

ТЕМПЕРАТУРНОЕ СОСТОЯНИЕ СЛОЯ ЭЛЕКТРОИЗОЛЯЦИИ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО КАБЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ДВУСТОРОННЕМ ОХЛАЖДЕНИИ

В.С. Зарубин

zarubin@bmstu.ru

Г.Н. Кувыркин

kuvyrkin@bmstu.ru

И.Ю. Савельева

inga.savelyeva@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Для надежного функционирования высоковольтного кабеля постоянного тока с высокотемпературными сверхпроводящими токонесущими проводниками при достаточно высокой разности электрических потенциалов необходимо поддержание фиксированного температурного состояния не только проводников, но и остальных элементов кабеля, в том числе и слоя электроизоляции. В этом слое, несмотря на высокое удельное электросопротивление его материала, в качестве которого могут быть использованы полимерные диэлектрики, происходит выделение джоулевой теплоты. В работе построена математическая модель, описывающая температурное состояние слоя электроизоляции, выполненного в виде длинного полого кругового цилиндра, на поверхностях которого задана постоянная разность потенциалов электрического поля. Рассмотрен вариант конструкции кабеля с центральным и внешним кольцевым каналами для охлаждающего жидкого азота. С использованием математической модели получены интегральные соотношения, связывающие параметры температурного состояния этого слоя, условия теплообмена на его поверхностях и зависящие от температуры коэффициент теплопроводности и удельное электросопротивление электроизоляционного материала с заданной разностью электрических потенциалов. Проведен количественный анализ интегральных соотношений применительно к слою электроизоляции сверхпроводящего кабеля. Результаты анализа позволяют оценить возможности использования в проектируемых охлаждаемых высоковольтных

Ключевые слова

Нелинейная математическая модель, электроизоляция сверхпроводящего кабеля, одномерное распределение температуры, интегральные соотношения

кабелях постоянного тока конкретных электроизоля-	Поступила 24.02.2021
ционных материалов, в том числе в сверхпроводящих	Принята 02.04.2021
кабелях, охлаждаемых жидким азотом	© Автор(ы), 2021

*Работа выполнена в рамках государственного задания
Минобрнауки России (проект № 0705-2020-0047)*

Введение. Создание высоковольтных кабелей (в том числе постоянного тока), в которых токонесущий проводник обладает свойством высокотемпературной сверхпроводимости, является одним из возможных путей решения проблемы экономичной передачи электроэнергии на значительные расстояния [1–5]. К настоящему времени синтезированы композиции, сохраняющие это свойство до значений температуры, которые могут быть обеспечены системой охлаждения кабеля жидким азотом. Такая система хотя и усложняет конструкцию и эксплуатацию кабеля, но в меньшей степени, чем система охлаждения жидким водородом применительно к низкотемпературным сверхпроводящим проводникам [6, 7].

В качестве высокотемпературного сверхпроводящего материала применяют композиции на основе иттриевых керамик (например, YBa Cu-O), которые осаждают на гибкую металлическую подложку (обычно из никелевого сплава). Образованное на несущей ленте тонкое монокристаллическое покрытие сохраняет при температуре жидкого азота свойство высокотемпературной сверхпроводимости при плотности тока до 30 кА/мм, что в пересчете на поперечное сечение ленты обеспечивает достаточно большое значение эффективной плотности тока [2, 8].

При достаточно высокой разности электрических потенциалов для надежного функционирования высоковольтного кабеля постоянного тока с высокотемпературными сверхпроводящими токонесущими проводниками требуется поддерживать фиксированное температурное состояние не только проводников, но и остальных элементов кабеля, включая и слой электроизоляции. В этом слое, несмотря на высокое удельное электросопротивление его материала, в качестве которого могут применяться полимерные диэлектрики, происходит выделение джоулевой теплоты. В работе построена математическая модель, описывающая температурное состояние слоя электроизоляции такого кабеля при заданных условиях теплообмена на поверхностях этого слоя. Рассмотрен вариант конструкции кабеля с центральным и внешним кольцевым каналами для охлаждающего жидкого азота. Количественный анализ модели проведен применительно к электроизоляции из полимерного диэлектрика, коэффициент теплопроводности которого возрастает с увеличением темпера-

туры, что приводит к некоторому уменьшению разности температуры на внутренней и внешней поверхностях слоя и позволяет упростить расчетные зависимости.

