

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОМ НАГРЕВЕ НОСОВЫХ ЧАСТЕЙ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В.Ф. Формалев

formalev38@yandex.ru

С.А. Колесник

sergey@oviont.com

Б.А. Гарибян

bagarib@yandex.ru

МАИ, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Исследован тепломассоперенос на боковых поверхностях затупленных носовых конусов гиперзвуковых летательных аппаратов в условиях аэродинамического нагрева. Сформулирована задача о вязком течении и тепломассопереносе в динамическом, тепловом и диффузионном пограничных слоях. На основе незначительных упрощений получены приближенные аналитические решения относительно газодинамических, тепловых и диффузионных характеристик диссоциирующего течения. Получены замкнутые аналитические выражения по распределению энтальпии и концентраций компонентов газовой смеси по толщине пограничных слоев. Конвективные и диффузионные тепловые потоки к поверхности летательного аппарата определены с использованием производных распределений энтальпий и концентраций по вертикальной переменной на стенке. С использованием баланса подводимых и отводимых за счет излучения и отвода теплоты конвективно-диффузионных тепловых потоков внутрь корпуса получено нелинейное уравнение относительно температуры стенки, которое решается численно. Получены и проанализированы численные результаты по конвективно-диффузионным тепловым потокам и температурам стенки гиперзвуковых летательных аппаратов в зависимости от числа Маха и высоты полета в широком диапазоне значений, позволяющие определить границы скоростей и высот, при которых отсутствует унос массы теплозащитного покрытия. Исследовано

Ключевые слова

Аэродинамический нагрев, гиперзвуковой летательный аппарат, затупленное тело, каталитическая активность, конвективно-диффузионный тепловой поток, пограничный слой, тепловое состояние, теплозащитное покрытие, тепломассоперенос, число Маха

влияние каталитических свойств поверхности лета-	Поступила 27.05.2021
тельного аппарата на теплообмен в тех же диапазо-	Принята 23.06.2021
нах значений числа Маха и высоты полета	© Автор(ы), 2022

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (№ FSFF-2020-0013)

Введение. Гиперзвуковой поток летательных аппаратов (ЛА) характеризуется высокими скоростями (числа Маха $M_\infty \geq 5-6$). При таких скоростях возникают высокие температуры в ударных слоях, под действием которых происходят химические реакции диссоциации с поглощением значительного количества теплоты и рекомбинации атомов в молекулы на холодных стенках ЛА с выделением того же количества теплоты [1–4]. При этом стенка ЛА может быть как каталитической, способствующей рекомбинации атомов в молекулы (и, следовательно, дополнительному возникновению теплоты, что нежелательно), так и некаталитической, для которой на стенке наблюдается конвективно-диффузионный теплообмен.

Если учитывать отток тепловой энергии внутрь корпуса ЛА, то необходимо решать задачу сопряженного теплопереноса в пограничном слое и теплопроводности в теле для определения теплового состояния корпуса ЛА [5–11]. Наиболее полно теплообмен в ламинарных и турбулентных пограничных слоях описан в фундаментальных работах [3, 12, 13], в химических реакциях и пограничных слоях — в [2, 4, 5].

За исключением [2, 5], в большинстве работ рассмотрены вопросы определения тепловых потоков к стенке ЛА в несопряженной постановке, в которых граничные условия по температуре стенки принимались в виде определяющей температуры, а не из баланса тепловых потоков, причем излучение от стенки не учитывалось ни в одной из работ.

Цель работы — сформулировать задачу о течении и теплопереносе химически реагирующего теплового и диффузионного пограничных слоев бинарной смеси (легкая — атомарный компонент, тяжелая — молекулярный компонент). Сформулированы граничные условия на внешней границе пограничных слоев и стенке. Проведена частичная линеаризация уравнений, что позволило получить и исследовать приближенные аналитические решения относительно газодинамических характеристик и тепловых потоков.

