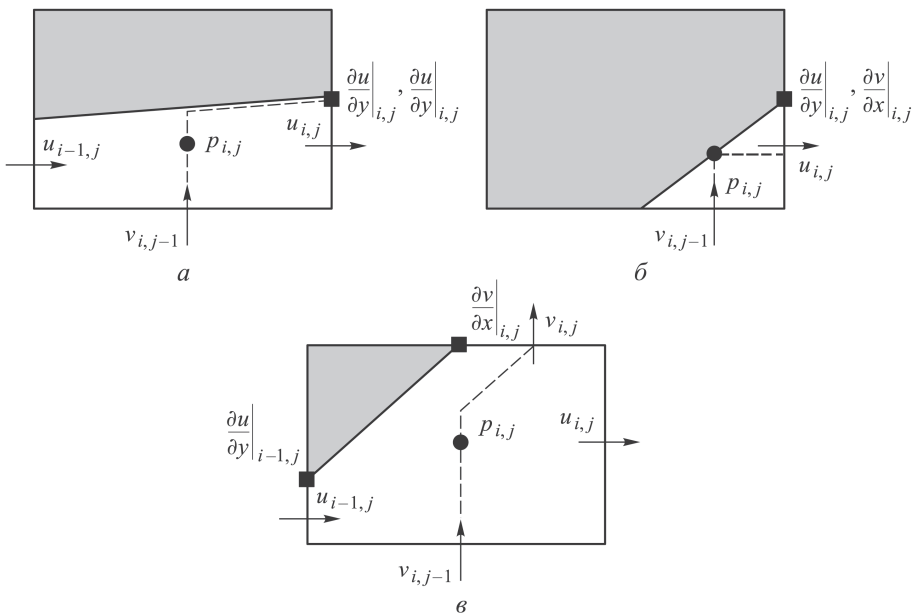


Рис. 2. Примеры усеченных ячеек:

a — северная трапеция; *б* — северо-западный треугольник; *в* — северо-западный пятиугольник

Неизвестные значения скоростей $u_{i,j}$ и $v_{i,j}$ вычисляются в точках, находящихся в середине жидких частей граней, которые являются центрами контрольных объемов $\Omega_{i,j}^u = (x_i^c, x_{i+1}^c) \times (y_{j-1}, y_j)$ и $\Omega_{i,j}^v = (x_{i-1}, x_i) \times (y_j^c, y_{j+1}^c)$ с границами $\Gamma_{i,j}^u$ и $\Gamma_{i,j}^v$ соответственно. Точка вычисления давления $p_{i,j}$ (см. рис. 2) расположена на пересечении линий, содержащих точки вычисления скоростей. Это выполнено исключительно для наглядности и не используется при дискретизации уравнений: давление аппроксимируется кусочно-постоянной функцией на каждой усеченной ячейке. Такой подход приводит к равенству нулю градиента давления на твердых стенках. Для сохранения пяти-точечной структуры шаблона также необходимо по-разному аппроксимировать потоки нормальных напряжений

$$\int_{\Gamma_{i,j}^u} \frac{\partial u}{\partial x} \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{n} dS, \quad \int_{\Gamma_{i,j}^v} \frac{\partial v}{\partial y} \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{n} dS$$

и касательных напряжений

$$\int_{\Gamma_{i,j}^u} \frac{\partial u}{\partial y} \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{n} dS, \quad \int_{\Gamma_{i,j}^v} \frac{\partial v}{\partial x} \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{n} dS.$$

В жидких и усеченных ячейках с одной твердой гранью нормальные напряжения рассчитываются в центре ячейки $\Omega_{i,j}$, а касательные — в правом верхнем углу. Для остальных усеченных ячеек положения

точек вычисления нормальных и касательных напряжений показаны на рис. 2. Поскольку нормальные напряжения являются диагональными элементами тензора напряжений и их среднее значение представляет собой давление, схема аппроксимации нормальных напряжений должна быть согласована с аппроксимацией давления. В связи с этим примем, что $\frac{\partial u}{\partial x}|_{i,j}$ и $\frac{\partial v}{\partial y}|_{i,j}$ имеют постоянные значения в усеченных ячейках и фиксировать точку их вычисления не требуется. Таким образом, поток нормальных напряжений аппроксимируется аналогично градиенту давления.

