

АТОМАРНЫЕ ФУНКЦИИ И ПОСТРОЕНИЕ ПРОГРАММНОГО ДВИЖЕНИЯ СВАРОЧНОГО РОБОТА

О.И. Комова¹

А.Н. Маслов²

Н.В. Осадченко²

Ooss95@mail.ru

MaslovAnton@list.ru

OsadchenkoNV@yandex.ru

¹ ООО «Транспортная техника», Москва, Российская Федерация

² Национальный исследовательский университет «МЭИ»,
Москва, Российская Федерация

Аннотация

Исследован кинематический уровень системы управления манипуляционным роботом для сварки трением с перемешиванием. Для задания программного движения рабочего органа такого робота предложено использовать U -сплайны — сплайн-функции бесконечной гладкости, построенные на основе атомарных функций. Решена задача интерполяции функций действительного переменного U -сплайнами третьего порядка с получением системы уравнений для их коэффициентов, доказана ее разрешимость при любом соотношении длин шагов используемой сетки. Приведены порядок построения программного движения рабочего органа сварочного робота с применением U -сплайнов и алгоритм кинематического анализа робота с нахождением законов изменения координат в его сочленениях. Алгоритм предусматривает численное интегрирование уравнений кинематики робота с многократным решением обратной задачи о скоростях; рассмотрены вопросы программной реализации этого алгоритма

Ключевые слова

Сварочный робот, многозвенный манипулятор, сварка трением с перемешиванием, программное движение, атомарные функции, сплайны, кинематический анализ

Поступила в редакцию 12.10.2017

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Введение. Роботизация сварочных работ — одно из основных направлений развития современной промышленности, позволяющее в несколько раз повысить эффективность производства. Использование в сварке роботов, выступающих в качестве ключевого элемента гибкого автоматизированного производства, позволяет обеспечить высокое качество сварных соединений, снизить процент брака, избавить человека от монотонного труда [1, 2].

Существует немало публикаций, посвященных планированию траекторий сварочных роботов различного типа [3, 4], управлению процессом роботизированной сварки [5, 6], контролю качества сварных швов при такой сварке [7, 8].

Наряду с традиционными методами сварки (прежде всего, дуговой и контактной), в последнее время все более широкое применение находит относительно новый сварочный процесс — сварка трением с перемешиванием (СТП). Указанный метод сварки, являющийся одной из разновидностей сварки давлением, разрабо-

тан и реализован в Технологическом институте сварки (TWI, Великобритания) в 1991 г. применительно к листам и пластинам из алюминия и алюминиевых сплавов [9, 10] (впрочем, в СССР этот способ сварки был запатентован еще в 1967 г. [11]). Позднее метод применили для сварки заготовок из сплавов меди, магния, никеля и титана, а также сталей, полимеров и композитов [1, 9].

При СТП быстро вращающийся инструмент (стержень, несущий на конце опорный бурт и выступающий наконечник) медленно погружается в стык свариваемых деталей на глубину, примерно равную толщине соединяемых кромок, после чего инструмент перемещают вдоль линии стыка. При этом опорный бурт энергично давит на поверхность кромок, материал которых разогревается за счет внутреннего трения и претерпевает пластическую деформацию; вращающийся наконечник обеспечивает перемешивание материала и его вытеснение в освобождающееся позади инструмента пространство [9, 10].

Следует отметить, что при СТП соединение материалов происходит без расплавления (в твердой фазе). Поэтому данный метод обладает несколькими преимуществами: отсутствуют разбрызгивание расплавленного металла и выделение вредных газов и дыма; не используются присадочные материалы и защитные газы; сварной шов имеет высокую прочность с мелким размером зерна и отсутствием пористости; остаточные напряжения в материале шва невелики; необходимость в предварительной очистке кромок отсутствует (оксидная пленка удаляется в процессе трения) [11, 12]. Энергопотребление при СТП в 2–5 раз меньше, чем при дуговой и контактной сварке [13].

Разработке и исследованию роботов для сварки трением с перемешиванием посвящено несколько работ (в частности, [14–16]); обширная библиография приведена в работах [1, 12]).

В настоящей работе рассмотрена задача кинематического анализа манипуляционного робота для СТП. При этом предположено, что программное движение рабочего органа задано так, что в любой момент времени $t \in [0, t_{fin}]$, где t_{fin} — время моделирования, известны компоненты векторов угловой скорости рабочего органа и скорости конца наконечника. Зависимости от времени координат в сочленениях робота определяются численным интегрированием уравнений его кинематики, получаемых с применением аппарата теории винтов [17, 18]. В отличие от традиционного способа построения программного движения рабочего органа с помощью кубических сплайнов [19, 20] предложено задавать такое движение с использованием неполиномиальных сплайнов на основе атомарных функций [21, 22].

Конструкция сварочного робота. В настоящее время для СТП применяют в основном манипуляционные роботы, относящиеся к двум категориям: 1) роботы с открытой кинематической цепью («механическая рука»); 2) роботы параллельной структуры. Последние обладают большей жесткостью конструкции, но имеют меньший рабочий объем, а их стоимость значительно выше [12]. В связи с этим далее рассмотрен сварочный робот, исполнительный механизм которого образует открытую кинематическую цепь.

Большинство современных сварочных роботов имеет шесть подвижных звеньев, что обеспечивает для рабочего органа шесть степеней свободы — столько же, сколько имеет свободное абсолютно твердое тело [2]. Рассматриваемый робот также имеет шесть подвижных звеньев, соединенных вращательными шарнирами; пронумеруем звенья последовательно, начиная от стойки (т. е. неподвижного звена с номером 0) и заканчивая рабочим органом (номер 6).

Для описания структуры и геометрии звеньев и сочленений будем использовать *формализм Денавита — Хартенберга* [19, 20]; последний предусматривает, что с каждым звеном по определенным правилам связывают систему координат, причем переход от $(j - 1)$ -й к j -й системе задается с помощью параметров: θ_j (угол в сочленении); d_j (звенное расстояние); α_j (угол скручивания); a_j (длина звена). В рассматриваемом случае связанная со стойкой система координат служит условно неподвижной системой координат $Oxyz$, причем ось z направлена вертикально вверх; углы θ_j играют роль координат в сочленениях q_j и изменяются при движении робота, а остальные параметры Денавита — Хартенберга остаются постоянными. Численные значения этих параметров представлены ниже. Значения углов θ_j соответствуют конфигурации сварочного робота, принятой за начальную в вычислительном эксперименте, результаты которого будут приведены далее.

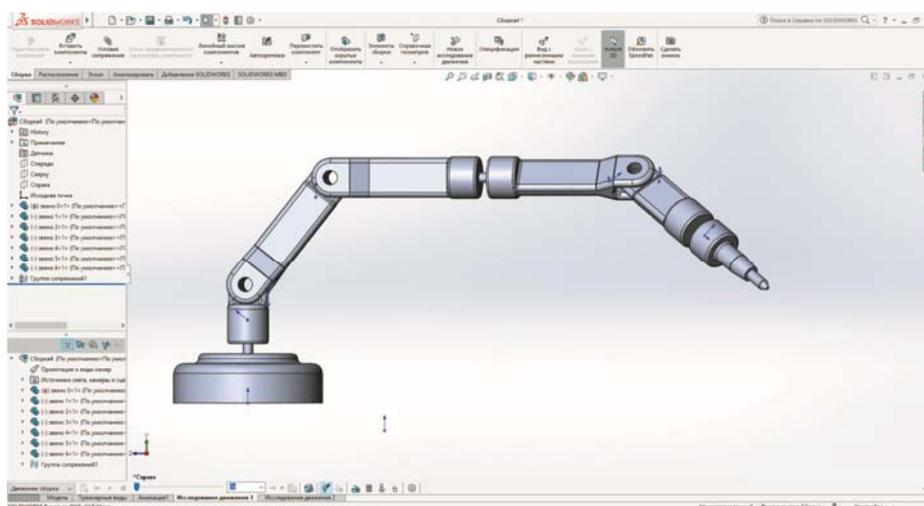
Численные значения параметров θ_j , d_j , α_j и a_j

| | | | | | | |
|-------------------|------|------|----|------|----|------|
| j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| θ_j , град | 0 | 50 | 40 | 90 | 70 | 0 |
| d_j , м | 0,24 | 0 | 0 | 0,56 | 0 | 0,21 |
| α_j , град | 90 | 0 | 90 | 90 | 90 | 0 |
| a_j , м | 0 | 0,28 | 0 | 0 | 0 | 0 |