Постановка задачи. Слой электроизоляции кабеля представим в виде полого кругового цилиндра из однородного диэлектрика. На внешней поверхности радиусом r_1 задана плотность q подводимого теплового потока. Условия конвективного теплообмена на внутренней поверхности радиусом r_0 определены суммарным термическим сопротивлением R_0^* между этой поверхностью и охлаждающей средой с температурой T_0^* , а на внешней поверхности радиусом r_1 — суммарным термическим сопротивлением R_1^* между этой поверхностью и охлаждающей средой с температурой T_1^* . При постоянных значениях потенциалов $U(r_0)$ и $U(r_1)$ электрического поля на каждой поверхности достаточно длинного (по сравнению с радиусом r_1) цилиндра установившееся распределение $T(r)$ температуры допустимо принять одномерным, зависящим лишь от радиальной координаты r и удовлетворяющим дифференциальному уравнению [9]

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \lambda(T) \frac{dT(r)}{dr} \right) + q_V(T, r) = 0, \quad r \in (r_0; r_1) \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\lambda(T) \frac{dT(r)}{dr} \Big|_{r=r_0} = \frac{T(r_0) - T_0^*}{R_0}, \quad \lambda(T) \frac{dT(r)}{dr} \Big|_{r=r_1} = -\frac{T(r_1) - T_1^*}{R_1}. \quad (2)$$

Здесь λ — зависящий от температуры коэффициент теплопроводности диэлектрика; q_V — зависящая как от температуры, так и от координаты объемная мощность энерговыделения, обусловленная переходом части электрической энергии в джоулеву теплоту.

Из условия сохранения в диэлектрике подвижных электрических зарядов для модуля $j(r)$ вектора плотности электрического тока следует равенство $j(r)r = j_0 r_0 = \text{const}$, где $j_0 = j(r_0)$. Тогда для объемной мощности энерговыделения в диэлектрике с зависящим от температуры удельным электросопротивлением $\rho(T)$ и постоянным абсолютным значением $U_* = |U(r_0) - U(r_1)|$ разности электрических потенциалов на поверхностях цилиндра справедливо равенство $q_V(T, r) = \rho(T) (j_0 r_0 / r)^2$, позволяющее привести уравнение (1) к виду

$$r \frac{d}{dr} \left(r \lambda(T) \frac{dT(r)}{dr} \right) + (j_0 r_0)^2 \rho(T) = 0, \quad r \in (r_0; r_1). \quad (3)$$

В силу нелинейности дифференциального уравнения (3) его решение с учетом граничных условий (2) не удастся представить в замкнутой аналитической форме, разрешенной относительно искомого распределения $T(r)$ температуры. Однако при известных зависимостях $\rho(T)$ и $\lambda(T)$ существует возможность построить интегральные соотношения, связывающие эти зависимости с искомым распределением температуры в слое электроизоляции.

Вывод интегральных соотношений. Применим подстановку $r\lambda(T)dT(r)/dr = p$ и запишем для уравнения (3) первый интеграл

$$\left(r\lambda(T)\frac{dT(r)}{dr} \right)^2 = C - 2(j_0r_0)^2 \int_{T_0}^T F(T') dT', \quad (4)$$

где $T_0 = T(r_0)$; $F(T) = \lambda(T)\rho(T)$. Используя первое граничное условие (2) при $r = r_0$, найдем константу $C = (T_0 - T_*)^2 (r_0 / R_0)^2$ и после ее подстановки в первый интеграл получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$r\lambda(T)\frac{dT(r)}{dr} = \pm \left(\left(\frac{T_0 - T_*}{R_0 / r_0} \right)^2 - 2(j_0r_0)^2 \int_{T_0}^{T(r)} F(T)dT \right)^{1/2} \quad (5)$$

с разделяющимися переменными.

Выбор знака в правой части уравнения (5) не является однозначным и зависит от сочетания значений T_0^* и T_1^* температуры охлаждающей среды со стороны внутренней и внешней поверхностей цилиндра. Внести некоторую определенность в выбор этого знака можно путем решения вспомогательной задачи определения значения T_1° температуры на внешней поверхности слоя при условии ее идеальной теплоизоляции. Тогда при $T_1^* \geq T_1^\circ$ отвод тепловой энергии из слоя будет возможен лишь через его внутреннюю поверхность, т. е. в правой части уравнения (5) следует выбрать знак «+».

Плотность отводимого из слоя теплового потока можно представить через потери электрической энергии, вызванные переходом в джоулеву теплоту, равенством

$$q = \frac{1}{r_0} \int_{r_0}^{r_1} j(r) \frac{d|U(r)|}{dr} r dr = j_0 \int_{U(r_0)}^{U(r_1)} d|U(r)| = j_0 U_*, \quad (6)$$