Интегрирование по времени получающейся после дискретизации по пространству дифференциально-алгебраической системы проводится с помощью полунейвного метода, основанного на схеме типа Адамса–Башфорта второго порядка с дифференцированием назад (AB/BDF 2). Шаг предиктора приводит к решению разностного аналога уравнения Гельмгольца для прогноза скорости, а шаг корректора — к решению разностного аналога уравнения Пуассона для поправки давления. Полученные системы линейных алгебраических уравнений решаются методом BiCGStab (метод бисопряженных градиентов со стабилизацией) с предобуславливанием. Для определения прогноза скорости используется ILU-предобуславливание, а для вычисления поправки давления — многосеточное предобуславливание [9].

Решение тестовых задач о моделировании обтекания неподвижных профилей различных форм показало высокую эффективность указанного метода [10].

Вычислительные эксперименты. Приведем результаты решения задачи (1) методом LS-STAG при различных значениях $n = S_e/Sh$.

1. *Вращение профиля с постоянной скоростью:* $n = 0$. Расчеты выполнялись при значениях $Re = 60; 100; 160; 200$ на сетке размером 120×148 ячеек с шагом по времени $\Delta t = 0,01$. Как и в работе [2], для этих значений числа Рейнольдса получено $\omega_0^{cr} = 1,4; 1,8; 1,9; 2,0$ соответственно. Начиная с этих значений угловой скорости вихревой след за цилиндром полностью подавляется.

Безразмерные стационарные аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления C_{xa} и подъемной силы C_{ya} (табл. 1), получаемые осреднением по большому промежутку времени нестационарных нагрузок, определяются по формулам

$$C_{xa}(t) = \frac{2F_{xa}}{\rho V_\infty^2 D}; \quad C_{ya}(t) = \frac{2F_{ya}}{\rho V_\infty^2 D},$$

где F_{xa} и F_{ya} — аэродинамические силы, вычисляемые по формулам, приведенным в работе [10].

Значения стационарных аэродинамических коэффициентов C_{xa} и C_{ya} профиля, вращающегося с постоянной скоростью ω_0 , в зависимости от числа Рейнольдса Re

Re	C_{xa} при ω_0				C_{ya} при ω_0			
	0	1	ω_0^{cr}	3	0	1	ω_0^{cr}	3
60	1,424	1,157	0,904	0,238	-0,005	-1,991	-3,077	-7,129
100	1,308	1,043	0,563	0,162	-0,029	-2,059	-4,222	-7,490
160	1,323	1,061	0,520	0,140	-0,038	-2,127	-4,632	-7,762
200	1,330	1,084	0,362	0,263	-0,026	-2,172	-4,619	-7,744

Зависимости коэффициентов $C_{xa}(t)$ и $C_{ya}(t)$ при $Re = 100$ и различных значениях ω_0 представлены на рис. 3. При $\omega_0 \geq \omega_0^{cr} = 1,8$ после некоторого момента времени зависимости принимают вид $C_{xa}(t) = C_{xa} = const$, $C_{ya}(t) = C_{ya} = const$. Линии тока для $Re = 100$ при $\omega_0 = 0, 1$ и 3 показаны на рис. 4. Согласно рисунку, вращение цилиндра приводит к ускорению течения на нижней стороне профиля и замедлению на верхней.

2. Низкочастотные вращательные колебания профиля: $0 < n < 5$. Такое движение было рассмотрено в работе [3], где экспериментально установлен эффект снижения лобового сопротивления на 80 % при определенных значениях параметров ω_0 , S_e и $Re = 15\ 000$.

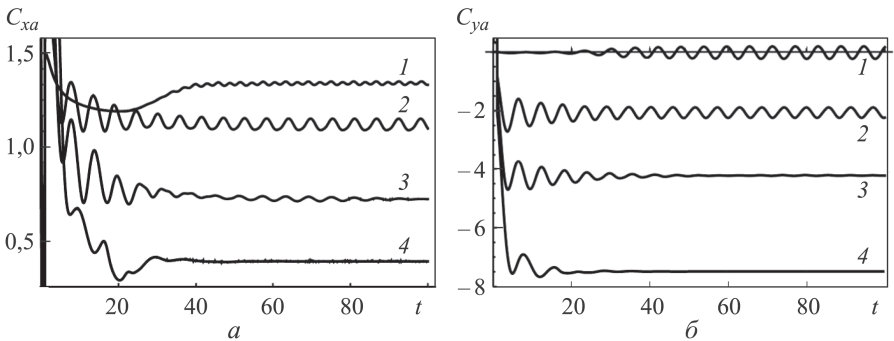


Рис. 3. Зависимости коэффициентов $C_{xa}(t)$ (а) и $C_{ya}(t)$ (б) при $Re = 100$ и $\omega_0 = 0$ (1), $\omega_0 = 1$ (2), $\omega_0 = \omega_0^{cr} = 1,8$ (3) и $\omega_0 = 3$ (4)

