

Ю. И. Д и м и т р и е н к о

**МЕТОД МНОГОУРОВНЕВОЙ  
ГОМОГЕНИЗАЦИИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ  
ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР**

*Предложен метод математического описания иерархически вложенных многоуровневых структур, а также способ введения в них разномасштабных координат и многопараметрического асимптотического разложения. С помощью этого метода можно осуществлять гомогенизацию многоуровневых периодических структур и определять эффективные характеристики таких структур, а также устанавливать их микроскопические свойства на различных уровнях. Рассмотрен пример применения этого метода для вычисления эффективных упругих характеристик композиционных материалов; показано, что метод позволяет в ряде случаев получить аналитические выражения для упругих характеристик.*

**Method of Multilevel Homogenization of Hierarchical Periodic Structures / Yu.I. Dimitrienko // Vestnik MGTU. Natural Sciences. 2002. No. 1. P. 58–72.**

The mathematical description of hierarchical multilevel structures is presented based on the implementation of the idea of introduction of differently scaled coordinates and multi-parametric asymptotic resolution. A method of multilevel homogenization for hierarchical periodic structures is suggested, that allows determining effective characteristics of the structures and setting their microscopic properties at various levels as well. The calculation of effective elastic characteristics of composite materials as an example of the method application is considered. The method is shown to allow obtaining analytical expressions for elastic characteristics in a number of cases. Refs.8. Figs.2. Tabs.2.

---

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Б а х в а л о в Н. С., П а н а с е н к о Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. – М.: Наука, 1984.
2. П о б е д р я Б. Е. Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во МГУ, 1984.
3. B e n s o u s s o n A., L i o n s J. L., P a p a n i c o l a o u G. Asymptotic Analysis for Periodic Structures. – Amsterdam: North Holland, 1978.
4. L i o n s J. L. Remarks on some asymptotic problems in composite materials and perforated materials // Proc. of the IUTAM Symposium. – Northwestern Univ. Ed. Nemat-Nasser, North Holland, 1979.
5. С а н ч е с - П а л е н с и я Э. Неоднородные среды и теория колебаний. – М.: Мир, 1984.

6. О л е й н и к О. А., И о с и ф ь я н Г. А., Ш а м а е в А. С. Математические задачи теории сильно неоднородных упругих сред. – М.: Изд-во МГУ, 1990.
7. Д и м и т р и е н к о Ю. И. Механика композиционных материалов при высоких температурах. – М.: Машиностроение, 1997.
8. Я к о в л е в а Е. А. Осреднение стационарного уравнения теплопроводности для периодических сред специальной структуры // ЖВМиМФ. – 1982. – № 3. – С. 623–633.

Статья поступила в редакцию 3.09.2001

Юрий Иванович Дмитриенко родился в 1962 г., окончил в 1984 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана, академик РАИН. Автор более 90 научных работ в области термомеханики, механики композитов, механики многофазных сред и моделирования технологических процессов.

Yu.I. Dimitrienko (b. 1962) graduated from the Lomonosov Moscow State University in 1984. D.Sc. (Phys.-Math.), professor of “Applied Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University, academician of the Russian Academy of Engineering Sciences. Author of over 90 publications in the field of thermal mechanics, composite mechanics, multiphase media mechanics and simulation of technological process.