что с учетом первого граничного условия (2) позволяет записать $j_0 r_0 U_* = (T_0 - T_0^*) r_0 / R_0^*$ и, приняв при $T = T_1^\circ$ равной нулю левую часть уравнения (5), получить первое интегральное соотношение

$$2 \int_{T_0}^{T_1^\circ} F(T) dT = U_*^2, \quad (7)$$

устанавливающее в рассматриваемом случае связь между значениями T_0 и T_1° температуры на поверхностях слоя. Второе соотношение находим интегрированием уравнения (5) в пределах интервала между этими значениями температуры:

$$\frac{U_* R_0 / r_0}{T_0 - T_0^*} \int_{T_0}^{T_1^\circ} \left(2 \int_T^{T_1^\circ} F(T') dT' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT = \ln \frac{r_1}{r_0}. \quad (8)$$

Если $T_1^* < T_1^\circ$, то производная $dT(r)/dr$ может быть равна нулю при некотором значении $r^* \in (r_0, r_1)$, т. е. изменять знак с положительного на отрицательный в интервале (r_0, r_1) . Наконец, при $T_1^* < T_0^*$ возможна ситуация, когда отвод тепловой энергии будет происходить только через внешнюю поверхность слоя, что равносильно выбору в правой части уравнения (5) знака «-». Для возникновения такой ситуации необходимо выполнение неравенства $T_1^* \leq T_*$, где T_* — температура внешней поверхности слоя, определяемая из условия идеальной теплоизоляции внутренней поверхности, имеющей температуру T_0^* . В этом случае константа $C = 0$ и из первого интеграла (4) с учетом равенства (6) применительно ко второму граничному условию (2) следует

$$\left(r \lambda(T) \frac{dT(r)}{dr} \Big|_{r=r_1} \right)^2 = (j_0 r_0 U_*)^2 = 2(j_0 r_0)^2 \int_{T_*}^{T_0^*} F(T) dT,$$

что позволяет получить интегральное соотношение

$$2 \int_{T_*}^{T_0^*} F(T) dT = U_*^2 \quad (9)$$

для вычисления значения T_* .

При $T_1^* \geq T_1^\circ$ интегрированием уравнения (5) находим

$$\int_{T_0}^{T(r)} \left(\left(\frac{T_0 - T_0^*}{R_0 / r_0} \right)^2 - 2(j_0 r_0)^2 \int_{T_0}^T F(T') dT' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT = \ln \frac{r}{r_0}, \quad (10)$$

причем с учетом обоих граничных условий (2) и

$$j_0 r_0 = \frac{T_0 - T_0^*}{U_* R_0 / r_0} - \frac{T_1^* - T_1}{U_* R_1 / r_1}, \quad (11)$$

где $T_1 = T(r_1)$. Из уравнения (5), второго граничного условия (2) и равенства (11) получим интегральное соотношение

$$2 \int_{T_0}^{T_1} F(T) dT = U_*^2 \frac{(T_0 - T_0^*) / (R_0 / r_0) + (T_1^* - T_1) / (R_1 / r_1)}{(T_0 - T_0^*) / (R_0 / r_0) - (T_1^* - T_1) / (R_1 / r_1)}, \quad (12)$$

определяющее связь значений T_0 и T_1 температуры на поверхностях слоя электроизоляции. Второе интегральное соотношение, связывающее эти значения, следует из объединения равенств (10) и (11) при $T(r_1) = T_1$. После вычисления искомых значений T_0 и T_1 равенства (10) и (11) можно использовать для расчета распределения $T(r)$ температуры по толщине слоя электроизоляции.

Перейдем к выводу интегральных соотношений для случая $T_1^* \leq T_*$, как менее сложного по сравнению со случаем $T_* < T_1^* < T_1^\circ$. Из граничных условий (2) вместо равенства (11) следует

$$j_0 r_0 = \frac{T_1 - T_1^*}{U_* R_1 / r_1} - \frac{T_0^* - T_0}{U_* R_0 / r_0}. \quad (13)$$

Тогда из уравнения (5) с учетом второго граничного условия (2) получим

$$2 \int_{T_1}^{T_0} F(T) dT = U_*^2 \frac{(T_1 - T_1^*) / (R_1 / r_1) + (T_0^* - T_0) / (R_0 / r_0)}{(T_1 - T_1^*) / (R_1 / r_1) - (T_0^* - T_0) / (R_0 / r_0)}, \quad (14)$$

а интегрированием уравнения (5) при выборе в его правой части знака «-» найдем

$$\int_{T(r)}^{T_0} \left(\left(\frac{T_0 - T_0^*}{R_0 / r_0} \right)^2 + 2(j_0 r_0)^2 \int_T^{T_0} F(T') dT' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT = \ln \frac{r}{r_0}. \quad (15)$$

Отсюда при $T(r_1) = T_1$ с учетом равенства (13) следует интегральное соотношение, которое в сочетании с интегральным соотношением (14) позволяет вычислить в рассматриваемом случае значения $\nu = T_0$ и T_1 температуры на поверхностях слоя электроизоляции. Затем с использованием формул (13) и (15) это дает возможность найти распределение $T(r)$ температуры по толщине слоя электроизоляции.

