

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ МЕТАНА В СПУТНОМ ПОТОКЕ ВОЗДУХА ПРИ ГОРЕНИИ С КОНЕЧНОЙ СКОРОСТЬЮ

И.К. Хужаев

i_k_hujaev@mail.ru

М.М. Хамдамов

kamina.0691@mail.ru

Институт механики и сейсмостойкости Академии наук
Республики Узбекистан, Ташкент, Республика Узбекистан

Аннотация

Предложен численный метод решения задачи о распространении осесимметричной струи метана в бесконечном спутном потоке воздуха. Для моделирования использованы безразмерные уравнения турбулентного пограничного слоя реагирующих газов в координатах Мизеса. Для замыкания уравнения Рейнольдса использована модифицированная модель турбулентности $k-\epsilon$, которая является низкорейнольдсовой моделью. Полагая одинаковыми интенсивности конвективного и турбулентного переносов компонентов и используя стехиометрические соотношения концентраций компонентов при горении, пять уравнений переноса и сохранения массы компонентов приведены к двум уравнениям для относительно избыточной концентрации горючего газа. Из решений этих уравнений определены концентрации компонентов. Переходом к относительно-избыточным скоростям и полной энтальпии краевые условия для трех уравнений приведены к общему виду. Для решения задачи в координатах Мизеса использована двухслойная, шеститочечная неявная конечно-разностная схема, обеспечивающая второй порядок точности аппроксимации по координатам. В силу нелинейности уравнений сохранения и переноса субстанций реализован итерационный процесс. Исследовано влияние радиуса сопла горючего на показатели турбулентной струи и факела. Установлено, что в бесконечном спутном потоке горючего с уменьшением радиуса сопла скорость химической реакции и максимальная температура в области расчета убывают, а количество несгоревшей части горючего газа возрастает

Ключевые слова

Турбулентная струя, компоненты, скорость химической реакции, полная энтальпия, закон Аррениуса, конечные разности, вычислительный эксперимент

Поступила 18.11.2020

Принята 13.02.2021

© Автор(ы), 2021

Введение. Горение — сложный физико-химический процесс превращения исходных веществ в продукты сгорания в ходе экзотермических реакций, сопровождающийся интенсивным выделением теплоты.

Освоение огня сыграло ключевую роль в развитии цивилизации. Огонь открыл людям возможность термической обработки пищи и обогрева жилищ, а впоследствии привел к развитию металлургии, энергетики и созданию новых, более совершенных инструментов и технологий, где в качестве горючего используются твердые, жидкие и газообразные вещества. Управление процессами горения лежит в основе создания современных двигателей для автомобилей, самолетов, судов и ракет, где практикуется сжигание заранее перемешанных взаимно реагирующих веществ. В то же время КПД устройств, используемых для сжигания природного и сжиженного газов, низкий. В связи с этим требуются тщательное исследование процессов образования и распространения пламени, методов эффективного управления процессами, модернизация и развитие существующих математических моделей на основе новых достижений в областях турбулентности, струйных течений и теории горения.

Задачи горения формируются с привлечением систем сложных нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и замыкающих соотношений [1–3].

Следствием поиска альтернативных натурному эксперименту методов получения характеристик течения с химическими взаимодействиями стала разработка численных методов расчета параметров потоков реагирующих газов [4]. Для практического приложения используются модели течения реагирующего газа в свободных или спутных струях. Представлены уравнения пограничного слоя многокомпонентного газа в плоской и осесимметричной постановках. Параболизированные в координатах Мизеса уравнения решены численно. В модель включены уравнения концентраций токсичных оксидов азота. Приведены результаты вычислительного эксперимента для различных задач при подходе «замороженного течения» и закона Аррениуса для 15 реакций с 11 компонентами в области расчета. Показано, что закрутка потока приводит к резкому снижению длины факела и уменьшению образования термических оксидов азота.

Численное исследование различных подходов к моделированию ламинарного диффузионного горения проведено в [5]. Основное внимание уделено модели *flamelet*. Учитывалась потеря энергии на излучение. Модели оценены на задачах со встречным и попутным режимами подачи горючего и окислителя. Получены профили распределения температуры и концен-

траций компонентов. Проведено сравнение расчетных значений с экспериментальными.

Результаты численных исследований процессов смешения, воспламенения и горения при истечении струи пропана в спутный поток воздуха в осесимметричном канале приведены в [6]. Численное моделирование турбулентного дозвукового неравновесного течения выполнено в рамках двумерных стационарных уравнений для узкого канала с учетом конечных скоростей химической кинетики в рамках глобального механизма. Показано влияние воспламенения на задержку процесса смешения при течении неперемешанных компонентов. Сформулированы предложения для выбора рациональной температуры спутного потока и расположения сечения поджига, позволяющие интенсифицировать развитие процесса горения.

Методология численного моделирования течений в высокоскоростной камере сгорания, основанная на решении системы уравнений Навье — Стокса реагирующей многокомпонентной среды, рассмотрена в [7]. Исследована динамика процессов горения в зависимости от коэффициента избытка окислителя и отработана технология численного метода решения задачи.

Задача о кинетическом горении струи пропана, истекающей в спутный дозвуковой поток воздуха в осесимметричном канале, рассмотрена в [8]. Для описания течения используется модель «узкого канала» и дифференциальная однопараметрическая модель турбулентности. Кинетика горения пропана в воздухе описана одностадийной стехиометрической брутто-реакцией. Исследовано влияние начальной турбулентной вязкости и расположения сечения искусственного воспламенения на развитие процесса горения.

Моделирование турбулентного горения метана в областях со сложной геометрией выполнено в [9]. Подобраны параметры для одно- и двухстадийной моделей химической кинетики. Параметры химической кинетики существенно влияют на корректность математической модели горения, используемой для расчета характеристик взрыва метановоздушной смеси в жилом доме. Проведено сравнение с результатами экспериментальных измерений.

Модель горения частицы углерода большой пористости в кислороде, которая учитывает протекание гетерогенных и гомогенных химических реакций внутри частицы и теплообмен излучением, приведена в [10]. Определены границы области, которой принадлежит зависимость горения от температуры частицы. Показана возможность существования двух режимов горения: 1) высокоскоростного, в котором реакция углерода

с кислородом протекает в слое у поверхности частицы; 2) низкоскоростного, в котором реакция идет во всем объеме частицы.

Полуэмпирическая модель турбулентности второго порядка, включающая в себя дифференциальные уравнения переноса нормальных рейнольдсовых напряжений, использована в [11]. Рассмотрены течения в осесимметричных турбулентных струях.

Механизмы ускорения пламени и перехода горения в детонацию в условиях угольной шахты рассмотрены в [12]. Проанализированы подходы к исследованию ускорения пламени и перехода горения в детонацию, а также к моделированию турбулентных течений при нестационарном горении.