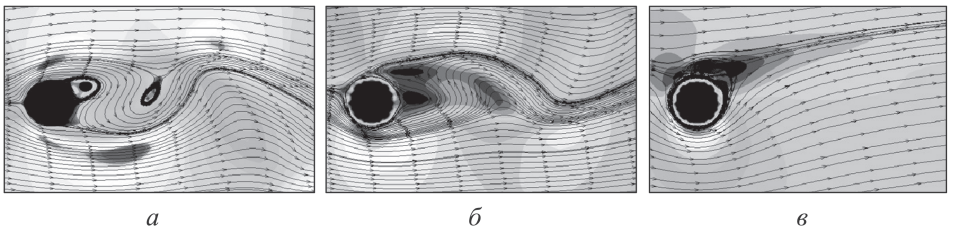


Рис. 4. Линии тока при $Re = 100$ и $\omega_0 = 0$ (а), 1 (б) и 3 (в) в момент времени $t = 100$

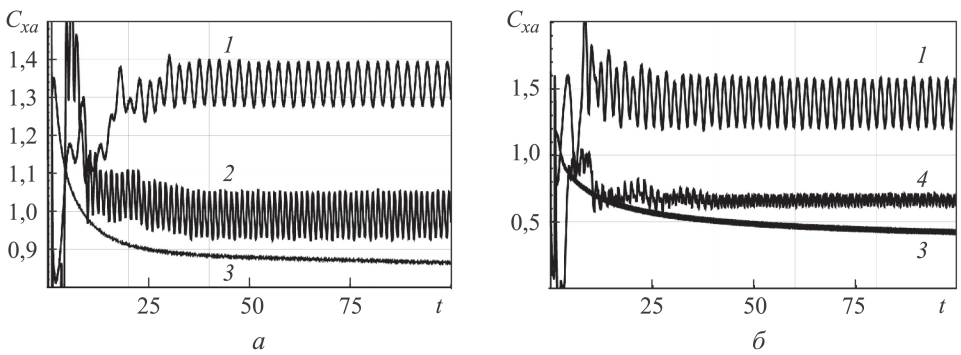


Рис. 5. Зависимость коэффициента лобового сопротивления $C_{xa}(t)$ для $Re = 200$ (а) и 1000 (б) при $\omega_0 = 0$, $S_e = 0$ (1), $\omega_0 = 6,0$, $S_e = 0,74$ (2), при “базовом” течении (3) и $\omega_0 = 5,5$, $S_e = 0,625$ (4)

Для указанных в работах [6, 7] наборов параметров ω_0 и S_e были выполнены расчеты течений при $Re = 200$ и 1000 ($n \approx 3,70$ и $n \approx 2,59$ соответственно). Отличие расчетов, приведенных в работе [7], от расчетов, представленных в работе [6], состоит в использовании менее трудоемкого алгоритма, основанного на модели более низкого порядка для решения уравнений Навье – Стокса.

На рис. 5 представлены зависимости коэффициента $C_{xa}(t)$ для неподвижного цилиндра, цилиндра, совершающего вращательные колебания (при оптимальных значениях параметров [6]) и “базового” течения (т.е. стационарного симметричного, но неустойчивого течения, при котором достигается априори наименьшее значение коэффициента лобового сопротивления C_{xa}^{min}). Расчеты осуществлялись на сетке размером 240×296 ячеек.

Для этих течений распределения давления и модуля скорости представлены на рис. 6 и 7. Для цилиндра, совершающего вращательные колебания с оптимальными значениями параметров, картина обтекания становится квазисимметричной и существенно отличается от двух других: наблюдается режим захвата частоты, когда частота схода вихрей становится равной частоте вращательных колебаний; этот режим сопровождается существенным снижением силы лобового сопротивления, действующей на профиль.