В более сложном случае $T_* < T_1^* < T_1^\circ$ наряду с искомыми значениями T_0 и T_1 температуры на поверхностях слоя введем неизвестное значение

$T^* = T(r^*)$ максимума функции $T(r)$, которое она принимает в некоторой точке $r^* \in (r_0, r_1)$ при равенстве нулю производной $dT(r)/dr$. Для более компактной записи вместо равенства (4) первый интеграл представим в виде

$$\left(r\lambda(T) \frac{dT(r)}{dr} \right)^2 = C_0 - 2(j_0 r_0)^2 \int_{T^*}^T F(T') dT',$$

что приводит в рассматриваемом случае к равенству $C_0 = 0$ и обыкновенному дифференциальному уравнению

$$r\lambda(T) \frac{dT(r)}{dr} = \pm \left(2 \int_T^{T^*} F(T') dT' \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Сначала интегрированием в интервале (r_0, r^*) уравнения (16) при выборе в его правой части знака «+» и нахождения константы из условия $T(r_0) = T_0$ получим

$$\ln \frac{r}{r_0} = \int_{T_0}^{T(r)} \left(2(j_0 r_0)^2 \int_T^{T^*} F(T') dT' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT. \quad (17)$$

При $r > r^*$ в уравнении (16) следует выбрать знак «-», после интегрирования и нахождения константы из условия $T(r_1) = T_1$ запишем

$$\ln \frac{r_1}{r} = \int_{T_1}^{T(r)} \left(2(j_0 r_0)^2 \int_T^{T^*} F(T') dT' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT. \quad (18)$$

Приняв в (17) и (18) $r = r^*$ и $T(r) = T^*$, после почленного сложения этих формул найдем

$$\begin{aligned} j_0 r_0 \ln \frac{r_1}{r_0} - \int_{T_0}^{T^*} \left(2 \int_T^{T^*} F(T') dT' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT + \int_{T_1}^{T^*} \left(2 \int_T^{T^*} F(T') dT' \right)^{-1/2} \lambda(T) dT = \\ = f_0(T_0, T_1, T^*) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Формула (9) справедлива для любого слоя диэлектрика с указанными значениями температуры на его поверхностях при условии, что одна из поверхностей является идеально теплоизолированной [10, 11]. Если в рассматриваемом случае полый цилиндр представить состоящим из двух слоев, разделенных идеально теплоизолированной поверхностью с температурой T^* , то по аналогии с формулой (9) можно записать

$$U_0 = \left(2 \int_{T_0}^{T^*} F(T) dT \right)^{1/2}, \quad U_1 = \left(2 \int_{T_1}^{T^*} F(T) dT \right)^{1/2}, \quad (20)$$

где $U_0 + U_1 = U_*$. Тогда для рассматриваемых слоев из условия сохранения тепловой энергии будут справедливы равенства

$$j_0 r_0 \left(2 \int_{T_0}^{T^*} F(T) dT \right)^{1/2} = \frac{T_0 - T_0^*}{R_0 / r_0}, \quad j_1 r_1 \left(2 \int_{T_1}^{T^*} F(T) dT \right)^{1/2} = \frac{T_1 - T_1^*}{R_1 / r_1}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что

$$2(j_0 r_0)^2 \int_{T_0}^{T_1} F(T) dT = \left(\frac{T_0 - T_0^*}{R_0 / r_0} \right)^2 - \left(\frac{T_1 - T_1^*}{R_1 / r_1} \right)^2,$$

а из уравнения сохранения тепловой энергии в целом для полого цилиндра —

$$(j_0 r_0 U_*)^2 = \left(\frac{T_0 - T_0^*}{R_0 / r_0} + \frac{T_1 - T_1^*}{R_1 / r_1} \right)^2. \quad (22)$$

Исключив из этих двух равенств произведение $(j_0 r_0)^2$, запишем интегральное соотношение

$$2 \int_{T_0}^{T_1} F(T) dT - U_*^2 \frac{r_0(T_0 - T_0^*) / R_0 - r_1(T_1 - T_1^*) / R_1}{r_0(T_0 - T_0^*) / R_0 + r_1(T_1 - T_1^*) / R_1} = f_1(T_0, T_1) = 0, \quad (23)$$

непосредственно связывающее искомыми значениями T_0 и T_1 температуры на поверхностях цилиндра с заданным абсолютным значением U_* разности электрических потенциалов на этих поверхностях.