Моделирование предполагается выполнять для трубы с одним закрытым и одним открытым концом и препятствиями внутри трубы, при этом поджиг осуществляется у закрытого конца. Препятствиями, турбулизирующими горение, являются кольцевые перегородки с геометрическими параметрами, соответствующими размерам крепи в угольных шахтах.

В отдельных случаях горение образуется в закрытом пространстве или в пластах. Например, диффузия химически активного газа в порах впервые теоретически рассмотрена Я.Б. Зельдовичем в [13], где показано существование трех режимов протекания реакции на пористом катализаторе: 1) кинетический; 2) внутридиффузионный; 3) внешдиффузионный. Кинетический режим протекания гетерогенной реакции характеризуется постоянной концентрацией газового реагента во всем объеме катализатора. При повышении температуры константа скорости химического превращения растет по закону Аррениуса, скорость диффузии возрастает по степенному закону. Поэтому, начиная с некоторой температуры, скорость химической реакции будет опережать скорость установления диффузионного равновесия во всем объеме твердого тела. Концентрация реагента в толще частицы становится меньше, чем у поверхности, наступает внутридиффузионный режим.

Расчетная модель процессов в камере РДМТ тягой примерно 50 Н на топливе газообразный кислород–керосин и система уравнений, описывающая рабочий процесс в камере сгорания РДМТ, предложены в [14]. Сравнительный анализ полученных расчетных и экспериментальных данных позволяет сделать вывод об их удовлетворительном согласовании. Это подтверждает работоспособность представленной в [14] методики расчета характеристик процессов в камере сгорания РДМТ и позволяет использовать указанную методику для дальнейшего анализа внутрикамерных процессов и выработки практических рекомендаций по проектированию камер РДМТ. Доказано, что полнота сгорания зависит от процесса смешивания компонентов топлива в газовой фазе.

Результаты анализа [7, 9–14] показывают, что процессы гомогенного горения топливных газов, основным компонентом которых является метан, недостаточно изучены. Вследствие несовершенства теоретических основ химических экзотермических реакций в условиях турбулентного потока теоретические работы в этой области продолжаются. С учетом этих аспектов в настоящей работе обсуждается распределение метана в воздушном спутном потоке и проблема управления факелом.

Цель работы — разработка численного метода расчета перемешивания, горения и распространения разных составов горючих смесей в спутном потоке, которая позволяет провести вычислительный эксперимент для исследования процессов теплообмена.

Метод исследования. Рассматривается струя горючего газа, которая истекает из круглого сопла диаметром $2a$ и распространяется в спутном потоке окислителя при конечной скорости химической реакции. Распределение скорости в выходном сечении сопла и в спутном потоке так же, как и начальные (при $x = 0$) распределения температуры и концентрации топлива и окислителя, будем полагать заданными, равномерными и однородными. Имеется тангенциальный разрыв показателей на границе сопла.

Параллельно с турбулентным перемешиванием двух течений происходит химическая реакция между взаимодействующими компонентами — горючего и кислорода из состава воздуха. Область перемешивания постепенно расширяется.

В первую очередь следует подобрать модель турбулентности для описания струйного течения с интенсивным химическим превращением. Без учета уравнений для турбулентности образуются $N + 3$ нелинейных дифференциальных уравнения в частных производных. Необходимо сократить число N уравнений сохранения массы компонентов. Иначе для каждого химического состава смесей, вводимых основным или спутным потоком, требуется решать систему с разным числом уравнений.

Введем функцию тока ψ по зависимостям

$$\rho u r = \psi \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \rho \vartheta r = -\psi \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

которые тождественно удовлетворяют уравнению неразрывности, и перейдем от независимых переменных (x, r) к переменным Мизеса (ξ, ψ) , используя формулы перехода

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\rho \vartheta r}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi};$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\rho u r}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi}.$$

В приближении теории турбулентного пограничного слоя с учетом модели k - ε [9, 15, 16] полную систему уравнений Навье — Стокса при равенстве единице числа Льюиса для компонентов ($Le_i = 1$, т. е. $Pr = Sc_i = 0,72$) в безразмерных переменных Мизеса [23, 24] можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} &= \frac{1}{\psi} \frac{\partial u}{\partial \psi} \left[\frac{\rho^2 u r^2 (v_l + v_t)}{\psi} \frac{\partial u}{\partial \psi} \right]; \\ \frac{\partial \bar{H}}{\partial \xi} &= \frac{1}{Pr} \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{\rho^2 u r^2 (v_l + v_t)}{\psi} \frac{\partial \bar{H}}{\partial \psi} \right]; \\ \frac{\partial c_2}{\partial \xi} &= \frac{1}{Sc} \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{\rho^2 u r^2 (v_l + v_t)}{\psi} \frac{\partial c_2}{\partial \psi} \right] - A_{r1} \frac{c_1 c_2 \bar{\rho}^2}{u} \exp\left(\frac{-A_{r2}}{T}\right); \\ \frac{\partial k}{\partial \xi} &= \frac{1}{\delta_k \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\rho^2 u r^2}{\psi} v_t \frac{\partial k}{\partial \psi} \right) + 4 \frac{\rho^2 u r^2}{\psi^2} v_t \left(\frac{\partial u}{\partial \psi} \right)^2 - \frac{\varepsilon}{u}; \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} &= \frac{1}{\delta_\varepsilon \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\rho^2 u r^2}{\psi} v_t \frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} \right) + 4 \dot{c}_1 \frac{\varepsilon}{k} \frac{\rho^2 u r^2}{\psi^2} v_t \left(\frac{\partial u}{\partial \psi} \right)^2 - \dot{c}_2 \frac{\varepsilon^2}{ku}. \end{aligned}$$

Эта система замыкается зависимостями:

$$H = c_p T + c_2 h_2^*, \quad c_p = \sum_{n=1}^N c_{pn} c_n, \quad p = \rho \frac{R_0}{\mu} T = \text{const}, \quad \mu = \left(\sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{c_n} \right)^{-1},$$

$$v_t = \frac{c_\mu k^2}{\varepsilon}, \quad G = 4\rho v_t \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2, \quad \dot{c}_1 = 1,44, \quad \dot{c}_2 = 1,92,$$

$$c_\mu = 0,09, \quad \delta_k = 1, \quad \delta_\varepsilon = 1,3, \quad A_1 = 0,05, \quad A_\mu = 0,0165.$$

Здесь и далее u , v — осредненные продольная и радиальная составляющие вектора скорости в цилиндрических координатах; ξ , ψ — координаты Мизеса; ρ , T — плотность и абсолютная температура газовой смеси; p — гидростатическое давление; Pr , Sc_n — турбулентные аналоги чисел Прандтля и Шмидта; μ , μ_n — молярные массы смеси газов и n -го компонента; c_n — массовая концентрация n -го компонента газа в смеси; ω_n — массовая скорость образования или исчезновения n -го компонента газа; $c_p = \sum_{n=1}^N c_{pn} c_n$, c_{pn} — теплоемкости газовой смеси и n -го компонента при постоянном давлении; h_n^* — теплотворная способность n -го компо-

нента; ν , ν_t — кинематические коэффициенты ламинарной и турбулентной вязкости; H — полная энтальпия газа; k — кинетическая энергия пульсационного движения единичной массы газа; ϵ — скорость диссипации энергии турбулентности единичной массы газа.