На основе балансовых соотношений подводимых конвективно-диффузионных тепловых потоков, отводимых за счет излучения по закону Стефана — Больцмана, кондуктивного теплового потока внутрь затупленного тела, получено нелинейное уравнение относительно температуры по-

верхности тела, позволяющее определить тепловое состояние корпуса ЛА, наличие или отсутствие уноса массы теплозащитного покрытия ЛА, а также выделяемую теплоту при рекомбинации атомов в молекулы в случае абсолютно или частично каталитической активности стенки.

Постановка задачи. Рассмотрена система уравнений диссоциирующего пограничного слоя в следующем виде. Уравнение сохранения импульса в проекции на ось Ox (рис. 1):

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right). \quad (1)$$

Уравнение сохранения импульса в проекции на ось Oy :

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} \text{ или } \frac{\partial p_e}{\partial x} = -\rho u_e \frac{\partial u_e}{\partial x}. \quad (2)$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial (\rho u r_0^S)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v r_0^S)}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Уравнение диффузии для каждого компонента с концентрацией $C_i = \rho_i / \rho$:

$$\rho u \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_{12} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + w_i, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Уравнение сохранения энергии

$$\begin{aligned} & \rho u \frac{\partial I}{\partial x} + \rho v \frac{\partial I}{\partial y} = \\ & = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial I}{\partial y} + \mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial u^2}{2 \partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{Le} - 1 \right) \rho D_{12} \sum_i h_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right], \quad (5) \\ & \quad \quad \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Здесь ρ , p — плотность и давление; u , v — компоненты вектора скорости; x , y — продольная и поперечная ортогональные координаты (см. рис. 1); μ — динамическая вязкость; r_0^S — расстояние от оси тела до его наружной границы; D_{12} — коэффициент бинарной диффузии; w_i — скорость образования i -го компонента; Pr — число Прандтля, $Pr = \mu c_p^u / \lambda$; $Le = Pr / Sm$ — число Льюиса, $Sm = \mu / (\rho D_{12})$ — число Шмидта, c_p^u — теплоемкость при постоянном давлении; λ — теплопроводность воздуха; I — энтальпия газа,

$$I = h + \frac{u^2}{2}, \quad h = \sum_i C_i h_i, \quad h_i = \int_0^T C_i dt + h_i^0, \quad (6)$$

где h — теплосодержание при статической температуре T ; $u^2/2$ — кинетическая энергия единицы массы; h_i — теплосодержание i -го компонента при температуре T ; h_i^0 — теплота образования i -го компонента.

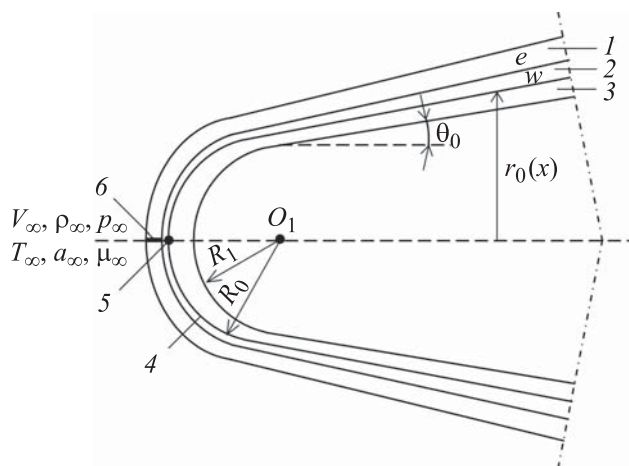


Рис. 1. Схема обтекания затупленного тела гиперзвуковым потоком газа:

- 1 — ударный слой; 2 — пограничный слой; 3 — затупленный конус (клин);
- 4 — звуковая поверхность; 5 — критическая точка; 6 — отход ударной волны

Система уравнений (1)–(6) существенно нелинейна и решать ее, если не вводить линеаризующие систему упрощения, можно только численно. Для ее решения необходимо задать граничные условия на внешней границе пограничного слоя (индекс «e») $y = \delta(x)$ и на стенке тела (индекс «w»).