Из первого соотношения (21) с использованием равенства (22) исключим произведение $j_0 r_0$ и получим интегральное соотношение

$$\frac{2}{U_*^2} \left(1 - \frac{(T_1 - T_1^*) r_1 / R_1}{(T_0 - T_0^*) r_0 / R_0} \right)^2 \int_{T_0}^{T^*} F(T) dT - 1 = f_2(T_0, T_1, T^*) = 0, \quad (24)$$

устанавливающее связь между T_0 , T_1 и T^* . Соотношений (19), (23) и (24) достаточно для вычисления значений этих температур.

Результаты анализа интегральных соотношений. Последовательность анализа полученных интегральных соотношений рассмотрим на условном числовом примере. В случае охлаждения слоя электроизоляции переохлажденным жидким азотом примем $T_0^* = 70$ К, $T_1^* = 72$ К, $R_0 / r_0 = 10$ м/Вт, $R_1 / r_1 = 25$ м/Вт, $r_1 / r_0 = 1,4$, $U_* = 500$ кВ. Информация о зависимостях коэф-

коэффициента теплопроводности и удельного электросопротивления электроизоляционных материалов от температуры в области низких значений температуры ограничена [12–15]. В качестве материала слоя электроизоляции рассмотрим полиимидный полимер, являющийся аналогом производимого компанией *DuPont* (США) материала промышленной марки *Kapton*. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для двух модификаций этого материала приведена на рис. 1 [16].

Изменение удельной электропроводности полиимидных полимеров при температуре $T > 270$ К достаточно подробно исследовано в [13], но для жидкого азота достоверных данных недостаточно. С понижением температуры в полимерных материалах уменьшается подвижность носителей электрических зарядов, а электропроводность существенно зависит от технологии получения материала и наличия в нем примесей [17, 18], поскольку в переносе электрических зарядов основную роль играют ионы примесей. Можно ожидать, что в случае охлаждения жидким азотом $\rho \approx (10^{12} \dots 10^{14})$ Ом·м. В расчетах примем нижнее значение.

Прежде всего, используя интегральное соотношение (9), вычислим значения $T_*' \approx 65,8$ К, $T_*'' \approx 58,2$ К соответственно для менее и более теплопроводного полиимидного материала (см. рис. 1). Поскольку принятая температура $T_1^* = 72$ К жидкого азота со стороны внешней поверхности слоя электроизоляции больше полученных значений T_* , случай отвода тепловой энергии только через эту поверхность, связанный с результатами анализа соотношений (13)–(15), рассматривать не следует.

Для материала слоя электроизоляции с меньшей теплопроводностью из интегральных соотношений (7) и (8) получим $T_1^\circ \approx 78,2$ К при $T_0 \approx 77,2$ К, а для материала с большей теплопроводностью — $T_1^\circ \approx 77,8$ К при $T_0 \approx 77,15$ К. Следовательно, в силу принятого выше значения $T_1^* = 72$ К отвод тепловой энергии из слоя электроизоляции происходит через обе его поверхности. Количественный анализ этого случая связан с рассмотрением системы интегральных соотношений (19), (23) и (24).

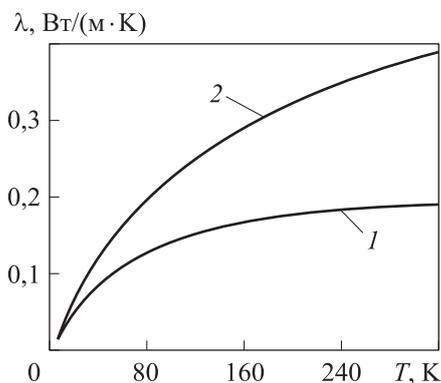


Рис. 1. Зависимость коэффициента теплопроводности полиимидных полимеров *Kapton H* (1) и *Kapton HN* (2) от температуры

Для решения указанной системы целесообразно применить один из методов безусловной минимизации [19, 20] функции трех переменных

$$f(T_0, T_1, T^*) = (f_0(T_0, T_1, T^*))^2 + (f_1(T_0, T_1))^2 + (f_2(T_0, T_1, T^*))^2,$$

так как из этой системы соотношений, записанных в виде однородных уравнений, не удастся выразить явно ни одну из искоемых температур. Тогда искомые значения T_* и T_1 будут соответствовать нулевому значению неотрицательной функции $f(T_0, T_1, T^*)$. Минимизацией этой функции при указанных выше исходных данных для менее теплопроводного материала электроизоляции найдены значения $T_0 \approx 75,40$ К, $T_1 \approx 75,95$ К и $T^* \approx 76,00$ К, а для более теплопроводного — $T_0 \approx 75,38$ К, $T_1 \approx 75,75$ К и $T^* \approx 75,78$ К. С использованием формулы (22) вычислено значение $2\pi r_0 j_0$ силы тока, проходящего через слой электроизоляции длиной 1 м. В первом случае это значение равно $8,77 \cdot 10^{-6}$ А, во втором — $8,65 \cdot 10^{-6}$ А. Таким образом, потери электрической мощности за счет утечки через слой электроизоляции длиной 1 м в обоих случаях не превышают 5 Вт.