Газовая смесь принимается совершенной, поэтому ее состояние удовлетворяет уравнению Менделеева — Клапейрона $p = \rho R_0 T / \mu$,

где $\mu = \left(\sum_{n=1}^N c_n / \mu_n \right)^{-1}$; R_0 — универсальная газовая постоянная.

Рассматриваются прямоточные свободные расширенные струи, поэтому на основе известных из теории и практики данных в области течения значение статического давления в них принимается постоянным: $p = \text{const}$ (по данным Бай Ши-И, для струйных течений без горения изменение статического давления составляет не более 0,5 % динамического давления, а для струй с горением данный факт подтвержден экспериментальными и теоретическими данными Д. Сполдинга).

В качестве горючего газа рассматривается метан, одностадийная кинетика горения в воздушной среде которого задается через стехиометрическое уравнение



Индексами 1–5 обозначены параметры компонентов — кислорода, метана, углекислого газа, водяного пара и азота. Скорость реакции горения метана с кислородом в уравнении сохранения массы горючего, согласно [17, 19], в безразмерных координатах Мизеса имеет вид

$$\tilde{\omega}_2 = -A_{r1} \frac{c_1 c_2 \bar{\rho}^2}{\bar{u}} \exp\left(\frac{-A_{r2}}{T}\right),$$

где $A_{r1} = 1,35 \cdot 10^{20}$; $E_a / R = 15,05 K = A_{r2} K$.

Способ приведения N дифференциальных уравнений сохранения компонентов к двум уравнениям (относительно горючей компоненты и функции Шваба — Зельдовича) при $n = 1, \dots, 5$ и формулы обратного перехода к массовой концентрации приведены в [22–25].

Сжигание газового горючего в топочном процессе проводится при достаточно малых относительно скорости звука скоростях. Поэтому при моделировании можно пренебречь кинетической энергией газа. Тогда аналогичную введенной для концентрации замену можно использовать и применительно к полной энтальпии, что приводит к нормированию полной энтальпии

$$\bar{H} = \frac{H - H_1}{H_2 - H_1} = \bar{C}.$$

Здесь $H_1 = (c_p)_1 T_1 + (c_2)_1 h_2^*$, $H_2 = (c_p)_2 T_2 + (c_2)_2 h_2^*$. При этом значение температуры смеси вычисляется по формуле

$$T = \frac{(H - c_2 h_2^*)}{c_p} = \frac{H_1 + (H_2 - H_1) \bar{H} - c_2 h_2^*}{\sum_{n=1}^N c_{pn} c_n}.$$

Необходимое для дальнейших вычислений значение плотности газовой смеси находим как

$$\rho = \frac{P}{R_0 T \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{\mu_n}}.$$

На входе $\xi = 0$ в расчетную область налагаются условия:

при $0 \leq \psi < 1$: $u = 1$, $\bar{H} = 1$, $c_2 = (c_2)_2$, $k = 1$, $\varepsilon = 1$;

при $1 \leq \psi < \psi_\infty$: $u = (u)_1$, $\bar{H} = 0$, $c_2 = (c_2)_1$, $\bar{k} = (k)_1$, $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon)_1$.

При $\xi > 0$:

при $\psi = 0$: $\frac{\partial u}{\partial \psi} = 0$, $\frac{\partial \bar{H}}{\partial \psi} = 0$, $\frac{\partial c_2}{\partial \psi} = 0$, $\frac{\partial k}{\partial \psi} = 0$, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \psi} = 0$;

при $\psi \rightarrow \psi_\infty$: $u = (u)_1$, $\bar{H} = 0$, $c_2 = (c_2)_1$, $k = (k)_1$, $\varepsilon = (\varepsilon)_1$.

Задача решена методом конечных разностей. Шаги интегрирования h_ξ и h_ψ имели постоянные значения. Граница струи соответствовала дискретной координате N .

Запишем первую группу из трех уравнений в единой форме:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{1}{\delta_U \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\rho^2 u r^2}{\psi} (v_l + v_t) \frac{\partial U}{\partial \psi} \right) + f_U.$$

Здесь

$$U = u: \delta_U = 1, f_U = 0;$$

$$U = \bar{H}: \delta_H = \text{Pr}(\text{Sc}), f_H = 0;$$

$$U = c_2: \delta_{c_2} = \text{Sc}, f_{c_2} = -A_{r1} \frac{c_1^2 c_2 \bar{\rho}^2}{\bar{u}} \exp\left(\frac{-A_{r2}}{T}\right).$$

В правых частях уравнений участвует квадрат безразмерной радиальной координаты r^2 , который вычислим со вторым порядком точности:

$$\left(r_{i,j}^s\right)^2 = \left(r_{i,j-1}^s\right)^2 + 2 \frac{\Psi_j^2 - \Psi_{j-1}^2}{\rho_{i,j-1}^{s-1} u_{i,j-1}^{s-1} + \rho_{i,j}^{s-1} u_{i,j}^{s-1}}.$$

Это формула для i -го сечения; s — порядковый номер итерации для i -го сечения. Для $(i-1)$ -го сечения \tilde{r}^2 вычисляется по данным предыдущего сечения.

Для сокращения записей и объема вычислений выполним расчет

$$K_{i,j} = \frac{(\rho_{i,j})^2 u_{i,j} (\tilde{r}_{i,j})^2}{j} \left(v_l + (v_t)_{i,j} \right),$$

где $\tilde{r}_{i,j} = (r_{i,j})^2 / h_{\Psi}^2$.

При $j=0$ принимается $K_{i,0} = 0$ и $\tilde{r}_{i,0}^2 = 0$. Аппроксимируем уравнения для фиктивного узла $(i+0,5, j)$ со вторым порядком точности по обеим координатам:

$$\begin{aligned} \frac{U_{i,j}^{s+1} - U_{i-1,j}}{h_{\xi}} &= \frac{1}{4\delta_U j h_{\Psi}^2} \left[(K_{i,j+1}^s + K_{i,j}^s) (U_{i,j+1}^{s+1} - U_{i,j}^{s+1}) - \right. \\ &- (K_{i,j}^s + K_{i,j-1}^s) (U_{i,j}^{s+1} - U_{i,j-1}^{s+1}) + (K_{i-1,j+1} + K_{i-1,j}) (U_{i-1,j+1} - U_{i-1,j}) + \\ &\left. + (K_{i-1,j} + K_{i-1,j-1}) (U_{i-1,j} - U_{i-1,j-1}) \right] + \frac{(f_U)_{i,j}^s + (f_U)_{i-1,j}}{2}. \end{aligned}$$