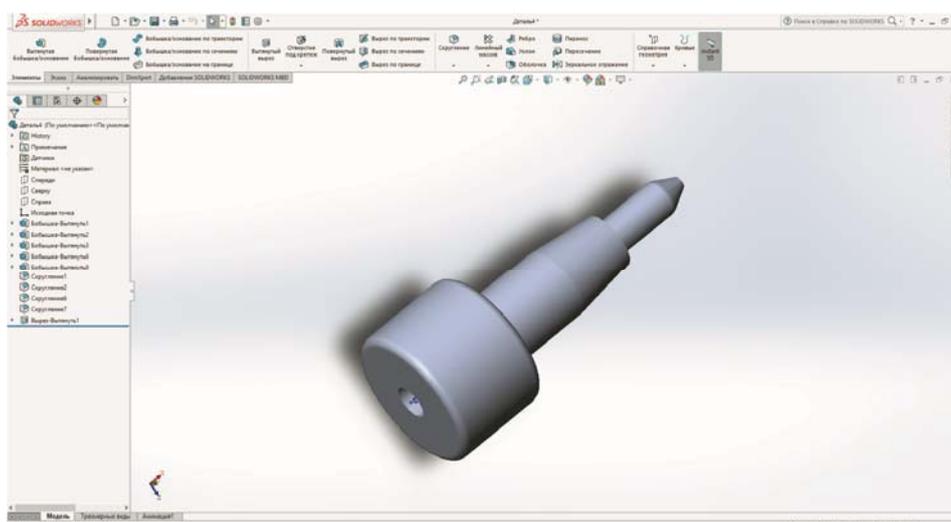
3D-модель исследуемого сварочного робота была реализована в системе трехмерного параметрического проектирования *SolidWorks* [23]. Общий вид данного робота в окне системы *SolidWorks* (изображенная конфигурация робота не совпадает с начальной) приведен на рис. 1, а.

Отметим, что рабочий орган манипулятора моделировался как единое абсолютно твердое тело: движение инструмента не учитывалось, поскольку оно не имеет отношения к решаемой здесь задаче построения программного движения сварочного робота и его кинематическому анализу. В связи с этим изображение рабочего органа (рис. 1, б) выполнено схематично. На рисунке видны корпус рабочего органа, опорный борт и наконечник.

Требования к программному движению. Переходим к обсуждению построения программного движения сварочного робота. Рассмотрим реализацию следующего движения: робот из произвольно заданной начальной конфигурации должен быть выведен в конфигурацию, при которой наконечник рабочего



а



б

Рис. 1. Общий вид сварочного робота (а) и его рабочий орган (б)

органа касается лежащей в горизонтальной плоскости заготовки, затем происходит процесс сварки. При этом конец наконечника (здесь и далее — точка C) перемещается вдоль создаваемого сварного шва. Для определенности примем, что сварной шов имеет форму зигзага и описывается ломаной линией $A_1A_2A_3A_4$ (координаты точек A_i заданы заранее).

Процесс СТП предусматривает, что при движении вдоль шва ось инструмента весьма мало отклоняется от перпендикуляра к плоскости сварки: опорный бурт должен касаться кромок свариваемых деталей всей рабочей поверхностью, а при слишком большом угле наклона возможно нарушение сплошности шва у его корня с образованием тоннельного дефекта [13]. Далее предположим,

что в процессе сварки ось звена 6 робота сохраняет вертикальное направление, так что звено 6 перемещается поступательно (тем самым здесь пренебрегаем имеющимися по СТП рекомендациями, в соответствии с которыми для инструмента желательно поддерживать малый — угол $1,5...4,5^\circ$ — наклон в направлении сварки [12, 13]; учет этого требования слабо влияет на движение всего манипулятора).

Задача поддержания с высокой точностью вертикального направления оси рабочего органа при движении инструмента вдоль шва и значительные динамические нагрузки, испытываемые рабочим органом при СТП, предъявляют жесткие требования к системе управления сварочным роботом. В этих условиях наличие у звеньев и сочленений манипулятора упругой податливости способно неблагоприятно отразиться на точности позиционирования манипулятора. В современной литературе методы, позволяющие в такой ситуации предотвратить увеличение погрешности позиционирования и стабилизировать программное движение манипулятора, достаточно хорошо изучены как в случае распределенной упругой податливости звеньев [24–27], так и при наличии упругой податливости в сочленениях [28]. Впрочем, данные вопросы относятся уже к реализации динамического уровня системы управления роботом, а здесь ограничимся (по терминологии, используемой в работе [19]) вопросами кинематического управления.

Что касается этапа выведения точки C из ее начального положения в точку A_1 , он может быть реализован по такой же схеме, как и аналогичный этап для рассмотренной в работах [18, 29] задачи о роботе-бармене. Вычислим угол φ между осью инструмента в начальной конфигурации робота и осью, направленной по вертикали вниз, а также единичный вектор e оси, поворотом вокруг которой можно совместить направления двух предыдущих осей. Затем для каждой координаты x_C , y_C , z_C и для угла φ рассмотрим *элементарную транспортную операцию*: плавное монотонное изменение этой величины от исходного значения до конечного, причем в начале и конце операции первая и вторая производные рассматриваемой величины s должны равняться нулю [20, 29]. Для координат x_C , y_C , z_C на этапе выведения роль конечных значений играют координаты точки A_1 , а для угла φ конечное значение равно нулю.

Предполагаем (как и в [20]), что вид зависимости всех указанных величин от времени t стандартен и определяется (кроме исходного и конечного значений) заданием последовательности узлов (моментов времени) τ_0, \dots, τ_6 , определяющих границы отдельных этапов элементарной транспортной операции. Требуем, чтобы на этапе I $\dot{s} \equiv 0$ (этап выстоя); на этапе II \dot{s} возрастала ускоренно; на этапе III — замедленно; на этапе IV \dot{s} была постоянной (этап движения с постоянной скоростью, которую обозначим K); на этапе V \dot{s} убывала ускоренно; на этапе VI — замедленно. Длительности этапов I и IV могут при этом равняться нулю; длительности остальных четырех этапов будем полагать одинаковыми.

Движение инструмента вдоль каждого отрезка ломаной $A_1A_2A_3A_4$ также может быть описано с помощью элементарных транспортных операций; при этом изменяться будут лишь координаты x_C и y_C . Существенно, что при прохождении точкой C отрезка A_1A_2 длительность этапа I элементарной транспортной операции заведомо должна отличаться от нуля: на данном этапе все звенья сварочного робота остаются неподвижными, но происходит погружение наконечника инструмента в стык свариваемых деталей.

Рассмотрим, каким образом программное движение рабочего органа робота может быть задано с помощью атомарных функций.

Атомарные функции. *Атомарными функциями* называют финитные решения дифференциально-функциональных уравнений вида [30]

$$Ly(x) = \sum_{k=0}^{k < m} c_k y(ax - b_k), \quad (1)$$

где L — линейный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами; a, b_k, c_k — константы, причем $|a| > 1$.

Основы теории атомарных функций были заложены в работах В.Л. Рвачёва и В.А. Рвачёва в первой половине 1970-х гг. К исследованиям в этой области вскоре подключились и другие ученые; практически исчерпывающий обзор публикаций, изданных к 1985 г., приведен в работе [30]. Весьма значительный объем результатов, полученных в теории атомарных функций, представлен в монографиях [21, 22].

В настоящее время аппарат атомарных функций применяют при решении дифференциальных уравнений в частных производных [31, 32] и интегральных уравнений [33], в кинематике пространственного движения твердого тела [34], при фильтрации и цифровой обработке сигналов [35, 36], во многих прикладных задачах радиотехники и радиофизики и в других областях [37–40].

Первым и важнейшим примером функций этого класса служит функция $cp(x)$ (читается: «ап от x »), для которой уравнение (1) имеет вид $y'(x) = 2y(2x+1) - 2y(2x-1)$.

Приведем, следуя [21, 22], основные свойства данной функции, которые будут необходимы далее:

- 1) функция $cp(x)$ — четная неотрицательная бесконечно дифференцируемая функция, носителем которой является отрезок $[-1, 1]$ числовой прямой \mathbb{R} ;
- 2) при $x = 0$ значение функции cp максимально и равно единице, а с ростом модуля аргумента ее значение монотонно убывает до нуля на границе носителя (график этой функции имеет колоколообразную форму);
- 3) все производные функции cp — атомарные функции с тем же носителем, представляемые в виде линейных комбинаций сдвигов сжатий этой функции (например, ее первая производная $z = cp'(x)$ удовлетворяет уравнению $z'(x) = 4z(2x+1) - 4z(2x-1)$);

4) если $x = k/2^n$ — двоично-рациональная точка носителя, то в ней все производные функции $\text{up}(x)$ большего порядка, чем n , обращаются в нуль;

5) значения этой функции (и всех ее производных) в таких точках — рациональные числа (например, $\text{up}(-3/4) = 5/72$, $\text{up}(-1/2) = 1/2$, $\text{up}(-1/4) = 67/72$);

6) интеграл функции up , взятый по ее носителю, равен единице;

7) из сдвигов функции up можно составить любой многочлен:

$\forall x \in \mathbb{R}$ имеют место разложения

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{up}(x-k) \equiv 1, \quad \sum_{k=-\infty}^{\infty} (k/4) \text{up}(x-k/2) \equiv x;$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} (k^2/64 - 1/36) \text{up}(x-k/4) \equiv x^2$$

и т. д. При конкретном значении x в каждой этой сумме лишь небольшое число слагаемых отлично от нуля.

