

ДИНАМИЧЕСКИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В УПРУГОМ ТЕЛЕ С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЕЙ

И.Ю. Савельева

Inga.Savelyeva@gmail.com

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Расчет температурных напряжений при неустановившемся режиме представляет известные трудности вследствие изменяющихся во времени основных расчетных параметров. На основе одномерной расчетной схемы проанализировано влияние основных параметров нагружения, свойств материала и средней кривизны поверхности на распределения температуры и напряжений. Получены аналитические решения для распределения температуры и асимптотические решения при малых значениях времени для напряжений. Проведен анализ влияния релаксации теплового потока на распределения температуры и напряжений в упругом теле при высокоинтенсивном поверхностном нагреве с учетом средней кривизны поверхности

Ключевые слова

Температурные напряжения,
криволинейная граница, упругое
твердое тело, средняя кривизна

Поступила в редакцию 23.12.2016
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Работа выполнена в рамках государственного задания (проект № 9.2422.2017/ПЧ)

Введение. Для многих термонапряженных конструкций характерны участки поверхности двойкой кривизны, в частности плоские, цилиндрические, сферические. Расчет температурного и напряженно-деформированного состояний элементов конструкций с криволинейной границей в полном объеме представляет собой довольно сложную задачу. Наибольшие градиенты температуры и напряжений возникают в поверхностном слое конструкции в первые моменты времени после начала нагружения. В таком случае поведение конструкции необходимо исследовать с учетом динамических эффектов как при определении напряжений, так и температуры [1–6]. Для описания температурных полей, возникающих при высокоинтенсивных тепловых воздействиях, необходимо учитывать конечную скорость распространения теплоты, что приводит к необходимости решения гиперболического уравнения теплопроводности [7–10].

Постановка задачи. Рассмотрим упругое изотропное и однородное тело, ограниченное криволинейной поверхностью, с заданными внешними нагрузками. Для получения уравнений термоупругости и теплопроводности примем, что внешняя нагрузка действует по нормали к граничной поверхности, отличной от нуля является только деформация в направлении этой нормали, а температура и напряжения зависят только от времени и координаты x_1 , направленной по нормали вглубь тела.

В криволинейной ортогональной системе координат закон сохранения количества движения в проекции на ось Ox_1 может быть записан в виде [11, 12]

$$\frac{1}{H_1} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} - \frac{\sigma_{22}}{H_1 H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} - \frac{\sigma_{33}}{H_1 H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} = \rho \ddot{u}_1, \quad (1)$$

а уравнение теплопроводности — в виде

$$\rho c_\varepsilon \dot{T} + (3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)} T_0 \frac{1}{H_1} \frac{\partial \dot{u}_1}{\partial x_1} = -\frac{1}{H_1} \left(\frac{\partial q_1}{\partial x_1} + \frac{q_1}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + \frac{q_1}{H_3} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right). \quad (2)$$

Здесь σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} — отличные от нуля компоненты тензора напряжений; ρ — плотность; c_ε — удельная массовая теплоемкость при постоянной деформации; T — абсолютная температура; λ , μ — константы Ламе; $\alpha^{(T)}$ — температурный коэффициент линейного расширения; $T_0 = \text{const}$ — температура естественного состояния; q_1 — проекция вектора плотности теплового потока на ось Ox_1 ; u_1 — проекция вектора перемещения на ось Ox_1 ; H_1 , H_2 , H_3 — коэффициенты Ламе, причем $H_1 = 1$, $H_2 = H_2^0 (1 + x_1/R_2)$, $H_3 = H_3^0 (1 + x_1/R_3)$, $|x_1/R_2| \ll 1$, $|x_1/R_3| \ll 1$, H_2^0 , H_3^0 — значения коэффициентов Ламе для нагружаемой поверхности, R_2 , R_3 — главные радиусы кривизны этой поверхности. Подставляя соответствующие выражения для H_2 , H_3 в (1) и (2) и пренебрегая после дифференцирования величинами $|x_1/R_2|$ и $|x_1/R_3|$, малыми по сравнению с единицей, эти уравнения можно привести к виду