Умножим обе части уравнения на $4\delta_U j h_{\Psi}^2$ и приведем подобные члены с выделением членов с элементами предыдущего сечения:

$$\begin{aligned} &(K_{i,j+1}^s + K_{i,j}^s) U_{i,j+1}^{s+1} - (K_{i,j+1}^s + 2K_{i,j}^s + K_{i,j-1}^s + 4\delta_U j / \sigma) U_{i,j}^{s+1} + \\ &+ (K_{i,j}^s + K_{i,j-1}^s) U_{i,j-1}^{s+1} = -2\delta_U j h_{\Psi}^2 (f_U)_{i,j}^s - \\ &- (K_{i-1,j+1} + K_{i-1,j}) U_{i-1,j+1} + (K_{i-1,j+1} + 2K_{i-1,j} + K_{i-1,j-1} - 4\delta_U j / \sigma) U_{i-1,j} - \\ &- (K_{i-1,j} + K_{i-1,j-1}) U_{i-1,j-1} - 2\delta_U j h_{\Psi}^2 (f_U)_{i-1,j}, \end{aligned}$$

где $\sigma = h_{\xi} / h_{\Psi}^2$.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} a_j^{(U)} &= K_{i,j+1}^s + K_{i,j}^s, \quad c_j^{(U)} = K_{i,j}^s + K_{i,j-1}^s, \\ b_j^{(U)} &= a_j^{(U)} + c_j^{(U)} + 4\delta_U j / \sigma, \quad d_j^{(U)} = -2\delta_U j h_{\Psi}^2 (f_U)_{i,j}^s, \\ g_j^{(U)} &= -(K_{i-1,j+1} + K_{i-1,j}) U_{i-1,j+1} - (K_{i-1,j} + K_{i-1,j-1}) U_{i-1,j-1} + \\ &+ (K_{i-1,j+1} + 2K_{i-1,j} + K_{i-1,j-1} - 4\delta_U j / \sigma) U_{i-1,j} - 2\delta_U j h_{\Psi}^2 (f_U)_{i-1,j}. \end{aligned}$$

В результате конечно-разностное уравнение приобретает вид

$$a_j^{(U)} U_{i,j+1}^{s+1} - b_j^{(U)} U_{i,j}^{s+1} + c_j^{(U)} U_{i,j-1}^{s+1} = d_j^{(U)} + g_j^{(U)}.$$

Если известны значения коэффициентов $\alpha_{j-1}^{(U)}$ и $\beta_{j-1}^{(U)}$ в $U_{i,j-1}^{s+1} = \alpha_{j-1}^{(U)} U_{i,j}^{s+1} + \beta_{j-1}^{(U)}$, то для вычисления значений прогоночных коэффициентов используем формулы:

$$\alpha_j^{(U)} = \frac{a_j^{(U)}}{b_j^{(U)} - \alpha_{j-1}^{(U)} c_j^{(U)}}, \quad \beta_j^{(U)} = \frac{c_j^{(U)} \beta_{j-1}^{(U)} - d_j^{(U)} + g_j^{(U)}}{b_j^{(U)} - \alpha_{j-1}^{(U)} c_j^{(U)}}.$$

Выделение $g_j^{(U)}$ требует дополнительной памяти компьютера, но в то же время в процессе последовательного приближения значительно сокращает объем (время) вычислений и позволяет использовать более крупный шаг по ξ . Реализация граничных условий осуществляется в обычном режиме.

Во вторую группу уравнений входят два оставшихся уравнения:

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = \frac{1}{\delta_V \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\rho^2 u r^2}{\psi} v_t \frac{\partial V}{\partial \psi} \right) + f_V.$$

Здесь

$$V = k: \quad \delta_k = 1, \quad f_k = \frac{4}{\psi} \frac{\rho^2 u r^2}{\psi} v_t \left(\frac{\partial u}{\partial \psi} \right)^2 - \frac{\varepsilon}{u};$$

$$V = \varepsilon: \quad \delta_\varepsilon = 1, 3, \quad f_\varepsilon = \frac{4}{\psi} \dot{c}_1 \frac{\varepsilon}{k} \frac{\rho^2 u r^2}{\psi} v_t \left(\frac{\partial u}{\partial \psi} \right)^2 - \dot{c}_2 \frac{\varepsilon^2}{ku}.$$

Аппроксимация уравнений этой группы аналогична приведенной выше.

Расчет для фиксированного поперечного сечения струи состоял из трех частей. В первой части вычисляли составляющие конечно-разностных уравнений с показателями предыдущего сечения $\tilde{n}_{i-1,j}$, $K_{i-1,j}$, g_j и организовали нулевое приближение. Две оставшиеся части представляли итерационные процессы по скорости и другим показателям. Часть итерационного процесса по скорости включает в себя вычисления $\tilde{n}_{i,j}$, $K_{i,j}^s$, $\bar{K}_{i,j}^s$, g_j , прогоночный процесс и проверку выполнения условия приближения $\max_{i=0,1,\dots,N} |u_{i,j}^m - u_{i,j}^{m-1}| < \varepsilon_u$ итерационного процесса по u (m — номер итерации). Если условие не выполнено, то продолжается итерационный процесс по скорости.

Если условие выполнено, то осуществляется переход к третьей части, где методом прогонки определяются показатели турбулентности, концентрации горючего и полной энтальпии для следующего приближения и проверяется приближение по полной энтальпии и плотности. Если условия по полной энтальпии и плотности не выполнены, то возобновляются вычисления по скорости (вторая часть) с проверкой и повторным выполнением третьей части. При выполнении условий рассчитываются плотность и температура газа в расчетных узлах в новом приближении.

Расчет продолжали до выполнения условия $\bar{H}(\bar{x}, 0) \leq 0,02$, и расстояние до этого сечения принимали в качестве условной длины факела. В процессе расчета вычисляли путевые изменения присоединенной массы, избытки импульса, энтальпии и массы горючего. Для представления результатов в безразмерной радиальной координате использовали алгоритм перехода, построенный на основе линейной интерполяции.

Результаты расчетов. В соответствии с изложенным выше проведены расчеты.

Массовый состав воздуха задан в виде $(c_1)_1 = 0,232$, $(c_5)_1 = 0,768$. В качестве горючего рассмотрен метан без примесей. Скорость основного потока составила 61 м/с, спутного — 18,3 м/с. Температура воздуха и горючего $T_1 = T_2 = 293,15$ К. Теплофизические параметры компонентов и минимальная теплота сгорания метана (50,2 МДж/кг) заимствованы из [17, 20, 21]. Кинетическая энергия пульсационного движения и скорость диссипации энергии турбулентности на срезе сопла $k_2 = 0,007u_2^2$, $\varepsilon_2 = 0,001k_2^{3/2} / 0,3$, в спутном потоке $k_1 = 0,007u_1^2$, $\varepsilon_1 = 0,001k_1^{3/2} / 0,3$.