Для вычисления значений функции up применяют достаточно быстро сходящийся ряд специального вида (предложен В.А. Рвачёвым в 1975 г. [30]).

В начальный период развития теории атомарных функций было установлено, что пространства \mathbb{UP}_n , состоящие из бесконечно дифференцируемых функций вида

$$F(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \text{up}(x-k/2^n), \quad (2)$$

служат эффективным аппаратом приближения функций действительного переменного и могут рассматриваться как видоизменения пространств полиномиальных сплайнов. Каждое пространство \mathbb{UP}_n бесконечномерно и содержит, в частности, алгебраические многочлены степени, не превышающей n ; базисы в этих пространствах при $n > 0$ образуют сдвиги атомарных функций Fup_n — дробных компонент функции up (данные функции в теории атомарных функций играют роль, аналогичную роли B -сплайнов в теории полиномиальных сплайнов) [21].

Если сузить область определения функций (2) до некоторого отрезка $[a, b]$, то пространство функций такого вида окажется конечномерным. Выделим на указанном отрезке точки, служащие границами носителей фигурирующих в (2) сдвигов функции up , и потребуем, чтобы точки a и b также попадали в число выделенных точек; тогда последние будут образовывать на отрезке $[a, b]$ узлы равномерной сетки. На каждом отрезке разбиения такой сетки функция вида (2) задается $n+2$ параметрами (например, коэффициентами в разложении по сдвигам функций Fup_n).

В теории атомарных функций задачи интерполяции по таким сеткам на основе разложения интерполанта по сдвигам функций Fup_n достаточно хорошо

изучены [21] (также использовалась — применительно к задачам эрмитовой и биркгофовой интерполяции — техника обобщенных рядов Тейлора, но применяемые сетки по-прежнему были равномерными [41, 42]). Другой подход к интерполяции с помощью атомарных функций, при котором, в частности, нет необходимости ограничиваться лишь равномерными сетками (далее вместо n будем писать $m - 1$), представлен ниже.

Интерполяция с использованием U -сплайнов. Рассмотрим произвольный отрезок $[a, b]$ с заданной на нем сеткой Δ из узлов X_i вида $a = X_0 < X_1 < \dots < X_n = b$; здесь n — число отрезков разбиения $[X_i, X_{i+1}]$, $i = 0, \dots, n-1$. Поставим на этом отрезке для функции $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, значения которой $Y_i = f(X_i)$ в узлах сетки известны, задачу интерполяции — нахождения такой функции (интерполянта) F из заранее заданного конечномерного пространства, которая принимает в узлах сетки те же значения, что и f .

Если звенья полиномиальных сплайнов из пространства $\mathbb{P}_{m,r}^\Delta$ (m — степень; r — дефект), т. е. их сужения на отрезки разбиения, представляют собой линейные комбинации степенных функций $1, x - X_i, \dots, (x - X_i)^m$ [43], то рассмотрим бесконечно дифференцируемые сплайн-функции, звеньями которых являются линейные комбинации функций $1, x - X_i, \dots, (x - X_i)^{m-1}$ и $\text{up}((x - X_i) / 4(X_{i+1} - X_i) - 1)$ (фактически от локального базиса из функций Fur_n перешли к новому локальному базису из m степенных функций и одной атомарной).

Такие сплайн-функции назовем U -сплайнами порядка m , а образуемое ими векторное пространство обозначим \mathbb{UP}_m^Δ .

Далее ограничимся случаем $m = 3$. Для U -сплайна третьего порядка i -е звено имеет вид

$$F_i(x) = a_i + b_i(x - X_i) + c_i(x - X_i)^2 + d_i \text{up}((x - X_i) / 4(X_{i+1} - X_i) - 1), \quad (3)$$

а размерность пространства \mathbb{UP}_3^Δ равна $n + 3$. Условия интерполяции функции f дают $n + 1$ условие на коэффициенты искомого U -сплайна (при этом, в частности, $a_i = Y_i$), а для однозначности нахождения интерполянта F требуется, как и в случае кубического сплайна дефекта 1, задать еще два граничных условия, налагаемых на сплайн в точках a и b .

Для определенности рассмотрим граничные условия типа I, полагая заданными значения $Y'_0 = f'(X_0)$ и $Y'_n = f'(X_n)$ и требуя, чтобы значения первой производной интерполянта в узлах, называемые наклонами сплайна, для узлов X_0 и X_n были такими же: $b_0 = Y'_0$ и $b_n = Y'_n$ [44].

Получим систему линейных уравнений для нахождения наклонов b_i во внутренних узлах сетки Δ .

Начнем с того, что представим i -е звено U -сплайна в виде линейной комбинации соответствующих функций Кунса (образующих базис для эрмитовой интерполяции по двум точкам). Для этого выполним на отрезке $[X_i, X_{i+1}]$ замену незави-

симой переменной, полагая $u = (x - X_i) / h_i$, где $h_i = X_{i+1} - X_i$. При $x \in [X_i, X_{i+1}]$ переменная u изменяется от 0 до 1.

По определению, функции Кунса $K_i(u)$ служат решениями следующих задач эрмитовой интерполяции на отрезке $[0, 1]$:

$$\begin{aligned} K_0(0) = 1, \quad K_0(1) = 0, \quad K'_0(0) = 0, \quad K'_0(1) = 0; \\ K_1(0) = 0, \quad K_1(1) = 1, \quad K'_1(0) = 0, \quad K'_1(1) = 0; \\ K_2(0) = 0, \quad K_2(1) = 0, \quad K'_2(0) = 1, \quad K'_2(1) = 0; \\ K_3(0) = 0, \quad K_3(1) = 0, \quad K'_3(0) = 0, \quad K'_3(1) = 1. \end{aligned}$$

Решая эти задачи, находим

$$\begin{aligned} K_0(u) &= 1 - (9/4)u^2 + 18\text{up}(u/4 - 1) \equiv 1 - K_1(u); \\ K_1(u) &= (9/4)u^2 - 18\text{up}(u/4 - 1); \\ K_2(u) &= u - (13/8)u^2 + 9\text{up}(u/4 - 1); \\ K_3(u) &= -(5/8)u^2 + 9\text{up}(u/4 - 1). \end{aligned} \tag{4}$$

Запишем выражения для вторых производных трех последних функций Кунса по переменной u :

$$\begin{aligned} K''_1(u) &= 9/2 - 9\text{up}(u - 1); \\ K''_2(u) &= -13/4 + (9/2)\text{up}(u - 1); \\ K''_3(u) &= -5/4 + (9/2)\text{up}(u - 1). \end{aligned} \tag{5}$$

Если задать наклоны b_i во внутренних узлах сетки произвольно, то функция со звеньями вида

$$F_i(x) = a_i + (a_{i+1} - a_i)K_1(u) + b_i h_i K_2(u) + b_{i+1} h_i K_3(u) \tag{6}$$

будет решением поставленной задачи интерполяции и принадлежать классу C^1 .