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} - \frac{\sigma_{22}}{R_2} - \frac{\sigma_{33}}{R_3} = \rho \ddot{u}_1; \quad (3)$$

$$\rho c_\varepsilon \dot{T} + (3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)} T_0 \frac{\partial \dot{u}_1}{\partial x_1} = -\frac{\partial q_1}{\partial x_1} - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) q_1. \quad (4)$$

Нормальные напряжения σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} и проекцию вектора плотности теплового потока q_1 с учетом $H_1 = 1$ и наличием деформации только в направлении оси Ox_1 определим соотношениями:

$$\sigma_{11} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - (3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)} (T - T_0); \quad (5)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1} - (3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)} (T - T_0); \quad (6)$$

$$\tau_q \dot{q}_1 + q_1 = -\lambda^{(T)} \frac{\partial T}{\partial x_1}. \quad (7)$$

Здесь $\lambda^{(T)}$ — коэффициент теплопроводности среды; τ_q — время релаксации теплового потока.

С помощью (5) и (6) уравнение (3) можно переписать, используя только нормальное напряжение σ_{11} :

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \sigma_{11}}{\partial x_1^2} - 2\kappa\lambda \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + 4\kappa\mu (3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)} \frac{\partial T}{\partial x_1} = \\ = \rho \ddot{\sigma}_{11} + \rho (3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)} \ddot{T}, \end{aligned} \quad (8)$$

а объединяя уравнения (4), (5), (7), можно переписать уравнение теплопроводности так:

$$\begin{aligned} \left(\rho c_\varepsilon + \frac{(3\lambda + 2\mu)^2}{\lambda + 2\mu} (\alpha^{(T)})^2 T_0 \right) (\tau_q \ddot{T} + \dot{T}) = \\ = \lambda^{(T)} \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + 2\kappa\lambda^{(T)} \frac{\partial T}{\partial x_1} - \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \alpha^{(T)} T_0 (\tau_q \ddot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{11}), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\kappa = (1/R_2 + 1/R_3)/2$ — средняя кривизна граничной поверхности.

Краевые условия для уравнений (8), (9) запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad T(x_1, 0) = T_0, \quad \dot{T}(x_1, 0) = 0, \quad \sigma_{11}(x_1, 0) = 0, \quad \dot{\sigma}_{11}(x_1, 0) = 0; \\ x_1 = 0, \quad -\lambda^{(T)} \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_0(t) + \tau_q \dot{Q}_0(t), \quad \sigma_{11}(0, t) = 0; \\ Q_0(t) = AMt^m \exp(-mt/t_0), \quad m \geq 1, \quad t_0 > 0; \\ x_1 \rightarrow \infty, \quad T(x_1, t) \rightarrow T_0, \quad \sigma_{11}(x_1, t) \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Если ввести безразмерные параметры и переменные

$$\begin{aligned} z = x_1 / \sqrt{at_0}, \quad \bar{t} = t/t_0, \quad \theta = (T - T_0)/T^*, \quad D_q^2 = \tau_q/t_0, \\ T^* = At_0^m \sqrt{at_0} / \lambda^{(T)}, \quad a = \lambda^{(T)} / (\rho c), \quad q_0(\bar{t}) = M\bar{t}^m \exp(-m\bar{t}), \\ M = m^m / (m-1)!, \quad \bar{\kappa} = \kappa \sqrt{at_0}, \quad \sigma = \sigma_{11} / ((3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)} T^*), \\ R^2 = a\rho / (\lambda + 2\mu) / t_0, \quad \delta = ((3\lambda + 2\mu) \alpha^{(T)})^2 T_0 / (\rho c_\varepsilon (\lambda + 2\mu)), \end{aligned}$$