Получены численные результаты по полной энтальпии, продольной скорости, концентрации компонентов и температуры по длине факела для значений радиуса сопла a , м: 0,05; 0,01; 0,005; 0,002; 0,001; 0,0005; 0,0001. Отдельные результаты расчетов приведены в виде графиков.

Изотермы при $a = 0,05$ м приведены на рис. 1, а. Вблизи сопла максимальная температура достигается на определенном удалении от оси струи. Немонотонные изотермы до $x/a \approx 78$ показывают, что линия максимальной в сечении температуры сначала удаляется от оси струи, достигнув $x/a \approx 23$, она устремляется к оси и после $x/a \approx 78$ становится осевой. Осевая температура продолжает возрастать и при $x/a \approx 146$ достигает значения 2052 К. Далее максимальная температура, т. е. осевая, убывает. В конце условного участка $\bar{H} = 0,02$ на оси температура составляет 761 К.

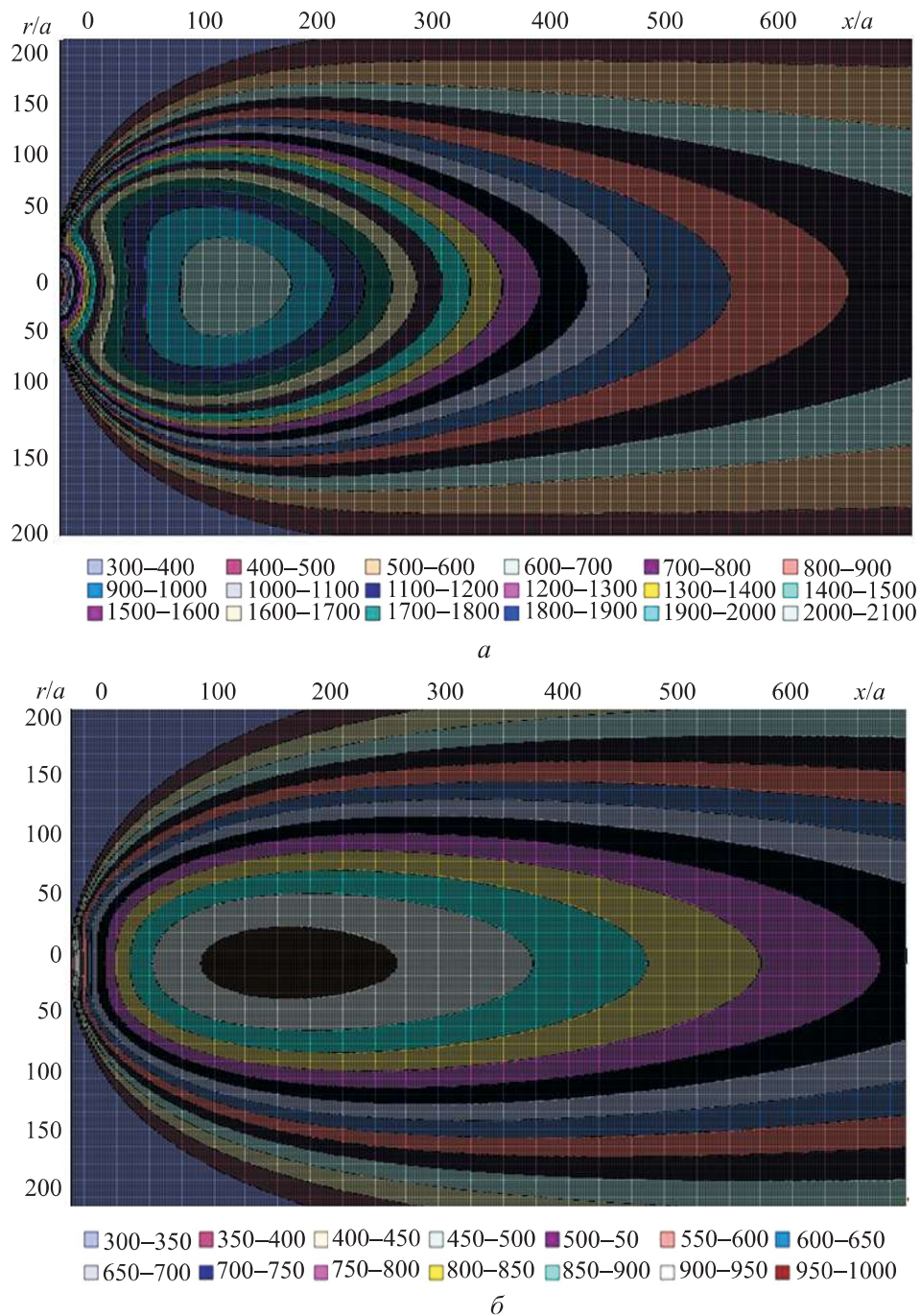


Рис. 1. Изотермы интенсивного теплообмена при $a = 0,05$ м (а) и $a = 0,0005$ м (б), $u_2 = 61$ м/с, $u_1 = 18,3$ м/с, $T_1 = T_2 = 293,15$ К, $k = 0,007u^2$, $\varepsilon = 0,001k^{3/2}/0,3$

Аналогичные картины получены и для остальных значений радиуса сопла. С уменьшением радиуса сопла участок, где максимальная температура достигается вне оси струи, постепенно сокращается, но граница возмущений в безразмерной радиальной координате возрастает (рис. 1, б). При $a = 0,0005$ м максимальная температура снижается до 970 К. При $0,0005 \leq a \leq 0,05$ м условная длина факела в безразмерных координатах колеблется около $l^* / a = 700$, а при дальнейшем уменьшении радиуса сопла расчетная область сокращается.

Зависимости максимального значения температуры в области теплообмена и условной длины факела от радиуса сопла a приведены на рис. 2.