Для того чтобы интерполянт принадлежал классу C^2 (тогда — если учесть расположение нулей производных функции up — он автоматически окажется бесконечно дифференцируемой функцией), значения наклонов b_i должны быть выбраны специальным образом. С этой целью дважды продифференцируем почленно представление (6) по x , подставим в полученную формулу выражения (5) и приравняем значения вторых производных $(i - 1)$ -го и i -го звеньев интерполянта F в узле X_i . Получим

$$\begin{aligned} -\frac{1}{h_{i-1}^2} \frac{9}{2} (a_i - a_{i-1}) + \frac{1}{h_{i-1}} \frac{5}{4} b_{i-1} + \frac{1}{h_{i-1}} \frac{13}{4} b_i = \\ = \frac{1}{h_i^2} \frac{9}{2} (a_{i+1} - a_i) - \frac{1}{h_i} \frac{13}{4} b_i - \frac{1}{h_i} \frac{5}{4} b_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1. \end{aligned}$$

Введем обозначения

$$D_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{h_i}; \quad \lambda_i = \frac{h_i}{h_{i-1} + h_i}; \quad \mu_i = \frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i}$$

и подвергнем полученные соотношения тождественным преобразованиям, а также дополним их равенствами, выражающими граничные условия типа I; в результате получим следующую систему уравнений для наклонов искомого U -сплайна:

$$\begin{aligned} (13/5)b_0 &= (13/5)f'(X_0); \\ \lambda_i b_{i-1} + (13/5)b_i + \mu_i b_{i+1} &= (18/5)(\lambda_i D_{i-1} + \mu_i D_i), \quad i = 1, \dots, n-1; \\ (13/5)b_n &= (13/5)f'(X_n). \end{aligned} \quad (7)$$

Система (7) вполне аналогична приведенной в работе [44] системе уравнений для наклонов кубического сплайна дефекта 1 (за исключением того, что в последней вместо коэффициентов 13/5 и 18/5 фигурируют числа 2 и 3 соответственно).

Получена система линейных уравнений, матрица A коэффициентов которой является трехдиагональной. Поскольку $\lambda_i + \mu_i = 1$, для данной матрицы выполнены условия диагонального преобладания, причем в качестве величины δ диагонального преобладания можно взять $\delta = 8/5$.

По теореме Леви — Деспланка и следствию из нее [45] получаем, что при любом соотношении длин шагов сетки Δ матрица A заведомо невырождена, а для ∞ -нормы обратной матрицы и соответствующего числа обусловленности имеются оценки

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \frac{1}{\delta}, \quad \text{cond}_{\infty} A \leq \frac{\|A\|_{\infty}}{\delta} = \frac{18/5}{8/5} = \frac{9}{4}$$

(здесь учтено, что ∞ -норма матрицы равна максимуму сумм модулей элементов ее строк).

Следовательно, задача нахождения наклонов U -сплайна в вычислительном плане очень хорошо обусловлена (ситуация даже лучше, чем для сплайнов из пространства $\mathbb{P}_{3,1}^{\Delta}$, где $\text{cond}_{\infty} A \leq 3$), а процесс решения системы (7) методом монотонной прогонки [44] вычислительно устойчив.

После нахождения коэффициентов b_i остается определить коэффициенты c_i и d_i . Придадим расчетным формулам для них (получаемым двукратным дифференцированием представлений (3) и (6) и приравниванием значений полученных выражений в узлах X_i и X_{i+1}) следующий вид:

$$\begin{aligned} h &= X_{i+1} - X_i, \quad D = \frac{a_{i+1} - a_i}{h}, \quad N = 9(b_{i+1} - 2D + b_i); \\ c_i &= \frac{D - b_i - (5/72)N}{h}, \quad d_i = Nh. \end{aligned}$$

Для сравнения приведем аналогичные формулы для кубических сплайнов [43]:

$$\begin{aligned} h &= X_{i+1} - X_i, \quad D = \frac{a_{i+1} - a_i}{h}, \quad N = b_{i+1} - 2D + b_i; \\ c_i &= \frac{D - b_i - N}{h}, \quad d_i = \frac{N}{h^2}. \end{aligned}$$

Делаем вывод: вычисление коэффициентов в представлении (3) для U -сплайна по трудоемкости практически не отличается от вычисления коэффициентов кубического сплайна дефекта 1 и осуществляется по той же схеме.

Используемую при построении локального базиса функцию $up(u/4-1)$ также можно рассматривать как U -сплайн третьего порядка, если ввести на отрезке $[0, 8]$ (это — ее носитель) сетку из узлов $0, 1, \dots, 8$. График функции $up(u/4-1)$ на левой половине носителя показана на рис. 2.

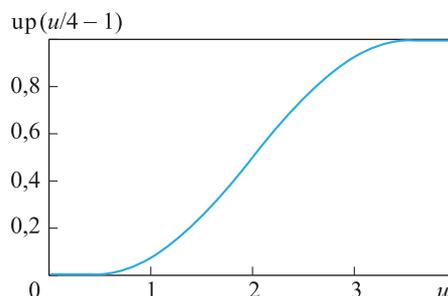


Рис. 2. График функции $up(u/4-1)$ на левой половине носителя

Приведем коэффициенты этого U -сплайна для первых четырех отрезков разбиения:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 0, & b_0 &= 0, & c_0 &= 0, & d_0 &= 1; \\
 a_1 &= 5/72, & b_1 &= 1/4, & c_1 &= 1/4, & d_1 &= -1; \\
 a_2 &= 1/2, & b_2 &= 1/2, & c_2 &= 0, & d_2 &= -1; \\
 a_3 &= 67/72, & b_3 &= 1/4, & c_3 &= -1/4, & d_3 &= 1.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Получение оценок точности приближения гладких функций интерполяционными U -сплайнами не было целью настоящей работы. Отметим, что для интерполантов из пространства \mathbb{UP}_3^Δ точность должна быть ниже, чем при интерполяции кубическими сплайнами: последнее слагаемое в (3) работает не на повышение точности, а на обеспечение C^∞ -гладкости интерполанта. Результаты вычислительных экспериментов указывают на то, что порядок погрешности интерполяции U -сплайнами составляет $O(h^3)$, где h — максимальный шаг сетки.

Так, при интерполяции на отрезке $[0, 1]$ функции $y = e^{-Kx}$, где $K = 4$, сплайнами различного типа получены следующие значения нормы погрешности:

| n | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
|-----|-------|--------|---------|----------|------------|-------------|
| A | 0,119 | 0,0165 | 0,00161 | 0,000127 | 0,00000899 | 0,000000597 |
| B | 0,119 | 0,0219 | 0,00200 | 0,000146 | 0,00000969 | 0,000000621 |
| C | 0,059 | 0,0082 | 0,00080 | 0,000064 | 0,00000449 | 0,000000298 |
| D | 0,059 | 0,0071 | 0,00076 | 0,000062 | 0,00000442 | 0,000000296 |
| E | 0,129 | 0,0174 | 0,00254 | 0,000492 | 0,00007874 | 0,000011328 |

В строках A – D приведены взятые из работ [43, 46] данные для интерполяции кубическими сплайнами дефекта 2 (из пространства $\mathbb{P}_{3,2}^\Delta$) и дефекта 1 (из пространства $\mathbb{P}_{3,1}^\Delta$) и монотонными сплайнами на основе однопараметрических групп диффеоморфизмов, имеющими гладкость класса C^1 (из множества $\mathbb{M}_{1,2}^{\Delta,1}$) и C^2 (из множества $\mathbb{M}_{1,2}^{\Delta,2}$). Данные строки E отвечают интерполяционным U -сплайнам из пространства \mathbb{UP}_3^Δ .

В случаях A и C выполнялась эрмитова интерполяция, в остальных — интерполяция с граничными условиями типа I. В этом примере при малых n точность приближения одинакова для всех интерполянтов, а с увеличением n U -сплайны все сильнее уступают по точности другим разновидностям сплайнов: «расплата» за бесконечную гладкость.

Вычисляя для приведенных данных показатели затухания, определяемые выражениями [46] $\alpha_{mn} = (\ln(\|\varepsilon_n\|) - \ln(\|\varepsilon_m\|)) / \ln(n/m)$, где $\|\varepsilon_m\|$, $\|\varepsilon_n\|$ — значения норм погрешностей интерполяции для числа отрезков разбиения, равного m и n , получаем, что при переходе от $n=16$ к $n=32$ эти показатели для сплайнов из $\mathbb{P}_{3,2}^\Delta$, $\mathbb{P}_{3,1}^\Delta$, $\mathbb{M}_{1,2}^{\Delta,1}$ и $\mathbb{M}_{1,2}^{\Delta,2}$ равны $-4,09$, $-4,14$, $-4,09$ и $-4,08$ (что указывает на погрешность $O(h^4)$), а для U -сплайнов из \mathbb{UP}_3^Δ значение показателя затухания равно $-2,92$, что отвечает погрешности $O(h^3)$.

Кинематический анализ сварочного робота. Вернемся к задаче кинематического анализа сварочного робота. При задании программного движения его рабочего органа с помощью элементарных транспортных операций не требуется решать задачи интерполяции для нахождения коэффициентов U -сплайна, поскольку его звенья можно задать явными формулами.