то уравнения (8), (9) и краевые условия (10) можно представить в безразмерном виде:

$$R^2 (\ddot{\sigma} + \ddot{\theta}) = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} - 2\bar{\kappa} \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial \sigma}{\partial z} + 4\bar{\kappa} \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial \theta}{\partial z}; \quad (11)$$

$$(1 + \delta) (D_q^2 \ddot{\theta} + \dot{\theta}) + \delta (D_q^2 \ddot{\sigma} + \dot{\sigma}) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + 2\bar{\kappa} \frac{\partial \theta}{\partial z}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{t} = 0, \quad \theta(z, 0) = 0, \quad \dot{\theta}(z, 0) = 0, \quad \sigma(z, 0) = 0, \quad \dot{\sigma}(z, 0) = 0; \\ z = 0, \quad -\frac{\partial \theta}{\partial z} = q_0(\bar{t}) + D_q^2 \dot{q}_0(\bar{t}), \quad \sigma(0, \bar{t}) = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} q_0(\bar{t}) &= M\bar{t}^m \exp(-m\bar{t}), \quad m \geq 1; \\ z \rightarrow \infty, \quad \theta(z, \bar{t}) &\rightarrow 0, \quad \sigma(z, \bar{t}) \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Параметр связанности δ характеризует изменение температуры вследствие деформирования, для металлов он лежит в пределах 0,01–0,03, для полимерных материалов его значения могут быть выше. Если рассмотреть адиабатический процесс, то из уравнения (12) следует, что изменение температуры в результате изменения напряжения пропорционально величине $\delta/(1+\delta)$. Таким образом, если значение параметра δ невелико, то изменением температуры вследствие деформирования можно пренебречь. Здесь примем $\delta = 0$.

Результаты расчетов. Решения уравнения (12) с краевыми условиями (13), полученные с помощью преобразования Лапласа [13] по переменной \bar{t} , имеют вид

при $D_q^2 = 0$

$$\begin{aligned} \theta(z, \bar{t}) &= \exp(-\bar{\kappa}z) \int_0^{\bar{t}} \exp(-\bar{\kappa}^2\tau) q_0(\bar{t}-\tau) \times \\ &\times \left[\frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\tau}\right) - \bar{\kappa} \exp(\bar{\kappa}z + \bar{\kappa}^2\tau) \operatorname{Erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{\tau}} + \bar{\kappa}\sqrt{\tau}\right) \right] d\tau; \end{aligned}$$

при $D_q^2 \neq 0$

$$\begin{aligned} \theta(z, \bar{t}) &= \frac{\exp(-\bar{\kappa}z)}{D_q} \int_0^{\bar{t}} \exp\left(\frac{-(\bar{t}-u)}{2D_q^2}\right) (q_0(\bar{t}-u) + D_q^2 \dot{q}_0(\bar{t}-u)) \times \\ &\times (F_1(z, u) - F_2(z, u)) du; \\ F_1(z, u) &= I_0\left(\alpha\sqrt{u^2 - z^2 D_q^2}\right) H(u - zD_q); \end{aligned}$$

$$F_2(z, u) = \int_0^u F_1(z, \tau) \left[\exp(-\bar{\kappa}(u-\tau)) - \alpha \int_0^{u-\tau} \exp\left(-\bar{\kappa}\sqrt{(u-\tau)^2 - v^2}\right) J_1(\alpha v) dv \right] d\tau,$$

где $\alpha = \sqrt{\bar{\kappa}^2/D_q^2 - 1/D_q^4}$; $H(t)$ — функция Хевисайда.