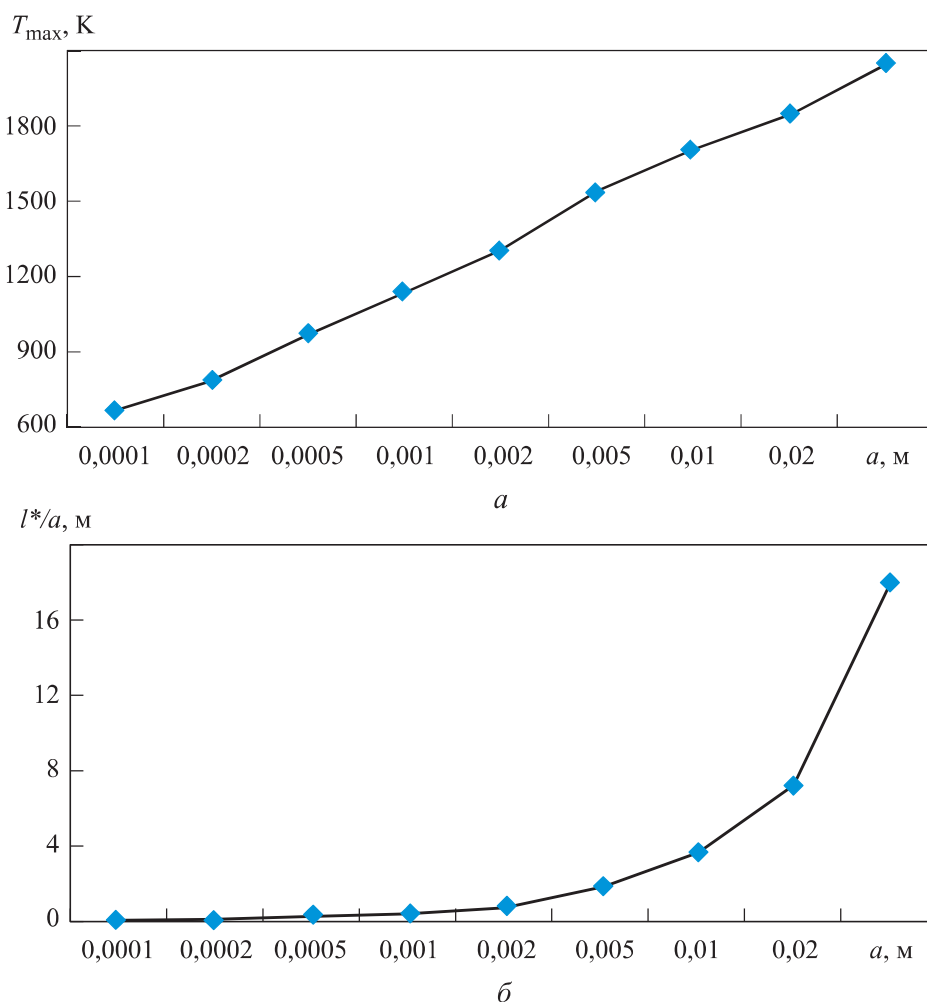


Рис. 2. Зависимости максимального значения температуры в области теплообмена (a) и условной длины факела $\bar{H} = 0,02$ (b) от радиуса сопла

Условная длина интенсивной области тепломассообмена практически прямо пропорциональна радиусу сопла. Сравнение осевого значения температуры с экспериментальными данными из [1] для радиуса сопла 0,01 м, где в качестве горючего рассмотрена пропанобутановая смесь, показано на рис. 3.

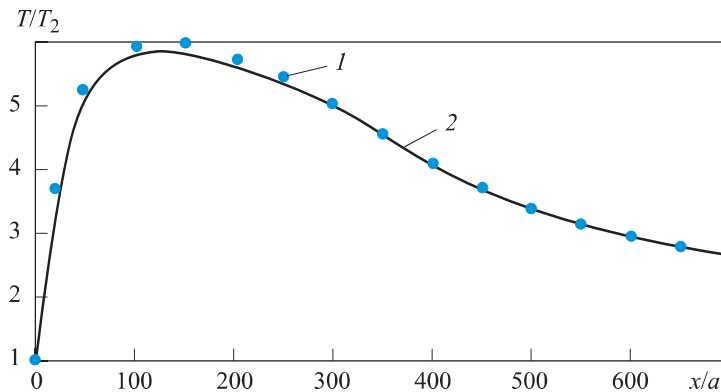


Рис. 3. Зависимость отношения осевой температуры к температуре спутного потока при $a = 0,01$ м от x/a при $u_2 = 61$ м/с, $u_1 = 18,3$ м/с:
1 — эксперимент; 2 — расчет

Результаты показали, что увеличение температуры газа за счет горения приводит к интенсивному оттоку массы газов от оси струи на начальном участке (рис. 4). При дальнейшем снижении температуры наблюдается перемещение газов в сторону оси течения.

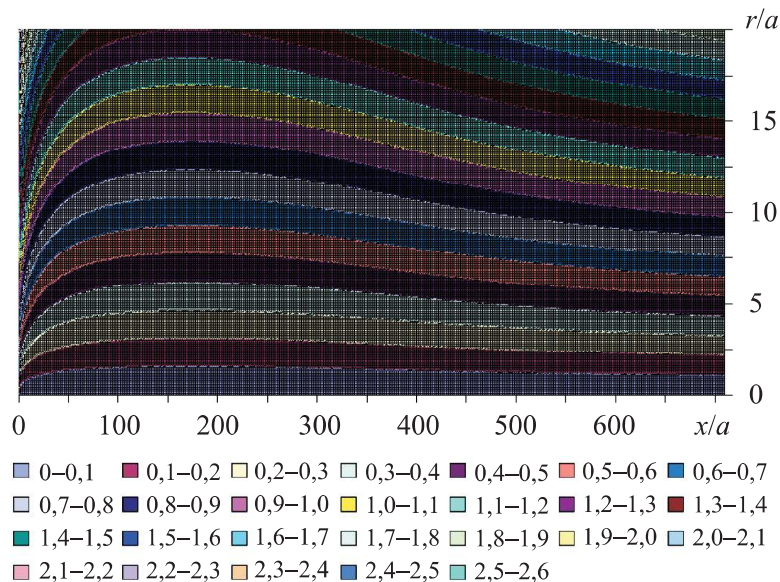


Рис. 4. Изолинии безразмерной функции тока $\bar{\psi}$ для рассмотренного на рис. 1 случая

Выводы. Показаны способы введения функций Шваба — Зельдовича и относительно избыточной энтальпии для случая горения метана в спутном потоке воздуха с конечной скоростью. Предложен численный метод решения задачи о распространении осесимметричной струи горючего в спутном потоке воздуха в переменных Мизеса с применением модифицированной модели $k-\varepsilon$ для коэффициента турбулентности.

Для численного решения задачи использована аппроксимационная схема второго порядка точности по обеим координатам, что дает более точную картину объекта. Разработаны алгоритм и программа расчета с внутренней и внешней итерациями для продольной скорости и остальных показателей тепломассообменных процессов.

Исследовано влияние радиуса сопла на параметры струи и факела. В качестве условной длины факела принята $\bar{H} = 0,02$. Установлено, что в бесконечном спутном потоке горючего с уменьшением радиуса сопла скорость химической реакции и максимальная температура в области расчета убывают, а количество несгоревшей части горючего возрастает.

Результаты расчетов показали, что доля невыгоревшей части горючего в конце условной длины факела снижается при уменьшении радиуса сопла. Этим объясняется убывание максимальной температуры в расчетной области с уменьшением радиуса сопла.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вулис Л.А., Ершин Ш.А., Ярин Л.П. Основы теории газового факела. Л., Энергия, 1968.
- [2] Абрамович Г.Н., ред. Теория турбулентных струй. М., Наука, 1984.
- [3] Алиев Ф., Жумаев З.Ш. Струйные течения реагирующих газов. Ташкент, Фан, 1987.
- [4] Демидова О.Л. Численное моделирование закрученных струй с неравновесными химическими процессами. *Труды МАИ*, 2012, № 57.
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30701>
- [5] Шаклеин А.А. Исследование моделей ламинарного диффузионного горения. *Химическая физика и мезоскопия*, 2015, т. 17, № 2, с. 192–202.
- [6] Дешко А.Е. Численное моделирование дозвукового неравновесного горения струи пропана в спутном потоке воздуха. *Прикладна гідромеханіка*, 2015, т. 17, № 2, с. 20–25.
- [7] Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б. О методологии численного моделирования процессов горения в высокоскоростной камере сгорания на основе OpenFoam. *Математическое моделирование*, 2018, т. 30, № 8, с. 32–50.