Если задавать зависимость величины s от времени для каждой элементарной транспортной операции U -сплайном третьего порядка, то график последнего будет отличаться от графика, приведенного на рис. 2, наличием сдвигов и растяжений по осям абсцисс и ординат, а также возможными неравномерностью сетки и наличием начального участка, где s постоянна, и среднего участка, где s изменяется по линейному закону. Поэтому, исходя из выражений (8), получить требуемые формулы для звеньев несложно. Однако приводить их здесь не будем, поскольку программа kin31u, разработанная для кинематического анализа сварочного робота путем модификации описанной в работе [20] программы kin_31, фактически использует формулы не для величины s , а для ее производной \dot{s} . Модификация состояла в переходе от кубических сплайнов к U -сплайнам, задании более сложного, чем в программе kin_31, закона движения рабочего органа и добавлении операторов, выводящих вычисленные программой значения координат q_j во внешние файлы для последующего импорта этих значений в среду системы *SolidWorks* (в которой выполнялась визуализация процесса движения сварочного робота).

Если для манипуляторов с небольшим (два-три) числом звеньев нетрудно найти аналитические выражения координат q_j через координаты, задающие конфигурацию рабочего органа [47], то для шестизвенного манипулятора получение таких выражений возможно лишь в исключительных случаях [48], а их громоздкость затрудняет практическое применение. Поэтому программы kin_31 и kin31u оперируют соотношениями между производными перечисленных координат (данные соотношения линейны по производным), а зависимости $q_j(t)$ для программного движения робота получают численным интегрированием.

Программу kin31u предполагается использовать в учебном процессе. По своей структуре она аналогична программе kin_31. Для исследуемого робота необходимо задать начальные значения параметров Денавита — Хартенберга и координаты точек A_1, A_2, A_3, A_4 , а для каждой из четырех элементарных транспортных операций — константы $T_N = \tau_1 - \tau_0$, $T_M = \tau_6 - \tau_1$, $T_C = \tau_4 - \tau_3$. Программа вычисляет по ним значения узлов τ_i , находит, решая прямую задачу геометрии движения, значения координат x_C, y_C, z_C и угла φ для начальной конфигурации робота, а затем для каждой величины и каждой элементарной транспортной операции рассчитывает значение параметра K по формуле $K = 2\Delta s / (T_M + T_C)$, где Δs — изменение величины s на отрезке $[\tau_0, \tau_6]$.

Далее программа выполняет численное интегрирование уравнений кинематики робота, решая для них задачу Коши. Интегрирование осуществляется обращением к модулю DPI из библиотеки tmx.lib [20], в котором реализован семистадийный метод Дормана — Принса пятого порядка точности, относящийся к семейству явных методов Рунге — Кутты и требующий шести вычислений правых частей системы дифференциальных уравнений на каждом шаге интегрирования [49].

На каждом шаге программа kin31u при текущих значениях координат q_j решает сначала прямую задачу геометрии движения, а затем — обратную задачу о скоростях: вычисляет значения правых частей уравнений кинематики манипулятора [20, 29]:

$$\dot{q} = U_6 \setminus A_K \quad (9)$$

(обратной дробной чертой обозначена операция левого деления столбца на матрицу, т. е. операция вычисления решения системы линейных алгебраических уравнений). Здесь q — столбец координат q_j ; A_K — матрица шестого порядка, элементами которой служат некоторые из компонент верзоров звеньев робота (эти верзоры определены при решении прямой задачи геометрии движения; соответствующие формулы, получаемые на основе теории винтов, здесь не приведены — их можно найти в работах [20, 29]); U_6 — столбец из плюккерových координат кинематического винта рабочего органа, которые, в свою очередь, выражаются через производные $\dot{x}_C, \dot{y}_C, \dot{z}_C, \dot{\varphi}$.

Следовательно, для каждой величины s необходимы текущие значения ее производной \dot{s} . Эти значения в программе kin31u вычисляются как произведения $\dot{s} = KF$ соответствующего параметра K и множителя F ; значения последнего для этапов I–VI элементарной транспортной операции даются соответственно выражениями

$$0, \quad U, \quad 1/2 + u - U, \quad 1, \quad 1 - U, \quad 1/2 - u + U; \quad (10)$$

выражения (10) нетрудно получить исходя из формул (8). В выражениях (10) $u = (t - \tau_i) / (\tau_{i+1} - \tau_i)$, $U = \text{up}(u / 2 - 1)$.

Одновременно с решением прямой задачи геометрии движения программа вычисляет текущие значения компонент радиус-вектора \mathbf{r}_C точки C и единичного вектора \mathbf{a} оси рабочего органа (от программных значений они отличаются лишь погрешностями численного интегрирования).

Программа kin31u осуществляет вывод результатов интегрирования в числовой и графической формах. В частности, после завершения решения задачи Коши на экран компьютера выводятся графики, показывающие изменение в течение времени компонент векторов \mathbf{r}_C и \mathbf{a} , величин q_j и \dot{q}_j .

Приведем некоторые результаты одного из вычислительных экспериментов, проведенных с помощью программы kin31u. В нем использовались приведенные выше начальные значения параметров Денавита — Хартенберга, время моделирования t_{fin} составляло 80 с (это значение, впрочем, достаточно условно). Допуск ε_A для локальной погрешности в методе Дормана — Принса 10^{-6} .

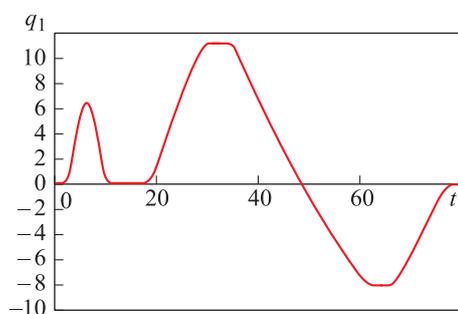


Рис. 3. Зависимость $q_1(t)$

Программа выполнила численное интегрирование и построила программное движение сварочного робота; при этом программное движение рабочего органа отслеживалось с точностью порядка заданного значения ε_A . Для иллюстрации приведем (рис. 3) построенную программой зависимость $q_1(t)$.

Отчетливо различимы этапы выведения точки C в точку A_1 и этап выстоя второй элементарной транспортной операции. Далее изменение координаты q_1 качественно воспроизводит поведение координаты y_C в процессе движения наконечника инструмента вдоль сварного шва (однако прямолинейным участкам графика $y_C(t)$ на графике $q_1(t)$ соответствуют участки с незначительной, но заметной кривизной: сказываются эффекты геометрической нелинейности).

Заключение. Решена задача о построении программного движения манипуляционного робота для СТП. Сформулированы требования к программному движению рабочего органа данного робота, причем для задания такого движения предложено использовать U -сплайны — неполиномиальные сплайны на основе атомарных функций. Для U -сплайнов третьего порядка получены система уравнений для наклонов интерполяционного сплайна и расчетные формулы для нахождения остальных его коэффициентов. Исследована обусловленность данной системы и обоснована вычислительная устойчивость процесса ее решения при любом соотношении длин шагов используемой сетки. Предложен алгоритм кинематического анализа сварочного робота с нахождением законов изменения координат в его сочленениях, рассмотрена программная реализация алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. *A novel friction stir welding robotic platform: welding polymeric materials* / N. Mendes, P. Neto, M.A. Simão, A. Loureiro, J.N. Pires // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2016. Vol. 85. Iss. 1-4. P. 37–46. DOI: 10.1007/s00170-014-6024-z
2. Колтыгин Д.С., Романюк Д.Ю. Анализ и особенности применения роботов-сварщиков // Труды Братского гос. ун-та. Серия: Естественные и инженерные науки. 2016. № 2. С. 138–141.
3. Кожевников М.М., Илюшин И.Э., Старовойтов А.В., Косырев В.Н. Планирование траекторий роботов-манипуляторов в технологическом процессе точечной контактной сварки // Вестник Гомельского гос. техн. ун-та им. П.О. Сухого. 2016. № 2. С. 3–10.
4. Fang H.C., Ong S.K., Nee A.Y.C. Adaptive pass planning and optimization for robotic welding of complex joints // *Advances in Manufacturing*. 2017. Vol. 5. Iss. 2. P. 93–104. DOI: 10.1007/s40436-017-0181-x
5. Деметьев Ю.Н., Князьков А.Ф., Князьков С.А. Система геометрической адаптации специализированного сварочного робота // Известия Томского политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. 2008. Т. 312. № 4. С. 117–118.
6. Шварц М.В., Малолетков А.В., Перковский Р.А. Применение лазерной системы слежения для управления процессом автоматической MIG/MAG сварки // Машиностроение и компьютерные технологии. 2013. № 9. DOI: 10.7463/1213.0628186
7. Людмирский Ю.Г., Лукьянов В.Ф., Жак С.В. Имитационная модель прогнозирования качества сварных соединений при их выполнении неадаптивными роботами // Вестник Донского гос. техн. ун-та. 2006. Т. 6. № 4. С. 301–310.
8. Поезжаева Е.В., Сергеев А.А., Мисюров М.Н. Адаптивная интеллектуальная система отслеживания шва в реальном времени при роботизации сварки // Известия Самарского науч. центра РАН. 2015. Т. 17. № 6 (2). С. 582–584.
9. Ищенко А.Я., Подъяельников С.В., Покляцкий А.Г. Сварка трением с перемешиванием алюминиевых сплавов (обзор) // Автоматическая сварка. 2007. № 11. С. 32–38.
10. Масленников А.В., Ерофеев В.А. Физико-математическая модель сварки трением с перемешиванием // Известия Тульского гос. ун-та. Технические науки. 2013. № 10. С. 64–73.
11. Карманов В.В., Каменева А.Л., Карманов В.В. Сварка трением с перемешиванием алюминиевых сплавов: сущность и специфические особенности процесса, особенности структуры сварного шва // Вестник Пермского нац. исслед. политехн. ун-та. Аэрокосмическая техника. 2012. № 32. С. 67–80.
12. Mendes N., Neto P., Loureiro A., Moreira A.P. Machines and control systems for friction stir welding: a review // *Materials & Design*. 2016. Vol. 90. P. 256–265. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.10.124
13. Mishra R.S., Mahoney M.W., eds. Friction stir welding and processing. ASM, 2007. 368 p.
14. *A hybrid robot for friction stir welding* / Q. Li, W. Wu, J. Xiang, H. Li, Ch. Wu // *Proc. Inst. Mech. Eng. C*. 2015. Vol. 229. No. 14. P. 2639–2650. DOI: 10.1177/0954406214562848
15. Qin J., Léonard F., Abba G. Real-time trajectory compensation in robotic friction stir welding using state estimators // *IEEE Trans. Control Syst. Technol.* 2016. Vol. 24. Iss. 6. P. 2207–2214. DOI: 10.1109/TCST.2016.2536482
16. *Trace generation of friction stir welding robot for space weld joint on large thin-walled parts* / R. Qi, W. Zhou, H. Zhang, W. Zhang, G. Yang // *Industrial Robot: An International Journal*. 2016. Vol. 43. Iss. 6. P. 617–627. DOI: 10.1108/IR-04-2015-0075