Аналитические решения уравнения (11) с соответствующими краевыми условиями (13) получить весьма затруднительно, поэтому были получены асимптотические решения при малых значениях времени \bar{t} :

при $D_q^2 = 0$

$$\begin{aligned} \sigma(z, \bar{t}) &= \exp(\beta_1 z) \int_0^{\bar{t}} J_0\left(\frac{\beta_1}{R} \sqrt{u^2 - z^2 D_q^2}\right) H(u - zR) F_3(\bar{t}-u) du + \\ &+ \exp(-z\bar{\kappa}) \int_0^{\bar{t}} \exp\left(-\bar{\kappa}^2 u - \frac{z^2}{4u}\right) \frac{1}{\sqrt{\pi u}} E_4(\bar{t}-u) du, \end{aligned}$$

где $\beta_1 = \bar{\kappa}\lambda/(\lambda + 2\mu)$; $\beta_2 = 4\bar{\kappa}\mu/(\lambda + 2\mu)$;

$$F_3(\bar{t}) = L^{-1} \left[f_1(p) \sqrt{R^2 p^2 + \beta_1^2} \right]; \quad F_4(\bar{t}) = L^{-1} \left[f_1(p) \sqrt{p + \bar{\kappa}^2} \right];$$

$$f_1(p) = \frac{\tilde{q}_0(p) \left(\beta_2 + pR^2 \left(\sqrt{p + \bar{\kappa}^2} - \bar{\kappa} \right) \right)}{p - p^2 R^2 + 2(\beta_1 + \bar{\kappa}) \left(\sqrt{p + \bar{\kappa}^2} - \bar{\kappa} \right)};$$

$\tilde{q}_0(p)$ — изображение функции $q_0(t)$;

при $D_q^2 \neq 0$

$$\begin{aligned} \sigma(z, \bar{t}) = & \exp(\beta_1 z) \int_0^{\bar{t}} J_0 \left(\frac{\beta_1}{R} \sqrt{u^2 - z^2 D_q^2} \right) H(u - zR) F_5(\bar{t} - u) du + \\ & + \exp(-z\bar{\kappa}) \int_0^{\bar{t}} \exp \left(-\frac{u}{2D_q^2} \right) J_0 \left(\sqrt{\frac{\bar{\kappa}}{D_q^2} - \frac{1}{D_q^4}} \sqrt{u^2 - z^2 D_q^2} \right) H(u - zD_q) F_6(\bar{t} - u) du, \end{aligned}$$

где $F_5(\bar{t}) = L^{-1} \left[f_2(p) \sqrt{R^2 p^2 + \beta_1^2} \right]$; $F_6(\bar{t}) = L^{-1} \left[f_2(p) \sqrt{D_q^2 p^2 + p + \bar{\kappa}^2} \right]$;

$$f_2(p) = \frac{\tilde{q}_0(p) \left(\beta_2 + \beta_2 D_q^2 p - \bar{\kappa} R^2 p + pR^2 \sqrt{D_q^2 p^2 + p + \bar{\kappa}^2} \right)}{p + p^2 (D_q^2 - R^2) + 2(\beta_1 + \bar{\kappa}) \left(\sqrt{D_q^2 p^2 + p + \bar{\kappa}^2} + \bar{\kappa} \right)}.$$

Обратные преобразования Лапласа функций $F_i(\bar{t})$, $i = 3, 4, 5, 6$, были найдены путем разложения в ряд по параметру p в окрестности бесконечности соответствующих функций с использованием пакета *Wolfram Mathematica*.

Распределения безразмерной температуры θ по координате z в различные моменты времени \bar{t} для $m = 2$ приведены на рис. 1. Штриховая линия соответствует случаю $\bar{\kappa} = 0$, сплошная — $\bar{\kappa} \neq 0$. Видно, что при наличии положительной средней кривизны поверхности решение параболического уравнения теплопроводности при $\bar{\kappa} = 0$ дает завышенные результаты. Глубина проникания теплоты при $D_q^2 \neq 0$ определяется координатой $z = \bar{t}/D_q$.

Распределения напряжений при $\bar{\kappa} = 0$ (штриховая линия) и $\bar{\kappa} = \pm 0,5$ (сплошная линия) для тех же моментов времени, $m = 2$, показаны на рис. 2, а, б. С уменьшением значения R^2 , которое обратно пропорционально скорости звука в среде, волна напряжений быстрее распространяется в среде. Глубина проникания напряжения неограниченна, но напряжение $\sigma \rightarrow 0$ с увеличением координаты z .