- [8] Тимошенко В.И., Дешко А.Е., Белоцерковец И.С. К вопросу интенсификации горения углеводородного топлива в спутном потоке воздуха. *Техническая механика*, 2010, № 3, с. 71–80. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/TMekh_2010_3_9
- [9] Козубкова М., Крутиль Я., Неврлий В. Экспериментальное исследование и численное моделирование горения метана в областях со сложной геометрией. *Физика горения и взрыва*, 2014, т. 50, № 4, с. 8–14.
- [10] Гремячкин В.М., Ефимов А.С. О кинетике гетерогенных реакций углерода с кислородом при горении пористых частиц углерода в кислороде. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2010, т. 9, № 1, с. 225–231.
- [11] Деменков А.Г., Илюшин Б.Б., Черных Г.Г. Численное моделирование осесимметричных турбулентных струй. *Прикладная механика и техническая физика*, 2008, т. 49, № 5, с. 55–60.
- [12] Zhou X., Sun Z., Durst F., et al. Numerical simulation of turbulent jet flow and combustion. *Comput. Math. Appl.*, 1999, vol. 38, iss. 9-10, pp. 179–191. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(99\)00273-4](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(99)00273-4)
- [13] Зельдович Я.Б. К теории реакции на пористом или порошкообразном материале. *Журнал физической химии*, 1939, т. 13, № 2, с. 163–168.
- [14] Буркальцев В.А., Лапицкий В.И., Новиков А.В. и др. Математическая модель и расчет характеристик рабочего процесса в камере сгорания ЖРД малой тяги на компонентах топлива метан–кислород. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2004, спец. вып.: Теория и практика современного ракетного двигателестроения, с. 8–17.
- [15] Лисаков С.А., Сыпин Е.В., Тупкина Н.Ю. и др. Постановка задачи моделирования процесса нестационарного горения метановоздушной смеси в угольных шахтах. *Вестник научного центра по безопасности работ в угольной промышленности*, 2018, №1, с. 20–33.
- [16] Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М., Едиториал УРСС, 2003.
- [17] Иссерлин А.С. Основы сжигания газового топлива. Л., Недра, 1987.
- [18] Zambon A.C., Chelliah H.K. Self-sustained acoustic-wave interactions with counterflow flames. *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 560, pp. 249–278. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112006000498>
- [19] Ширковский А.И. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. М., Недра, 1979.
- [20] Schwiedernoch R., Tischer S., Correa C., et al. Experimental and numerical study on the transient behavior of partial oxidation of methane in a catalytic monolith. *Chem. Eng. Sci.*, 2003, vol. 58, iss. 3-6, pp. 633–642. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(02\)00589-4](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(02)00589-4)
- [21] Boukhalifa N. Chemical kinetic modeling of methane combustion. *Procedia Eng.*, 2016, vol. 148, pp. 1130–1136. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.561>

[22] Хужаев И.К., Хамдамов М.М., Абдусатторов С.Ш. Численный метод решения задачи об осесимметричной турбулентной струе пропанобутановой смеси при диффузионном горении. *Проблемы вычислительной и прикладной математики*, 2018, № 3, с. 61–78.

[23] Khojaev I.K., Hamdamov M.M. Numerical results of diffusion combustion in turbulent flow of reacting gases. *IJAST*, 2020, vol. 29, no. 9S, pp. 2060–2074.

[24] Khojaev I.K., Hamdamov M. Numerical method for calculating axisymmetric turbulent jets of reacting gases during diffusion combustion. *JARDCS*, 2020, vol. 12, no. 7S. DOI: <http://doi.org/10.5373/JARDCS/V12SP7/20202324>

[25] Жумаев Ж. Исследование начального участка турбулентных струй реагирующих газов. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Ташкент, Ин-т механики и сейсмостойкости сооружений, 1991.

Хужаев Исмагулла Кушаевич — д-р техн. наук, сотрудник лаборатории механики жидкости, газа и систем приводов Института механики и сейсмостойкости Академии наук Республики Узбекистан (Республика Узбекистан, 100125, Ташкент, ул. Дўрмон, д. 33).

Хамдамов Музаффар Мухиддинович — аспирант, сотрудник лаборатории механики жидкости, газа и систем приводов Института механики и сейсмостойкости Академии наук Республики Узбекистан (Республика Узбекистан, 100125, Ташкент, ул. Дўрмон, д. 33).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Хужаев И.К., Хамдамов М.М. Распространение осесимметричной турбулентной струи метана в спутном потоке воздуха при горении с конечной скоростью. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2021, № 5 (98), с. 89–108. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-5-89-108>

**AXISYMMETRIC TURBULENT METHANE JET PROPAGATION
IN A CO-CURRENT AIR FLOW UNDER COMBUSTION
AT A FINITE VELOCITY**

I.K. Khujaev

i_k_hujaev@mail.ru

M.M. Hamdamov

kamina.0691@mail.ru

**Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures
of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan,
Tashkent, Republic of Uzbekistan**

Abstract

The paper introduces a numerical method for solving the problem of the axisymmetric methane jet propagation in an infinite co-current air flow. For modeling, we used the dimensionless equations of the turbulent boundary layer of reacting gases in the Mises coordinates. To close the Reynolds equation, a modified $k-\varepsilon$ turbulence model was used. The $k-\varepsilon$ model is considered a low Rhine turbulence model. Assuming that the intensities of convective and turbulent transfers of components are the same and using the stoichiometric ratios of the concentrations of components during combustion, we reduced five equations for the transfer and conservation of the mass of components to two equations for the relative excess concentration of the combustible gas. The concentrations of the components were determined from the solutions of these equations. By using relatively excessive velocities and total enthalpy, we reduced the boundary conditions for the three equations to a general form. To solve the problem in the Mises coordinates, we used a two-layer, six-point implicit finite-difference scheme, which provides the second order of accuracy of approximation in coordinates. The equations for the conservation and transfer of substances being non-linear, an iterative process was implemented. The influence of the radius of the fuel nozzle on the indices of the turbulent jet and flame was investigated. Findings of research show that in an endless co-current flow of fuel with a decrease in the radius of the nozzle, the rate of the chemical reaction and the maximum temperature in the calculation area decrease, and the amount of unburned part of the combustible gas increases

Keywords

Turbulent jet, components, chemical reaction rate, total enthalpy, Arrhenius law, finite difference, computational experiment

Received 18.11.2020

Accepted 13.02.2021

© Author(s), 2021

REFERENCES

- [1] Vulis L.A., Ershin Sh.A., Yarin L.P. *Osnovy teorii gazovogo fakela* [Fundamentals of the gas torch theory]. Leningrad, Energiya Publ., 1968.
- [2] Abramovich G.N., ed. *Teoriya turbulentnykh struy* [The theory of turbulent jets]. Moscow, Nauka Publ., 1984.
- [3] Aliev F., Zhumaev Z.Sh. *Struynye techeniya reagiruyushchikh gazov* [Jet streams of reacting gases]. Tashkent, Fan Publ., 1987.