Согласно полученным значениям характерных температур слоя электроизоляции, при принятых исходных данных распределение $T(\xi)$ температуры по толщине слоя в зависимости от безразмерной координаты $\xi = r/r_0$ можно полагать одинаковым для обоих рассматриваемых материалов (рис. 2). Для сравнения также представлены распределения температуры, соответствующие случаю идеальной теплоизоляции внешней поверхности этого слоя, рассчитанные по (8) при замене верхнего предела внешнего интеграла $T(r)$ и в аргументе логарифма r_1 текущим значением r .

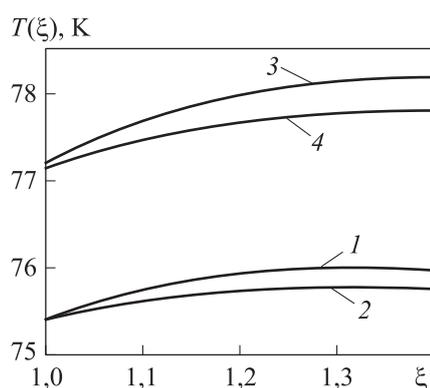


Рис. 2. Распределение температуры по толщине слоя электроизоляции при двустороннем охлаждении (1 — Kapton H; 2 — Kapton HN) и идеальной теплоизоляции внешней поверхности (3 — Kapton H; 4 — Kapton HN)

Если допустимо принять распределение температуры по толщине слоя электроизоляции однородным, то уравнение баланса тепловой энергии примет вид

$$r_0 \frac{\bar{T} - T_0^*}{R_0} + r_1 \frac{\bar{T} - T_1^*}{R_1} = U_* j_0 r_0 = \rho(\bar{T})(j_0 r_0)^2 \ln\left(\frac{r_1}{r_0}\right),$$

где \bar{T} — средняя температура этого слоя, не зависящая от коэффициента теплопроводности материала слоя. Отсюда

$$\bar{T} = \frac{T_0^* r_0 R_1 + T_1^* r_1 R_0}{R_0 r_1 + R_1 r_0} + \frac{U_*^2}{\rho(\bar{T}) \ln(r_1 / r_0)} \frac{R_0 R_1}{R_0 r_1 + R_1 r_0}. \quad (25)$$

Для принятых исходных данных получим $\bar{T} \approx 75,88$ К, что достаточно близко к найденным выше характерным значениям температуры слоя электроизоляции. В случае идеальной теплоизоляции внешней поверхности слоя из формулы (25) при $R_1 \rightarrow \infty$ находим

$$\bar{T} = T_0^* + \frac{U_*^2 R_0}{\rho(\bar{T}) r_0 \ln(r_1 / r_0)} \approx 77,43 \text{ В},$$

что несколько ниже среднего уровня температуры, соответствующей распределениям, приведенным на рис. 2.

Заключение. Сформулирована нелинейная задача стационарной теплопроводности в полом круговом цилиндре из электроизоляционного материала с зависящими от температуры коэффициентом теплопроводности и удельным электросопротивлением при постоянной разности электрических потенциалов на внутренней и внешней поверхностях цилиндра и заданных условиях теплообмена на этих поверхностях. Решение задачи представлено в виде системы интегральных соотношений, в которые искомого распределение температуры в цилиндре входит в неявном виде. Проведенный количественный анализ этих соотношений позволяет оценить возможности использования в проектируемых охлаждаемых высоковольтных кабелях постоянного тока конкретных электроизоляционных материалов, в том числе в сверхпроводящих кабелях, охлаждаемых жидким азотом.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Фастовский В.Г., Петровский Ю.В., Ровинский А.Е. Криогенная техника. М., Энергия, 1974.
- [2] Высоцкий В.С., Сытников В.Е., Илюшин К.В. и др. Сверхпроводимость в электромеханике и электроэнергетике. *Электричество*, 2005, № 7, с. 31–40.
- [3] Высоцкий В.С., Носов А.А., Рычагов А.В. и др. Создание силового сверхпроводящего кабеля на базе ВТСП-технологий. *Кабели и провода*, 2010, № 2, с. 3–10.
- [4] Nosov A.A., Fetisov S.S., Zubko V.V., et al. Overload and high voltage tests of witness samples of 200 m HTS power cable. *Phys. Procedia*, 2012, vol. 36, pp. 1127–1130. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.06.188>