Результаты расчетов напряжений, когда скорость звука $V_\sigma = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ меньше скорости распространения теплоты $V_q = \sqrt{\lambda^{(T)}/(\tau_q \rho c_\varepsilon)}$, $R^2/D_q^2 = 10$, представлены на рис. 2, в, г. Как и в предыдущем случае, с уменьшением значения R^2 волна напряжений быстрее распространяется в среде. Глубина проникания напряжений ограничена величиной $z = \bar{t}/D_q$.

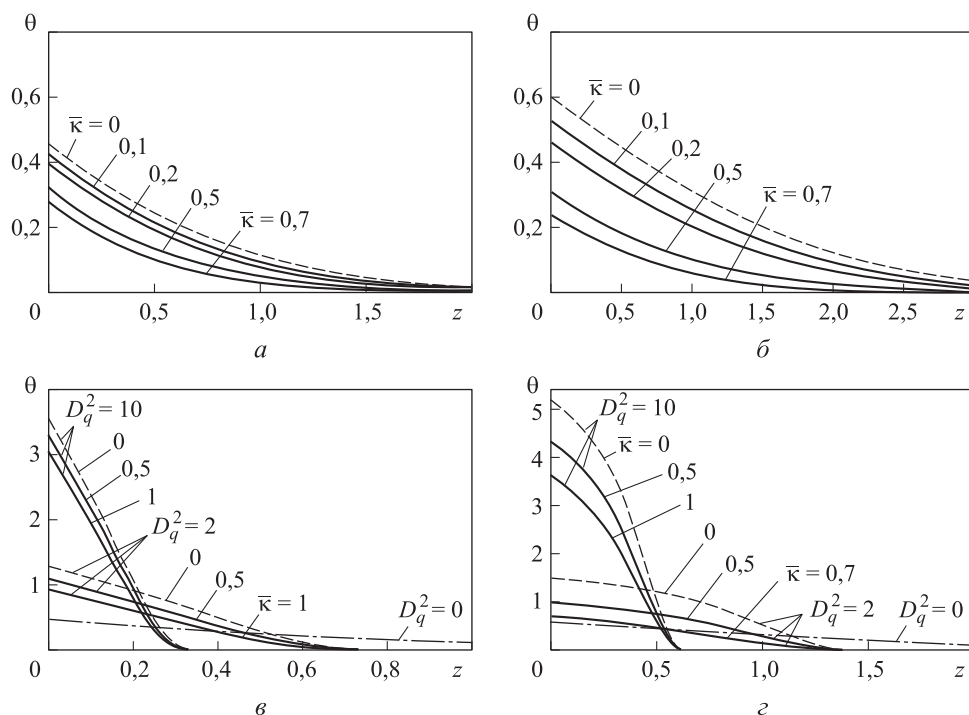


Рис. 1. Распределение температуры по глубине полупространства при $D_q^2 = 0$ (а, б) и при различных значениях D_q^2 (в, г) для $\bar{t} = 1$ (а, в), $\bar{t} = 2$ (б, г)