17. *Осадченко Н.В.* Метод винтов в вычислительной механике // Проблемы механики управляемых систем, машин и механизмов. Межвузов. темат. сб. № 77. М.: МЭИ, 1985. С. 61–68.
18. *Корецкий А.В., Осадченко Н.В.* Статический и кинематический анализ манипуляционных роботов на базе теории винтов // Автоматическое управление и интеллектуальные системы. Межвузов. сб. науч. тр. М.: Моск. гос. ин-т радиотехники, электроники и автоматки, 1996. С. 114–119.
19. *Зенкевич С.Л., Ющенко А.С.* Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 480 с.
20. *Корецкий А.В., Осадченко Н.В.* Компьютерное моделирование кинематики манипуляционных роботов. М.: Изд-во МЭИ, 2000. 48 с.
21. *Кравченко В.Ф.* Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. М.: Радиотехника, 2003. 512 с.
22. *Кравченко В.Ф., Рвачёв В.Л.* Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях. М.: Физматлит, 2006. 416 с.
23. *Дударева Н.Ю., Загайко С.А.* SolidWorks 2011 на примерах. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 496 с.
24. *Завражина Т.В.* Влияние упругой податливости звеньев на динамику и точность позиционирования робота-манипулятора с вращательными и поступательными сочленениями // Известия РАН. МТТ. 2008. № 6. С. 17–32.
25. *Маслов А.Н.* Фinitное управление манипулятором с гашением основной моды колебаний упругого звена // Мат. докл. XI конф. молодых ученых «Навигация и управление движением». СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2009. С. 470–477.
26. *Бобров А.И., Маслов А.Н., Осадченко Н.В.* Гашение упругих колебаний робота-манипулятора в одномодовом приближении // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. Тез. докл. 17-й Междунар. науч.-техн. конф. студентов и аспирантов. Т. 3. М.: МЭИ, 2011. С. 293–294.
27. *Маслов А.Н.* Позиционирование нежесткого звена робота-манипулятора с учетом ограничений на управление // Вестник МЭИ. 2011. № 2. С. 5–9.
28. *Андреев А.С., Перегудова О.А.* Об управлении двухзвенным манипулятором с упругими шарнирами // Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. № 2. С. 267–277.
29. *Корецкий А.В., Осадченко Н.В.* Метод винтов и решение на ЭВМ задач кинематического анализа манипуляционных роботов // Тез. докл. междунар. конф. «Информационные средства и технологии». Т. 2. М.: Станкин, 1996. С. 48–53.
30. *Рвачёв В.А.* Атомарные функции и их применение // Теория R-функций и актуальные проблемы прикладной математики. Киев: Наукова думка, 1986. С. 45–65.
31. *Колодяжный В.М., Рвачёв В.А.* Атомарные радиально базисные функции в численных алгоритмах решения краевых задач для уравнения Лапласа // Кибернетика и системный анализ. 2008. Т. 44. № 4. С. 165–178.
32. *Лисина О.Ю.* Моделирование тепловых полей в машиностроительных изделиях неканонической формы // Проблемы машиностроения. 2011. Т. 14. № 6. С. 57–64.
33. *Будунова К.А., Коновалов Я.Ю., Кравченко О.В.* Применение атомарных функций в методе коллокаций для решения интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода // Физические основы приборостроения. 2016. Т. 5. № 4 (21). С. 58–64.

34. Басараб М.А., Кравченко В.Ф., Матвеев В.А. Кватернионы и атомарные функции в задачах сферической интерполяции и аппроксимации // Успехи современной радиоэлектроники. 2006. № 8. С. 5–24.
35. Кравченко В.Ф., Кравченко О.В., Пустовойт В.И., Чуриков Д.В. Применение семейств атомарных, WA-систем и R-функций в современных проблемах радиофизики. Ч. I // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 10. С. 949–978. DOI: 10.7868/S0033849414090046
36. Кравченко В.Ф., Кравченко О.В., Чуриков Д.В. Атомарные функции в задачах фильтрации и цифровой обработки сигналов // Физические основы приборостроения. 2015. Т. 4. № 2 (15). С. 5–53.
37. Кравченко В.Ф., Кравченко О.В., Пустовойт В.И., Чуриков Д.В. Атомарные функции и WA-системы функций в современных проблемах радиофизики и техники // Электромагнитные волны и электронные системы. 2011. Т. 16. № 9. С. 7–32.
38. Применение семейств атомарных, WA-систем и R-функций в современных проблемах радиофизики. Ч. II / В.Ф. Кравченко, О.В. Кравченко, В.И. Пустовойт, Д.В. Чуриков, А.В. Юрин // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 2. С. 109–148. DOI: 10.7868/S0033849415020084
39. Применение семейств атомарных, WA-систем и R-функций в современных проблемах радиофизики. Ч. III / В.Ф. Кравченко, О.В. Кравченко, Я.Ю. Коновалов, В.И. Пустовойт, Д.В. Чуриков // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 7. С. 663–694. DOI: 10.7868/S0033849415070104
40. Применение семейств атомарных, WA-систем и R-функций в современных проблемах радиофизики. Ч. IV / В.Ф. Кравченко, О.В. Кравченко, В.И. Пустовойт, Д.В. Чуриков, А.В. Юрин // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 11. С. 1113–1152. DOI: 10.7868/S0033849415110078
41. Рвачёв В.А., Рвачёва Т.В. Об эрмитовой интерполяции с помощью атомарных функций // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. 2010. № 4 (45). С. 100–104.
42. Рвачёв В.А., Рвачёва Т.В., Томилова Е.П. Биркгофова интерполяция полиномиальными сплайнами четвертой степени // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. 2015. № 1 (71). С. 33–38.
43. Осадченко Н.В. Локальная монотонная интерполяция и однопараметрические группы // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 2. С. 60–73.
44. Завьялов Ю.С., Леус В.А., Скороспелов В.А. Сплайны в инженерной геометрии. М.: Машиностроение, 1985. 224 с.
45. Shivakumar P.N., Sivakumar K.C., Zhang Y. Infinite matrices and their recent applications. Springer, 2016. 118 p.
46. Осадченко Н.В. Монотонная сплайн-интерполяция класса C^2 на основе однопараметрических групп диффеоморфизмов // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 3. С. 12–27.
47. Колтыгин Д.С., Седельников И.А., Петухов Н.В. Аналитический и численный методы решения обратной задачи кинематики для робота DELTA // Вестник Иркутского гос. техн. ун-та. 2017. Т. 21. № 5 (124). С. 87–96. DOI: 10.21285/1814-3520-2017-5-87-96
48. Капустина О.М. Описание множества точных решений обратной задачи кинематики робота KUKA YouBot с помощью обобщенных координат его платформы // Естественные и технические науки. 2016. № 12 (102). С. 176–180.
49. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи; пер. с англ. М.: Мир, 1990. 512 с.