Значения коэффициентов лобового сопротивления, вычисленные при различных значениях параметров, приведены в табл. 2. Согласно представленным данным, в расчетах, выполненных методом LS-STAG, максимальное снижение лобового сопротивления наблюдается при оптимальных значениях параметров, указанных в работе [6].

Пиковые значения коэффициента подъемной силы для рассчитанных течений даны в табл. 3.

3. *Высокочастотные вращательные колебания профиля: $n = 20$.* Численное моделирование проводилось для значений $Re = 33,7$ и 111 .

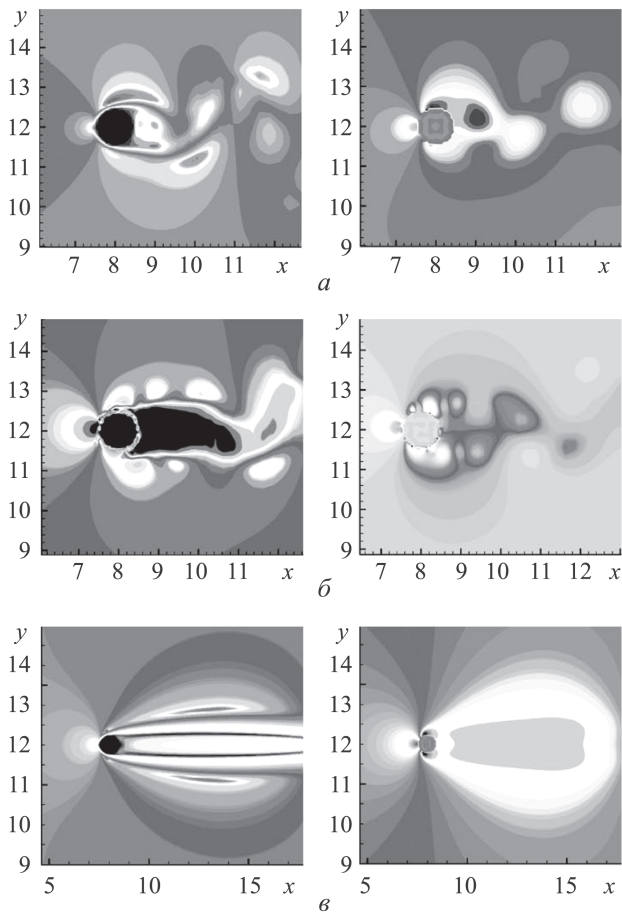


Рис. 6. Распределение модуля скорости (слева) и давления (справа) при $Re = 200$ для случаев $\omega_0 = 0, S_e = 0$ (а); $\omega_0 = 6,0, S_e = 0,74$ (б) и для “базового” течения (в) (расчеты проводились на сетке 120×148)

Таблица 2

Значения коэффициентов лобового сопротивления для обтекания профиля, совершающего вынужденные вращательные колебания

Численный метод	C_{xa}^{\min}	ω_0/S_e			C_{xa}^{\min}	ω_0/S_e	
		0/0	6,0/0,74	8,5/0,74		0/0	5,5/0,625
	При $Re = 200$				При $Re = 1000$		
LS-STAG на сетке:							
120×148	0,869	1,330	1,025 (23)	1,047 (21)	—	—	—
240×296	0,864	1,335	0,988 (26)	1,012 (24)	0,422	1,409	0,665 (53)
300×260 [5]	0,864	1,332	0,967 (27)	0,995 (25)	—	1,493	0,707 (53)
550×350 [5]	0,864	1,327	0,926 (30)	0,944 (29)	—	1,530	0,647 (58)
Предложенный в работе:							
[6]	—	1,355	0,949 (30)	—	—	1,519	0,608 (60)
[7]	—	1,390	1,045 (25)	0,990 (30)	—	1,505	—

В скобках указано значение относительного снижения лобового сопротивления, %.