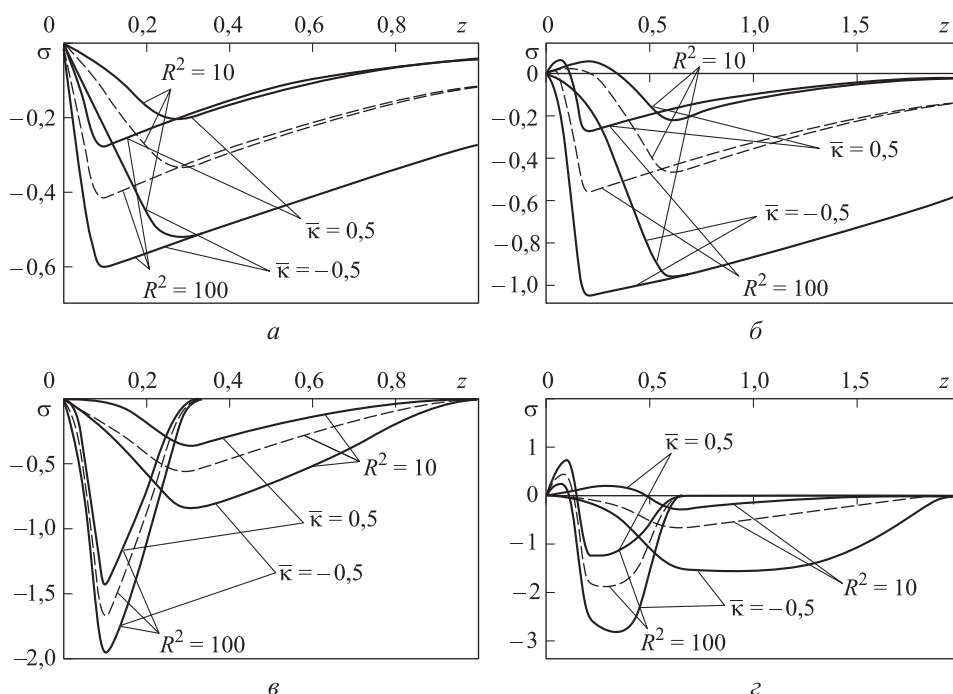


Рис. 2. Распределение напряжений по глубине полупространства при $D_q^2 = 0$ (а, б) и $D_q^2 \neq 0$ ($R^2/D_q^2 = 10$) (в, г) при $\bar{t} = 1$ (а, в) и $\bar{t} = 2$ (б, г), числа у кривых — значения R^2

Заключение. Получены аналитические зависимости для нахождения температуры и асимптотические зависимости для определения напряжений в среде с учетом средней кривизны поверхности, а также конечной скорости распространения теплоты. Показано, что учет средней кривизны поверхности, как и учет скорости распространения теплоты могут существенно влиять на распределения температуры и напряжений в среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарубин В.С., Станкевич И.В. Расчет теплонапряженных конструкций. М.: Машиностроение, 2005. 352 с.
2. Зарубин В.С. Расчет и оптимизация термоизоляции. М.: Энергоатомиздат, 1991. 192 с.
3. Кувыркин Г.Н. Термомеханика деформируемого твердого тела при высокоинтенсивном нагружении. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993. 142 с.
4. Грибанов В.Ф., Паничкин Н.Г. Связанные и динамические задачи термоупругости. М.: Машиностроение, 1984. 181 с.
5. Golovin N.N., Kuvyrkin G.N. Problem of numerical modeling of the temperature and stress field in the structures of SFRE nozzle blocks // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2000. Vol. 73. Iss. 1. P. 145–154. DOI: 10.1007/BF02681689
6. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Mathematical modeling of thermomechanical processes in aircraft structures // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2000. Vol. 73. Iss. 1. P. 138–144. DOI: 10.1007/BF02681688
7. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Mathematical models of thermomechanics of a relaxing solid // Mechanics of Solids. 2012. Vol. 47. Iss. 2. P. 252–260. DOI: 10.3103/S0025654412020124
8. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Mathematical modeling of thermomechanical processes under intense thermal effect // High Temperature. 2003. Vol. 41. Iss. 2. P. 257–265. DOI: 10.1023/A:1023390021091
9. Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Моделирование температурных полей в твердом теле при поверхностном нагреве // Тепловые процессы в технике. 2009. Т. 1. № 9. С. 375–380.
10. Головин Н.Н., Кувыркин Г.Н., Майская Е.В. Математическое моделирование нестационарного деформирования взаимодействующих термонагруженных конструкций // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 4 (4). DOI: 10.18698/2308-6033-2012-4-158 URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/158.html>
11. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
12. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 512 с.
13. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. М.: Наука, 1968. 344 с.