Комова Олеся Игоревна — инженер-конструктор ООО «Транспортная техника» (Российская Федерация, 109202, Москва, 1-я Фрезерная ул., д. 2/1, корп. 2).

Маслов Антон Николаевич — старший преподаватель кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин Научного исследовательского университета «МЭИ» (Российская Федерация, 111250, Москва, Красноказарменная ул., д. 14).

Осадченко Николай Владимирович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин Научного исследовательского университета «МЭИ» (Российская Федерация, 111250, Москва, Красноказарменная ул., д. 14).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Комова О.И., Маслов А.Н., Осадченко Н.В. Атомарные функции и построение программного движения сварочного робота // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2018. № 5. С. 15–36. DOI: 10.18698/1812-3368-2018-5-15-36

ATOMIC FUNCTIONS AND MOTION PLANNING FOR A WELDING ROBOT

O.I. Komova¹

Ooss95@mail.ru

A.N. Maslov²

MaslovAnton@list.ru

N.V. Osadchenko²

OsadchenkoNV@yandex.ru

¹Transport Technology LLC, Moscow, Russian Federation

²National Research University Moscow Power Engineering Institute, Moscow, Russian Federation

Abstract

The investigation deals with the kinematic level of a control system for a friction stir welding robot. We propose using *U*-splines, that is, infinitely differentiable spline functions based on atomic functions, to implement motion planning of the end effector in such a robot. We solved the problem of interpolating a function of a real variable by means of 3rd order *U*-splines, obtaining a system of equations in their coefficients, and proved its solvability for any step size ratio in the grid used. We present steps for planning the motion of the welding robot end effector employing *U*-splines and a kinematic analysis algorithm for the robot to determine its joint trajectories. The algorithm involves numerical integration of the kinematic equations describing the robot, repeatedly solving velocity-based inverse kinematics problems. The paper also considers issues of software implementation of this algorithm

Keywords

Welding robot, multi-link manipulator, friction stir welding, motion planning, atomic functions, splines, kinematic analysis

Received 12.10.2017

© BMSTU, 2018

REFERENCES

[1] Mendes N., Neto P., Simão M.A., Loureiro A., Pires J.N. A novel friction stir welding robotic platform: welding polymeric materials. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 2016, vol. 85, iss. 1-4, pp. 37–46. DOI: 10.1007/s00170-014-6024-z

- [2] Kolytgin D.S., Romanyuk D.Yu. Analysis and features of robot welders application. *Trudy Bratskogo gos. un-ta. Seriya: Estestvennye i inzhenernye nauki*, 2016, no. 2, pp. 138–141 (in Russ.).
- [3] Kozhevnikov M.M., Ilyushin I.E., Starovoytov A.V., Kosyrev V.N. Trajectory planning of robotic manipulators in the process of resistance spot welding. *Vestnik Gomel'skogo gos. tekhn. un-ta im. P.O. Sukhogo*, 2016, no. 2, pp. 3–10 (in Russ.).
- [4] Fang H.C., Ong S.K., Nee A.Y.C. Adaptive pass planning and optimization for robotic welding of complex joints. *Advances in Manufacturing*, 2017, vol. 5, iss. 2, pp. 93–104. DOI: 10.1007/s40436-017-0181-x
- [5] Dement'yev Yu.N., Knyaz'kov A.F., Knyaz'kov S.A. Geometrical adaptation system of specialized welding robot. *Izvestiya Tomskogo politekhn. un-ta. Inzhiniring georesurov* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering], 2008, vol. 312, no. 4, pp. 117–118 (in Russ.).
- [6] Schwartz M.V., Maloletkov A.V., Perkovskiy R.A. Application of laser tracking system in automatic MIG/MAG welding control. *Nauka i Obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publications], 2013, no. 9 (in Russ.). DOI: 10.7463/1213.0628186
- [7] Lyudmirskiy Yu.G., Luk'yanov V.F., Zhak S.V. Simulation model for quality predicting of weld seams made by non-adaptive robots. *Vestnik Donskogo gos. Tekhn. Un-ta* [Vestnik of Don State Technical University], 2006, vol. 6, no. 4, pp. 301–310 (in Russ.).
- [8] Poezhaeva E.V., Sergeev A.A., Misyurov M.N. Adaptive intellektny system of tracking of the seam in real time at welding robotization. *Izvestiya Samarskogo nauch. Tsentra RAN* [Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences], 2015, vol. 17, no. 6 (2), pp. 582–584 (in Russ.).
- [9] Ishchenko A.Ya., Pod'el'nikov S.V., Poklyatskiy A.G. Friction stir welding of aluminium alloys (a review). *Avtomaticheskaya svarka*, 2007, no. 11, pp. 32–38 (in Russ.).
- [10] Maslennikov A.V., Erofeev V.A. Physico-mathematical model of friction welding mixing. *Izvestiya Tul'skogo gos. Un-ta. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya Tula State University], 2013, no. 10, pp. 64–73 (in Russ.).
- [11] Karmanov V.V., Kameneva A.L., Karmanov V.V. The friction stir welding of aluminium alloys: essence and specific of the process, features of the weld joint structure. *Vestnik Permskogo nats. Issled. Politekhn. un-ta. Aerokosmicheskaya tekhnika* [PNRPU Aerospace Engineering Bulletin], 2012, no. 32, pp. 67–80 (in Russ.).
- [12] Mendes N., Neto P., Loureiro A., Moreira A.P. Machines and control systems for friction stir welding: a review. *Materials & Design*, 2016, vol. 90, pp. 256–265. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.10.124
- [13] Mishra R.S., Mahoney M.W., eds. Friction stir welding and processing. ASM, 2007. 368 p.
- [14] Li Q., Wu W., Xiang J., Li H., Wu Ch. A hybrid robot for friction stir welding. *Proc. Inst. Mech. Eng. C.*, 2015, vol. 229, no. 14, pp. 2639–2650. DOI: 10.1177/0954406214562848
- [15] Qin J., Léonard F., Abba G. Real-time trajectory compensation in robotic friction stir welding using state estimators. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 2016, vol. 24, iss. 6, pp. 2207–2214. DOI: 10.1109/TCST.2016.2536482
- [16] Qi R., Zhou W., Zhang H., Zhang W., Yang G. Trace generation of friction stir welding robot for space weld joint on large thin-walled parts. *Industrial Robot: An International Journal*, 2016, vol. 43, iss. 6, pp. 617–627. DOI: 10.1108/IR-04-2015-0075