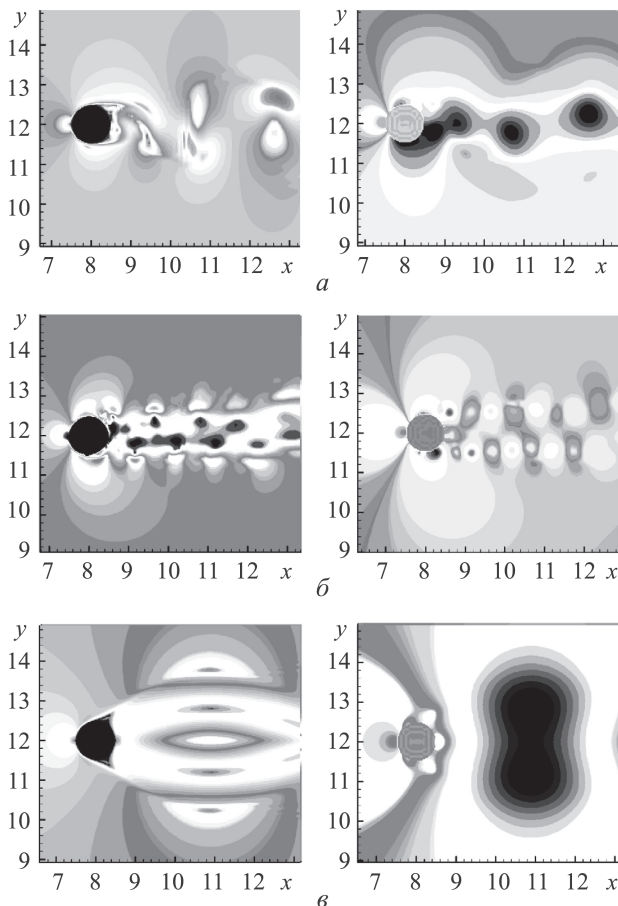


Рис. 7. Распределение модуля скорости (слева) и давления (справа) при $Re = 1000$ для случаев $\omega_0 = 0, S_e = 0$ (а), $\omega_0 = 5,5, S_e = 0,625$ (б) и для “базового” течения (в) (расчеты проводились на сетке 240×296)

Таблица 3

Пиковые значения коэффициента подъемной силы C_{ya}^{max} в зависимости от значений ω_0 и S_e

Численный метод	ω_0/S_e					
	0/0	0/0	6,0/0,74	8,5/0,74	0/0	5,5/0,625
	Re = 100	Re = 200		Re = 1000		
LS-STAG на сетке:						
120×148	0,326	0,638	0,377	0,496	—	—
240×296	0,337	0,653	0,364	0,533	1,246	0,072
300×260 [5]	0,348	0,690	0,358	0,510	1,305	0,054
550×350 [5]	0,349	0,710	0,337	0,491	1,482	0,103
Предложенный в работе [11]	0,333	0,700	—	—	—	—

В случае неподвижного профиля картины течения различны: при $Re = 33,7$ за профилем устойчиво располагаются два вихря (рис. 8, *a, б*); при $Re = 111$ образуется вихревая дорожка Кармана (рис. 8, *в, г*). Однако при высокочастотных вращательных колебаниях профиля, когда $S_e = 3,4$ ($\omega_0 = 0,5\pi^2 S_e$), течения становятся похожими (рис. 9, 10): след выглядит стабильным, и только вблизи поверхности течение нестационарное вследствие вращения профиля.

Линии тока, представленные на рис. 8–10, демонстрируют хорошее согласование результатов численного моделирования методом LS-STAG с экспериментальными данными [4]: даже при расчетах на сравнительно грубых (для таких высоких пиковых значений скорости $v|_K$) сетках (см. рис. 9, рис. 10, *e*) удастся уловить заметное в эксперименте характерное сгущение линий тока в следе непосредственно у кормовой части профиля и постепенное увеличение расстояния между ними при удалении от профиля на расстояние около D . На приведенной в работе [8] картине обтекания, пример которой дан на рис. 10, *б*, этот эффект незаметен.