- [4] Demidova O.L. Numerical simulation of swirling jets with nonequilibrium chemical processes. *Trudy MAI*, 2012, no. 57 (in Russ.).
Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30701>
- [5] Shaklein A.A. Study of laminar diffusion combustion mode. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya* [Chemical Physics and Mesoscopy], 2015, vol. 17, no. 2, pp. 192–202 (in Russ.).
- [6] Deshko A.E. Numerical simulation of subsonic nonequilibrium combustion of a propane jet in a blast. *Prikladna gidromekhanika* [Applied Hydromechanics], 2015, vol. 17, no. 2, pp. 20–25 (in Russ.).
- [7] Zhukov V.T., Novikova N.D., Feodoritova O.B. On a computational technique for simulation of scramjet combustor by means of OpenFoam. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2018, vol. 30, no. 8, pp. 32–50 (in Russ.).
- [8] Timoshenko V.I., Deshko A.E., Belotserkovets I.S. On question of intensification of carbon fuel combustion in air coflow. *Tekhnicheskaya mekhanika*, 2010, no. 3, pp. 71–80 (in Russ.).
- [9] Kozubková M., Krutil Ya., Nevrlý V. Experiments and mathematical models of methane flames and explosions in a complex geometry. *Combust. Explos. Shock Waves*, 2014, vol. 50, no. 4, pp. 374–380. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0010508214040029>
- [10] Gremyachkin V.M., Efimov A.S. On heterogeneous reactions kinetics of carbon with oxygen at combustion of porous carbon particles in oxygen. *Fiziko-khimicheskaya kinetika v gazovoy dinamike* [Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics], 2010, vol. 9, no. 1, pp. 225–231 (in Russ.).
- [11] Demenkov A.G., Ilyushin B.B., Chernykh G.G. Numerical simulation of axisymmetric turbulent jets. *J. Appl. Mech. Tech. Phy.*, 2008, vol. 49, no. 5, pp. 749–753.
DOI: <https://doi.org/10.1007/s10808-008-0093-4>
- [12] Zhou X., Sun Z., Durst F., et al. Numerical simulation of turbulent jet flow and combustion. *Comput. Math. Appl.*, 1999, vol. 38, iss. 9-10, pp. 179–191.
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(99\)00273-4](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(99)00273-4)
- [13] Zeldovich Ya.B. To the theory of reactions on a porous or powdery material. *Zhurnal fizicheskoy khimii*, 1939, vol. 13, no. 2, pp. 163–168 (in Russ.).
- [14] Burkal'tsev V.A., Lapitskiy V.I., Novikov A.V., et al. Mathematical model and calculation of working process parameters in combustion chamber of a low-thrust liquid propellant engine on methane-oxygen propellants. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Ser. Mechanical Engineering*, 2004, spec. iss.: Theory and Practice of Modern Rocket Engine Building, pp. 8–17 (in Russ.).
- [15] Lisakov S.A., Sypin E.V., Tupikina N.Yu., et al. Methane-air mixture nonstationary combustion process in coal mines modeling task statement. *Vestnik nauchnogo tsentra po bezopasnosti rabot v ugol'noy promyshlennosti* [Bulletin of Research Center for Safety in Coal Industry (Industrial Safety)], 2018, no. 1, pp. 20–33 (in Russ.).
- [16] Samarskiy A.A., Vabishchevich P.N. *Vychislitel'naya teploperedacha* [Computational heat transfer]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2003.

- [17] Isserlin A.S. *Osnovy szhiganiya gazovogo topliva* [Basics of gas fuel combustion]. Leningrad, Nedra Publ., 1987.
- [18] Zambon A.C., Chelliah H.K. Self-sustained acoustic-wave interactions with counterflow flames. *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 560, pp. 249–278.
DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112006000498>
- [19] Shirkovskiy A.I. *Razrabotka i ekspluatatsiya gazovykh i gazokondensatnykh mestorozhdeniy* [Development and exploitation of gas and gas condensate fields]. Moscow, Nedra Publ., 1979.
- [20] Schwiedernoch R., Tischer S., Correa C., et al. Experimental and numerical study on the transient behavior of partial oxidation of methane in a catalytic monolith. *Chem. Eng. Sci.*, 2003, vol. 58, iss. 3-6, pp. 633–642.
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(02\)00589-4](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(02)00589-4)
- [21] Boukhalfa N. Chemical kinetic modeling of methane combustion. *Procedia Eng.*, 2016, vol. 148, pp. 1130–1136. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.561>
- [22] Khuzhaev I.K., Khamdamov M.M., Abdusattorov S.Sh. A numerical method for solution of the problem of the axisymmetric turbulent jet of a propane-butane mixture during diffusion combustion. *Problemy vychislitel'noy i prikladnoy matematiki* [Problems of Computational and Applied Mathematics], 2018, no. 3, pp. 61–78 (in Russ.).
- [23] Khojaev I.K., Hamdamov M.M. Numerical results of diffusion combustion in turbulent flow of reacting gases. *IJAST*, 2020, vol. 29, no. 9S, pp. 2060–2074.
- [24] Khojaev I.K., Hamdamov M. Numerical method for calculating axisymmetric turbulent jets of reacting gases during diffusion combustion. *JARDCS*, 2020, vol. 12, no. 7S. DOI: <http://doi.org/10.5373/JARDCS/V12SP7/20202324>
- [25] Zhumaev Zh. *Issledovanie nachal'nogo uchastka turbulentnykh struy reagiruyushchikh gazov*. Diss. kand. fiz.-mat. nauk [Study on the entrance region of reacting gases in turbulent jets. Cand. Phys.-Math. Sc. Diss.]. Tashkent, II SSS AS RUZ, 1991 (in Russ.).

Khujaev I.K. — Dr. Sc. (Eng.), Laboratory of Mechanics of Fluids and Drive Systems, Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan (Durmon ul. 33, Tashkent, 100125 Republic of Uzbekistan).

Hamdamov M.M. — Post-Graduate Student, Laboratory of Mechanics of Fluids and Drive Systems, Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan (Durmon ul. 33, Tashkent, 100125 Republic of Uzbekistan).

Please cite this article in English as:

Khujaev I.K., Hamdamov M.M. Axisymmetric turbulent methane jet propagation in a co-current air flow under combustion at a finite velocity. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2021, no. 5 (98), pp. 89–108 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-5-89-108>