- [5] Fetisov S.S., Zubko V.V., Zanezin S.Yu., et al. Study of first Russian triaxial HTS cables prototypes. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 2017, vol. 27, iss. 4, art. 5400305. DOI: <https://doi.org/10.1109/TASC.2017.2652854>
- [6] Волков Э.П., Костюк В.В., Карпышев А.В. и др. Комплексная транспортировка больших потоков энергии по сверхпроводящей транспортной магистрали. *Изв. РАН. Энергетика*, 2011, № 1, с. 3–6.
- [7] Kostyuk V.V., Antyukhov I.V., Blagov E.V., et al. Experimental hybrid power transmission line with liquid hydrogen and MgB₂-based superconducting cable. *Tech. Phys. Lett.*, 2012, vol. 38, no. 3, pp. 279–282. DOI: <https://doi.org/10.1134/S106378501203025X>
- [8] Высоцкий В.С., Занегин С.Ю., Зубко В.В. и др. Первые модели токонесущих жил сверхпроводящих кабелей, изготовленные из российских ВТСП-лент второго поколения и результаты их испытаний. *Кабели и провода*, 2013, № 6, с. 26–29.
- [9] Зарубин В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности. М., Энергоатомиздат, 1983.
- [10] Фок В.А. К тепловой теории электрического пробоя. *Труды Ленинградской физико-технической лаборатории*, 1928, № 5, с. 52–64.
- [11] Вальтер А.Ф., ред. Физика диэлектриков. Л., М., ГТТИ, 1932.
- [12] Новиченок Л.Н., Шульман З.П. Теплофизические свойства полимеров. Минск, Наука и техника, 1971.
- [13] Schramm R.E., Clark A.F., Reed R.P. A compilation and evaluation of mechanical, thermal and electrical properties of selected polymers. Boulder, National Bureau of Standards, 1973.
- [14] Сажин Б.И., ред. Электрические свойства полимеров. Л., Химия, 1986.
- [15] Жубанов Б.А., Кравцова В.Д., Мухамедова Р.Ф. Новые полимерные системы на основе алициклических полиимидов. *Журнал прикладной химии*, 2006, т. 79, № 11, с. 1890–1895.
- [16] Rule D.L., Smith D.R., Sparks L.L. Thermal conductivity of a polyimide film between 4.2 and 300 K, with alumina particles as filler. Boulder, NIST, 1990.
- [17] Тареев Б.М. Физика диэлектрических материалов. М., Энергоатомиздат, 1982.
- [18] Mark J.E., eds. Physical properties of polymers. New York, NY, Springer, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-69002-5>
- [19] Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н. Введение в методы оптимизации. М., Финансы и статистика, Инфра-М, 2008.
- [20] Аттетков А.В., Зарубин В.С., Канатников А.Н. Методы оптимизации. М., РИОР, 2012.

Зарубин Владимир Степанович — д-р техн. наук, профессор кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1).

Кувыркин Георгий Николаевич — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1).

Савельева Инга Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю. Температурное состояние слоя электроизоляции сверхпроводящего кабеля постоянного тока при двустороннем охлаждении. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2021, № 4 (97), с. 71–85. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-4-71-85>

TEMPERATURE STATE OF THE ELECTRICAL INSULATION LAYER OF A SUPERCONDUCTING DC CABLE WITH DOUBLE-SIDED COOLING

V.S. Zarubin

zarubin@bmstu.ru

G.N. Kuvyrkin

kuvyrkin@bmstu.ru

I.Yu. Savelyeva

inga.savelyeva@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

For the reliable operation of a high-voltage DC cable with high-temperature superconducting current-carrying conductors with a sufficiently high difference in electrical potentials, it is necessary to maintain a fixed temperature state not only of the conductors but also of other cable elements, including the electrical insulation layer. In this layer, despite the high electrical resistivity of its material, which can be polymer dielectrics, Joule heat is released. The purpose of this study was to build a mathematical model that describes the temperature state of an electrical insulation layer made in the form of a long hollow circular cylinder, on the surfaces of which a constant potential difference of the electric field is set. Within the study, we consider an alternative design of a cable with central and external annular channels for cooling liquid nitrogen. Using a mathematical model, we obtained integral relations that connect the parameters of the temperature state of this layer, the conditions of heat transfer on its surfaces, and the temperature-dependent coefficient of thermal

Keywords

Non-linear mathematical model, electrical insulation of a superconducting cable, one-dimensional temperature distribution, integral relations

conductivity and electrical resistivity of an electrical insulating material with a given difference in electrical potentials. A quantitative analysis of integral relations is carried out as applied to the layer of electrical insulation of the superconducting cable. The results of the analysis make it possible to assess the possibilities of using specific electrical insulating materials in cooled high-voltage DC cables under design, including superconducting cables cooled with liquid nitrogen