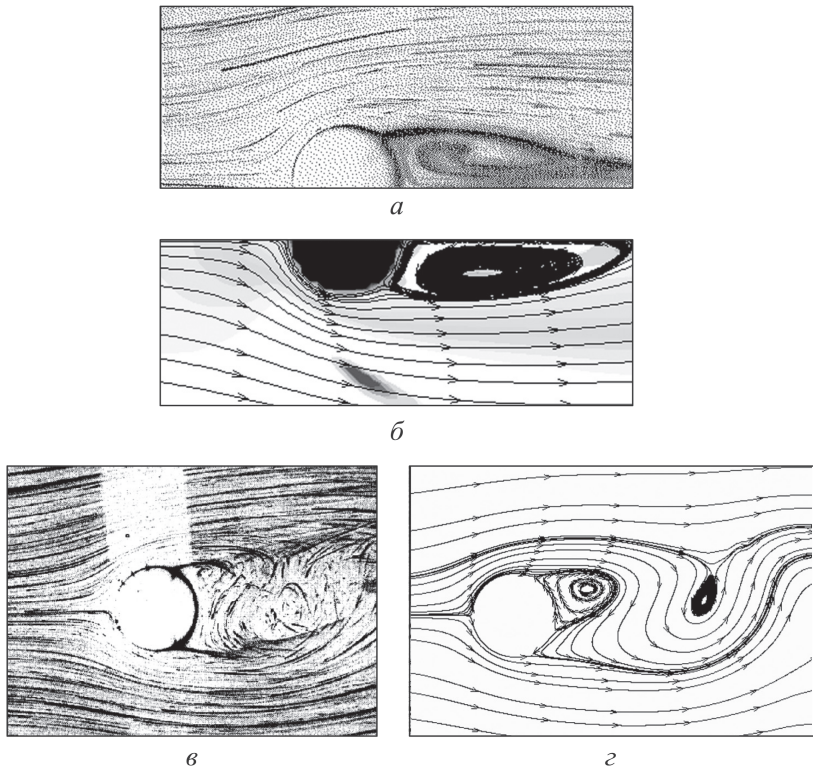


Рис. 8. Линии тока при $Re = 33,7$ (*a, б*) и 111 (*в, г*) и $S_e = 0$ ($\omega_0 = 0$) для экспериментальных (*a, в*) [4] и расчетных (*б, г*) данных (расчет выполнен на сетке 120×148)

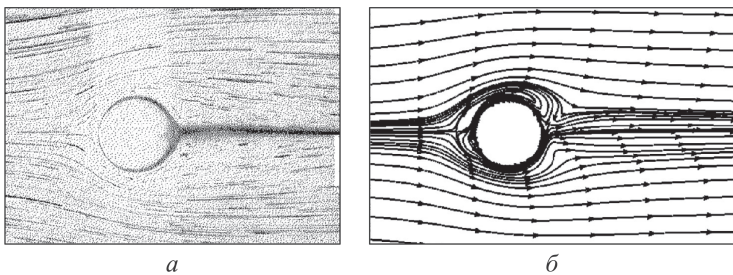


Рис. 9. Линии тока при $Re = 33,7$ и $S_e = 3,4$ ($\omega_0 = 0,5\pi^2 S_e$):
a – экспериментальные данные [4]; *б* – расчет на сетке 416×408 ($\Delta t = 10^{-3}$,
 наименьший шаг по пространству $h_{\min} = 0,00781$)