Савельева Инга Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Савельева И.Ю. Динамические температурные напряжения в упругом теле с криволинейной границей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2018. № 1. С. 38–46. DOI: 10.18698/1812-3368-2018-1-38-46

**DYNAMIC TEMPERATURE STRESSES IN ELASTIC BODY
WITH CURVED BOUNDARY**

I.Yu. Savelyeva

Inga.Savelyeva@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

Calculation of temperature stresses under no steady behavior is known to be difficult due to the time-varying basic design parameters. On the basis of a one-dimensional design scheme, we analyzed the influence of the main loading parameters, material properties and the mean curvature of the surface on the temperature and stress distributions. In our research we obtained the analytic solutions for the temperature distribution and asymptotic solutions for small time values for stresses. Moreover, we analyzed the influence of the heat flux relaxation on the temperature and stress distributions in the elastic body under high-intensity surface heating, taking into account the mean curvature of the surface

Keywords

Temperature stresses, curved boundary, elastic solid, mean curvature

Received 23.12.2017

© BMSTU, 2018

The work was performed under state (project no. 9.2422.2017/ПЧ)

REFERENCES

- [1] Zarubin V.S., Stankevich I.V. Raschet teplonapryazhennykh konstruksiy [Calculation of heat-stressed constructions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2005. 352 p.
- [2] Zarubin V.S. Raschet i optimizatsiya termoizolyatsii [Calculation and optimization of thermal insulation]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 192 p.
- [3] Kuvyrkin G.N. Termomekhanika deformiruemogo tverdogo tela pri vysokointensivnom nagruzhenii [Thermomechanics of deformable solid body under high-intensity loading]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1993. 142 p.
- [4] Gribanov V.F., Panichkin N.G. Svyazannye i dinamicheskie zadachi termouprugosti [Coupled and dynamics problems of thermal elasticity]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 181 p.
- [5] Golovin N.N., Kuvyrkin G.N. Problem of numerical modeling of the temperature and stress field in the structures of SFRE nozzle blocks. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2000, vol. 73, iss. 1, pp. 145–154. DOI: 10.1007/BF02681689
- [6] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Mathematical modeling of thermomechanical processes in aircraft structures. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2000, vol. 73, iss. 1, pp. 138–144. DOI: 10.1007/BF02681688

- [7] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Mathematical models of thermomechanics of a relaxing solid. *Mechanics of Solids*, 2012, vol. 47, iss. 2, pp. 252–260. DOI: 10.3103/S0025654412020124
- [8] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Mathematical modeling of thermomechanical processes under intense thermal effect. *High Temperature*, 2003, vol. 41, iss. 2, pp. 257–265. DOI: 10.1023/A:1023390021091
- [9] Kuvyrkin G.N., Saveleva I.Yu. Simulation of temperature fields in the solid body at surface heating. *Teplovye protsessy v tekhnike* [Thermal Processes in Engineering], 2009, vol. 1, no. 9, pp. 375–380 (in Russ.).
- [10] Golovin N.N., Kuvyrkin G.N., Mayskaya E.V. Mathematical simulation of nonstationary deforming of interacting heat-loaded structures. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2012, no. 4 (4) (in Russ.). DOI: 10.18698/2308-6033-2012-4-158
Available at: <http://engjournal.ru/eng/catalog/mathmodel/hidden/158.html>
- [11] Lur'ye A.I. *Teoriya uprugosti* [Elasticity theory]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 940 p.
- [12] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. *Matematicheskie modeli mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoy sredy* [Mathematical models of solid mechanics and electrostatics]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2008. 512 p.
- [13] Bateman H., Erdélyi A. *Tables of integral transforms*. New York, McGraw-Hill, 1954. 391 p.

Savelyeva I.Yu. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor of Applied Mathematics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Savelyeva I.Yu. Dynamic Temperature Stresses in Elastic Body with Curved Boundary. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2018, no. 1, pp. 38–46 (in Russ.). DOI: 10.18698/1812-3368-2018-1-38-46