Received 24.02.2021

Accepted 02.04.2021

© Author(s), 2021

The work was carried out within the framework of the state assignment of the Ministry of Education and Science of Russian Federation (project no. 0705-2020-0047)

REFERENCES

- [1] Fastovskiy V.G., Petrovskiy Yu.V., Rovinskiy A.E. Kriogennaya tekhnika [Cryogenic technique]. Moscow, Energiya Publ., 1974.
- [2] Vysotskiy V.S., Sytnikov V.E., Ilyushin K.V., et al. Superconductivity in electromechanics and power engineering. *Elektrichestvo*, 2005, no. 7, pp. 31–40 (in Russ.).
- [3] Vysotskiy V.S., Nosov A.A., Rychagov A.V., et al. Creation of a power superconducting cable based on HTSC technologies. *Kabeli i provoda* [Cables and Wires], 2010, no. 2, pp. 3–10 (in Russ.).
- [4] Nosov A.A., Fetisov S.S., Zubko V.V., et al. Overload and high voltage tests of witness samples of 200 m HTS power cable. *Phys. Procedia*, 2012, vol. 36, pp. 1127–1130. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2012.06.188>
- [5] Fetisov S.S., Zubko V.V., Zanezin S.Yu., et al. Study of first Russian triaxial HTS cables prototypes. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 2017, vol. 27, iss. 4, art. 5400305. DOI: <https://doi.org/10.1109/TASC.2017.2652854>
- [6] Volkov E.P., Kostyuk V.V., Karpyshev A.V., et al. Complex transportation of large power flows through superconducting main transmission line. *Izv. RAN. Energetika* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], 2011, no. 1, pp. 3–6 (in Russ.).
- [7] Kostyuk V.V., Antyukhov I.V., Blagov E.V., et al. Experimental hybrid power transmission line with liquid hydrogen and MgB₂-based superconducting cable. *Tech. Phys. Lett.*, 2012, vol. 38, no. 3, pp. 279–282. DOI: <https://doi.org/10.1134/S106378501203025X>
- [8] Vysotskiy V.S., Zanezin S.Yu., Zubko V.V., et al. The first models of current-carrying conductors of superconducting cables made from Russian high-temperature superconducting tapes of the second generation and the results of their tests. *Kabeli i provoda* [Cables and Wires], 2013, no. 6, pp. 26–29 (in Russ.).
- [9] Zarubin V.S. Inzhenernye metody resheniya zadach teploprovodnosti [Engineering methods for solving heat conduction problems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983.

- [10] Fok V.A. To the thermal theory of electrical breakdown. *Trudy Leningradskoy fiziko-tekhnicheskoy laboratorii*, 1928, no. 5, pp. 52–64 (in Russ.).
- [11] Valter A.F., ed. *Fizika dielektrikov* [Physics of dielectrics]. Leningrad, Moscow, GTTI Publ., 1932.
- [12] Novichenok L.N., Shul'man Z.P. *Teplofizicheskie svoystva polimerov* [Thermophysical properties of polymers]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1971.
- [13] Schramm R.E., Clark A.F., Reed R.P. A compilation and evaluation of mechanical, thermal and electrical properties of selected polymers. Boulder, National Bureau of Standards, 1973.
- [14] Sazhin B.I., ed. *Elektricheskie svoystva polimerov* [Electrical properties of polymers]. Leningrad, Khimiya Publ., 1986.
- [15] Zhubanov B.A., Kravtsova V.D., Mukhamedova R.F. New polymer systems based on alicyclic polyimides. *Russ. J. Appl. Chem.*, 2006, vol. 79, no. 11, art. 1869. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1070427206110255>
- [16] Rule D.L., Smith D.R., Sparks L.L. Thermal conductivity of a polyimide film between 4.2 and 300 K, with alumina particles as filler. Boulder, NIST, 1990.
- [17] Tareev B.M. *Fizika dielektricheskikh materialov* [Physics of dielectric materials]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1982.
- [18] Mark J.E., eds. *Physical properties of polymers*. New York, NY, Springer, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-69002-5>
- [19] Attekov A.V., Zarubin V.S., Kanatnikov A.N. *Vvedenie v metody optimizatsii* [Introduction to optimization methods]. Moscow, Finansy i statistika Publ., Infra-M Publ., 2008.
- [20] Attekov A.V., Zarubin V.S., Kanatnikov A.N. *Metody optimizatsii* [Optimization methods]. Moscow, RIOR Publ., 2012.

Zarubin V.S. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Applied Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5/1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Kuvyrkin G.N. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Applied Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5/1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Savelyeva I.Yu. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of the Applied Mathematics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5/1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N., Savelyeva I.Yu. Temperature state of the electrical insulation layer of a superconducting DC cable with double-sided cooling. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2021, no. 4 (97), pp. 71–85 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-4-71-85>