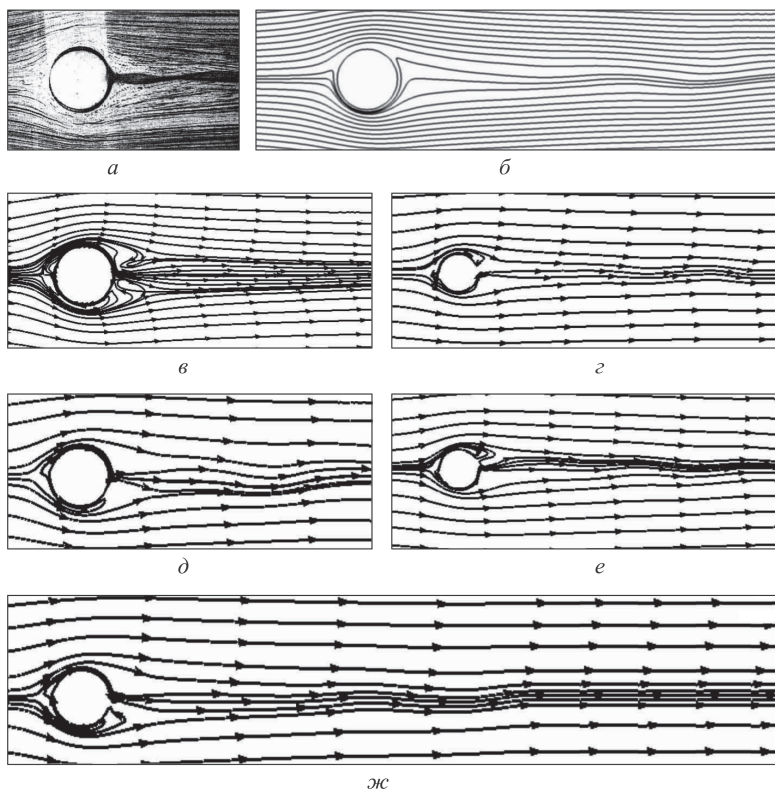


Рис. 10. Линии тока при $Re = 111$ и $S_e = 3,4$ ($\omega_0 = 0,5\pi^2 S_e$):
a – экспериментальные данные [4]; *б* – расчет методом вязких вихревых до-
 менов [8]; *в* – расчет методом LS-STAG на сетке 1568×1560 ($\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$,
 $h_{\min} = 0,00195$), $t = 100$; *г* – расчет методом LS-STAG на сетке 1568×1560
 ($\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$, $h_{\min} = 0,00195$), $t = 30$; *д* – расчет методом LS-STAG на сетке
 1533×1883 ($\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$, $h_{\min} = 8 \cdot 10^{-4}$), $t = 30$; *е* – расчет методом LS-STAG на
 сетке 480×592 ($\Delta t = 10^{-3}$, $h_{\min} = 0,01562$), $t = 30$; *ж* – расчет методом LS-STAG
 на сетке 800×792 ($\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$, $h_{\min} = 0,00390$), $t = 30$

Расчеты методом LS-STAG для $Re = 111$ проводились на несколь-
 ких неравномерных сетках (рис. 10, *в–е*), в окрестности профиля ис-
 пользовался блок равномерной сетки с шагом h_{\min} , принимающим
 значения $0,00080 \dots 0,01562$.

Заключение. С помощью метода LS-STAG численно исследовано обтекание кругового профиля, совершающего вращательные колебания, при различных значениях амплитуды угловой скорости и безразмерной частоты колебаний. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными [3, 4] и расчетными данными [2, 5, 6, 11] даже на сравнительно грубых сетках. Смоделированы наблюдавшиеся в экспериментах эффекты сильного снижения лобового сопротивления при низкочастотных колебаниях профиля и стабилизации следа за профилем, совершающим высокочастотные колебания. Информация о численном воспроизведении второго эффекта найдена только в работе [8]. В случае низкочастотных колебаний максимальное снижение лобового сопротивления (на 26% при $Re = 200$ и на 53% при $Re = 1000$) наблюдается при оптимальных значениях амплитуды угловой скорости и безразмерной частоты колебаний, приведенных в работе [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Дейли Дж., Харлеман Д. Механика жидкости. М.: Энергия, 1971. 480 с.
2. Приходько А.А., Редчиц Д.А. Математическое моделирование аэродинамики и динамики вертикально-осевых ветроагрегатов // Вестник Харьковского национального университета. Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления. 2005. № 703. С. 178–197.
3. Tokumaru P.T., Dimotakis P.E. Rotary oscillation control of a cylinder wake // J. Fluid Mech. 1991. Vol. 224. P. 77–90.
4. Taneda S. Visual observation of the flow past a circular cylinder performing a rotary oscillation // J. of the Physical Society of Japan. 1978. Vol. 45. No. 3. P. 1038–1043.
5. Cheny Y., Botella O. The LS-STAG method: A new immersed boundary/level-set method for the computation of incompressible viscous flows in complex moving geometries with good conservation properties // J. Comput. Phys. 2010. Vol. 229. P. 1043–1076.
6. He J.W., Glovinski R., Metcalfe R., Nordlander A., Triaux J.P. Active control and drag optimization for flow past a circular cylinder. Part I: Oscillatory cylinder rotation // J. Comput. Phys. 2000. Vol. 163. P. 87–117.
7. Bergmann M., Cordier L., Brancher J.P. Drag minimization of the cylinder wake by trust-region proper orthogonal decomposition // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2007. Vol. 95. P. 309–324.
8. Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я., Дынников Я.А., Малахова Т.В. О стабилизации следа за круговым цилиндром, совершающим высокочастотные вращательные колебания // ДАН. 2010. Т. 432. № 1. С. 45–49.
9. Пузикова В.В. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом BiCGStab с предобуславливанием // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2011. Спец. выпуск “Прикладная математика”. С. 124–133.
10. Пузикова В.В. Построение функции уровня для профиля произвольной формы при моделировании его обтекания методом LS-STAG // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2012. URL: <http://engjournal.ru/articles/172/172.pdf>.