- [17] Osadchenko N.V. Metod vintov v vychislitel'noy mekhanike [Screw method in computational mechanics]. *Problemy mekhaniki upravlyaemykh sistem, mashin i mekhanizmov Mezhvuzov. temat. sb. № 77* [Problems of mechanics of controlled systems, machines and mechanisms: intercollegiate thematic collection no. 77]. Moscow, MPEI Publ., 1985, pp. 61–68 (in Russ.).
- [18] Koretskiy A.V., Osadchenko N.V. Sticheskiy i kinematicheskiy analiz manipulyatsionnykh robotov na baze teorii vintov [Static and kinematic analysis of manipulative robots based on screw theory]. *Avtomaticheskoe upravlenie i intellektual'nye sistemy. Mezhvuzov. sb. nauch. tr.* [Automatic Control and Intelligent Systems: Intercollegiate Thematic Collection]. Moscow, Mosk. gos. in-t radiotekhniki, elektroniki i avtomatiki Publ., 1996, pp. 114–119 (in Russ.).
- [19] Zenkevich S.L., Yushchenko A.S. Osnovy upravleniya manipulyatsionnymi robotami [Fundamentals of manipulative robots control]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2004. 480 p.
- [20] Koretskiy A.V., Osadchenko N.V. Komp'yuternoe modelirovanie kinematiki manipulyatsionnykh robotov [Computer simulation of manipulative robots kinematics]. Moscow, MPEI Publ., 2000. 48 p. (in Russ.).
- [21] Kravchenko V.F. Lektsii po teorii atomarnykh funktsiy i nekotorym ikh prilozheniyam [Lectures on atomic functions theory and some their applications]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003. 512 p.
- [22] Kravchenko V.F., Rvachev V.L. Algebra logiki, atomarnye funktsii i veyvlety v fizicheskikh prilozheniyakh [Logic algebra, atomic functions and wavelets in physical applications]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 416 p.
- [23] Dudareva N.Yu., Zagayko S.A. SolidWorks 2011 na primerakh [SolidWorks 2011 in examples]. Saint Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2011. 496 p.
- [24] Zavrzhina T.V. Influence of elastic compliance of links on the dynamics and accuracy of a manipulating robot with rotational and translational joints. *Mechanics of Solids*, 2008, vol. 43, iss. 6, pp. 850–862. DOI: 10.3103/S0025654408060034
- [25] Maslov A.N. [Finite control on manipulator with fundamental mode quenching of elasticity oscillations]. *Mat. dokl. XI konf. molodykh uchenykh "Navigatsiya i upravlenie dvizheniem"* [Proc. XI Conf. of Young Scientists "Navigation and Motion Control"]. Saint Petersburg, TsNII "Elektropribor" Publ., 2009, pp. 470–477 (in Russ.).
- [26] Bobrov A.I., Maslov A.N., Osadchenko N.V. [Quenching of robotic manipulator elasticity oscillations in the single-mode approximation]. *Radioelektronika, elektrotekhnika i energetika. Tez. dokl. 17-y Mezhdunar. nauch.-tekh. konf. studentov i aspirantov. T. 3* [Radioelectronics, Electrical Engineering and Power Engineering: Abs. 17th Int. Sci.-Tech. Conf. of Students and Postgraduates. Vol. 3]. Moscow, MPEI Publ., 2011, pp. 293–294 (in Russ.).
- [27] Maslov A.N. The positioning of the non-rigid robot-manipulator's link with restrictions on control. *Vestnik MEI* [MPEI Vestnik], 2011, no. 2, pp. 5–9 (in Russ.).
- [28] Andreev A.S., Peregudova O.A. On control for double-link manipulator with elastic joints. *Nelineynaya dinamika* [Russian Journal of Nonlinear Dynamics], 2015, vol. 11, no. 2, pp. 267–277 (in Russ.).
- [29] Koretskiy A.V., Osadchenko N.V. [Screw method and computer solution of the kinematic analysis problems of manipulative robots]. *Tez. dokl. mezhdunar. konf. "Informatsionnye sredstva i tekhnologii". T. 2* [Abs. Int. Conf. "Information Tools and Technologies". Vol. 2]. Moscow, Stankin Publ., 1996, pp. 48–53 (in Russ.).
- [30] Rvachev V.A. Atomarnye funktsii i ikh primeneniye [Atomic functions and their application]. In: *Teoriya R-funktsiy i aktual'nye problemy prikladnoy matematiki* [R-function theory and actual problems of applied mathematics]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1986, pp. 45–65.

- [31] Kolodyazhnyy V.M., Rvachev V.A. Atomic radial basic functions in numerical algorithms for solving boundary value problems of Laplace equation. *Kibernetika i sistemnyy analiz* [Cybernetics and Systems Analysis], 2008, vol. 44, no. 4, pp. 165–178 (in Russ.).
- [32] Lisina O.Yu. Simulation of heat fields in engineering products of noncanonical forms. *Problemy mashinostroeniya* [Journal of Mechanical Engineering], 2011, vol. 14, no. 6, pp. 57–64 (in Russ.).
- [33] Budunova K.A., Konovalov Ya.Yu., Kravchenko O.V. Application of atomic functions in collocation method for Fredholm integral equations of the second kind. *Fizicheskie osnovy priborostroeniya* [Physical Bases of Instrumentation], 2016, vol. 5, no. 4 (21), pp. 58–64 (in Russ.).
- [34] Basarab M.A., Kravchenko V.F., Matveev V.A. Quaternions and atomic functions in problems of spherical interpolation and approximation. *Uspekhi sovremennoy radioelektroniki* [Achievements of Modern Radioelectronics], 2006, no. 8, pp. 5–24 (in Russ.).
- [35] Kravchenko V. F., Kravchenko O.V., Pustovoi V.I., Churikov D.V. Atomic, WA-systems, and R-functions applied in modern radio physics problems: Part I. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2014, vol. 59, iss. 10, pp. 981–1009. DOI: 10.1134/S1064226914090046
- [36] Kravchenko V.F., Kravchenko O.V., Churikov D.V. Atomic functions in the problems of filtering and digital signal processing. *Fizicheskie osnovy priborostroeniya* [Physical Bases of Instrumentation], 2015, vol. 4, no. 2 (15), pp. 5–53 (in Russ.).
- [37] Kravchenko V.F., Kravchenko O.V., Pustovoi V.I., Churikov D.V. Atomic functions and WA-systems of functions in radio physics and techniques modern problems. *Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy* [Electromagnetic Waves and Electronic Systems], 2011, vol. 16, no. 9, pp. 7–32 (in Russ.).
- [38] Kravchenko V.F., Kravchenko O.V., Pustovoi V.I., Churikov D.V., Yurin A.V. Atomic and WA-systems and R-functions applied in modern radio physics problems: Part II. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2015, vol. 60, iss. 2, pp. 103–141. DOI: 10.1134/S1064226915020084
- [39] Kravchenko V.F., Kravchenko O.V., Konovalov Ya.Yu., Pustovoi V.I., Churikov D.V. Atomic, WA-systems, and R-functions applied in modern radio physics problems: Part III. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2015, vol. 60, iss. 7, pp. 707–736. DOI: 10.1134/S1064226915070104
- [40] Kravchenko V.F., Kravchenko O.V., Churikov D.V., Pustovoi V.I., Yurin A.V. Atomic, WA-systems, and R-functions applied in modern radio physics problems: Part IV. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2015, vol. 60, iss. 11, pp. 1153–1190. DOI: 10.1134/S1064226915110078
- [41] Rvachev V.A., Rvacheva T.V. On Hermite interpolation by means of atomic functions. *Radioelektronni i komp'yuterni sistemi* [Radioelectronic and Computer Systems], 2010, no. 4 (45), pp. 100–104 (in Russ.).
- [42] Rvachev V.A., Rvacheva T.V., Tomilova E.P. Birkhoff interpolation with polinomial splines of fourth degree. *Radioelektronni i komp'yuterni sistemi* [Radioelectronic and Computer Systems], 2015, no. 1 (71), pp. 33–38 (in Russ.).
- [43] Osadchenko N.V. Local monotone interpolation and one-parameter groups. *Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodeystviya* [Space, Time and Fundamental Interactions], 2017, no. 2, pp. 60–73 (in Russ.).
- [44] Zav'yalov Yu.S., Leus V.A., Skorospelov V.A. Splayny v inzhenernoy geometrii [Splines in engineering geometry]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 224 p.

- [45] Shivakumar P.N., Sivakumar K.C., Zhang Y. Infinite matrices and their recent applications. Springer, 2016. 118 p.
- [46] Osadchenko N.V. C^2 monotone spline interpolation based on one-parameter groups of diffeomorphisms. *Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodeystviya* [Space, Time and Fundamental Interactions], 2017, no. 3, pp. 12–27 (in Russ.).
- [47] Koltygin D.S., Sedel'nikov I.A., Petukhov N.V. Analytical and numerical methods of inverse kinematic problem solution for DELTA robot. *Vestnik Irkutskogo gos. tekhn. un-ta* [Proceedings of Irkutsk State Technical University], 2017, vol. 21, no. 5 (124), pp. 87–96 (in Russ.).
DOI: 10.21285/1814-3520-2017-5-87-96
- [48] Kapustina O.M. Description of the exact solutions set of inverse kinematic problem for KUKA YouBot robot by means of its platform generalized coordinates. *Estestvennyye i tekhnicheskie nauki* [Natural and Technical Sciences], 2016, no. 12 (102), pp. 176–180 (in Russ.).
- [49] Hairer E., Norsett S.P., Wanner G. Solving ordinary differential equations I. Nonstiff problems. Springer, 1987. 482 p.

Komova O.I. — Designer Engineer, LLC Transport Technology (1-ya Frezernaya ul. 2/1, korp. 2, Moscow, 109202 Russian Federation).

Maslov A.I. — Assist. Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, National Research University Moscow Power Engineering Institute (Krasnokazarmennaya ul. 14, Moscow, 111250 Russian Federation).

Osadchenko N.V. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, National Research University Moscow Power Engineering Institute (Krasnokazarmennaya ul. 14, Moscow, 111250 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Komova O.I., Maslov A.N., Osadchenko N.V. Atomic Functions and Motion Planning for a Welding Robot. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2018, no. 5, pp. 15–36.

DOI: 10.18698/1812-3368-2018-5-15-36