11. Linnick M.N., Fasel H.F. A high order immersed interface method for simulating unsteady incompressible flows on irregular domains // *J. Comput. Phys.* 2005. Vol. 204. P. 157–192.

REFERENCES

- [1] Daily J. W., Harleman D.R.F. *Fluid Dynamics*. NY., Addison Wesley, 1966. 454 p. (Russ. Ed.: Deyli Dzh., Kharleman D. *Mekhanika zhidkosti*. Moscow, Energiya Publ., 1971. 480 p.).
- [2] Prikhod'ko A.A., Redchits D.A. Mathematical simulation of aerodynamics and dynamics of vertical-axis wind turbines. *Vestn. Khar'kovskogo natsional'nogo universiteta. Matematicheskoe modelirovanie. Informatsionnye tekhnologii. Avtomatizirovannye sistemy upravleniya Vestn. Khar'kovskogo natsional'nogo universiteta. Matematicheskoe modelirovanie. Informatsionnye tekhnologii. Avtomatizirovannye sistemy upravleniya*. [Herald of the Kharkiv National Un. Math. simulation. Information Technology. Automated control systems], 2005, no. 703, pp. 178–197.
- [3] Tokumaru P.T., Dimotakis P.E. Rotary oscillation control of a cylinder wake. *J. Fluid Mech.*, 1991, vol. 224, pp. 77–90.
- [4] Taneda S. Visual observation of the flow past a circular cylinder performing a rotary oscillation. *J. of the Physical Society of Japan*, 1978, vol. 45, no. 3, pp. 1038–1043.
- [5] Cheny Y., Botella O. The LS-STAG method: A new immersed boundary/level-set method for the computation of incompressible viscous flows in complex moving geometries with good conservation properties. *J. Comput. Phys.*, 2010, vol. 229, pp. 1043–1076.
- [6] He J.W., Glovinski R., Metcalfe R., Nordlander A., Triaux J.P. Active control and drag optimization for flow past a circular cylinder. Part I: Oscillatory cylinder rotation. *J. Comput. Phys.*, 2000, vol. 163, pp. 87–117.
- [7] Bergmann M., Cordier L., Brancher J.P. Drag minimization of the cylinder wake by trust-region proper orthogonal decomposition. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, 2007, vol. 95, pp. 309–324.
- [8] Guvernyuk S.V., Dynnikova G.Ya., Dynnikov Ya.A., Malakhova T.V. On the control of airfoil wake past a circular cylinder performing high rotational oscillation. *Dokl. RAN* [Proc. Russ. Acad. Sci.], 2010, vol. 432, no. 1, pp. 45–49.
- [9] Puzikova V.V. Solution simultaneous linear algebraic equations by BiCGStab method with preconditioning. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki., Spetsvyp. "Prikladnaya matematika"*. [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci., Spec. Iss. "Appl. Math."], 2011, pp. 124–133 (in Russ.).
- [10] Puzikova V.V. Design of the level set function for arbitrary shape profile using the simulation its flow-around by LS-STAG method. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki., Spetsvyp. "Matematicheskoe modelirovanie v tekhnike"* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci., Spec. Iss. "Math. simulation in engineering"], 2012, pp. 163–173 (in Russ.). URL: <http://engjournal.ru/articles/172/172.pdf>.
- [11] Linnick M.N., Fasel H.F. A high order immersed interface method for simulating unsteady incompressible flows on irregular domains. *J. Comput. Phys.*, 2005, vol. 204, pp. 157–192.

Статья поступила в редакцию 02.07.2013

Илья Константинович Марчевский — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ в области исследования движения и устойчивости конструкций в потоке среды, вычислительной гидродинамики, высокопроизводительных вычислений, элементарной математики.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

I.K. Marchevskiy — Cand. Sci. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Applied Mathematics” department of Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 30 publications in the field of research of motion and stability of structures in fluid flow, computational fluid dynamics, high performance computing, elementary mathematics.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Валерия Валентиновна Пузикова — студентка кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э.Баумана, лаборант-исследователь НИЧ НУК ФН МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор девяти научных работ в области вычислительной гидродинамики и численных методов линейной алгебры.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

V.V. Puzikova — student of “Applied Mathematics” department of Bauman Moscow State Technical University, assistant research of Science Research Unit of the Scientific Educational Complex “Fundamental Science” of Bauman Moscow State Technical University. Author of nine publications in the field of computational fluid dynamics and numerical methods of linear algebra.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.