Как правило, на внешней границе задается давление $p_e(x)$, которое для затупленных конусов (клиньев) может быть выражено с использованием интерполяционных формул Лунева [14]:

$$\frac{p_e(x)}{p_0} = 1 - 1,17 \sin^2 \theta + 0,225 \sin^6 \theta, \quad 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} - \theta_0,$$

где $\theta = x / R_0$, R_0 — радиус затупления; θ_0 — угол полуконусности;

$$\frac{p_e(x)}{p_0} = A \ln(x + B), \quad x > \frac{\pi}{2} - \theta_0,$$

где p_0 — давление торможения [1, 15]; $A = -0,01227$; $B = -1,35$.

Остальные газодинамические характеристики на внешней границе пограничного слоя можно принять из энтропических соотношений [15].

Однако при гиперзвуковых скоростях головная ударная волна так близко располагается к боковой поверхности носовой части, что ударный слой расположен внутри пограничного слоя и поэтому в качестве газодинамических характеристик на внешней границе можно принять характеристики непосредственно за носовой частью ударной волны:

$$\frac{p_e}{p_\infty} = \frac{2k}{k+1} M_\infty^2 \sin^2 \beta - \frac{k-1}{k+1};$$

$$\frac{\rho_e}{\rho_\infty} = \frac{\frac{k+1}{k-1} M_\infty^2 \sin^2 \beta}{\frac{2}{k-1} + M_\infty^2 \sin^2 \beta};$$

$$\frac{T_e}{T_\infty} = \left(\frac{2k}{k+1} M_\infty^2 \sin^2 \beta - \frac{k-1}{k+1} \right) \left(\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M_\infty^2 \sin^2 \beta} \right),$$

где M_∞ — число Маха набегающего потока; β — угол отклонения вектора скорости за ударной волной по отношению к оси тела, связан с углом местной касательной к ударной волне θ по отношению к оси тела соотношением [15]; $k = c_p / c_v$ — постоянная адиабаты;

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{ctg} \beta \frac{M_\infty^2 \sin^2 \beta}{1 + M_\infty^2 \left(\frac{k+1}{2} - \sin^2 \beta \right)}.$$

Скорость u_e на внешней границе определяется из уравнения сохранения тепловой энергии на ударной волне:

$$I + \frac{V_\infty^2}{2} = I_e + \frac{u_e^2}{2}; \quad V_\infty = \sqrt{u_\infty^2 + v_\infty^2},$$

отсюда

$$u_e = \sqrt{2 \left[c_{p,\infty} T_\infty + \frac{1}{2} \left(M_\infty (a_{зв})_\infty^2 \right) - c_{pe} T_e \right]}.$$

Кинетические коэффициенты μ, c_p, λ приведены в [1].

На границе тела $y = 0$ выполняются условия прилипания:

$$u(x, 0) = 0, \quad x \geq 0, \quad y = 0;$$

$$v(x, 0) = 0, \quad x \geq 0, \quad y = 0.$$

Энтальпия на стенке I_w вычисляется по температуре стенки:

$$I_w(x, 0) = c_{pw} T_w(x, 0), \quad x \geq 0, \quad y = 0.$$

Кроме того, на границе тела должно выполняться условие неразрывности теплового потока, подводимого от газа к телу, и теплового потока, входящего в тело:

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y_s=0+0} = \left(\lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial y} + \rho D_{12} h_A^p \frac{\partial C_A}{\partial y} \right)_{y_g=0+0} - q_\varepsilon, \quad (7)$$

где $q_\varepsilon = \varepsilon \sigma T_w^4$ — лучистый тепловой поток от стенки со степенью черноты ε по закону Стефана — Больцмана.

Упрощение системы уравнений пограничного слоя и метод решения. Рассмотрим бинарную смесь воздуха, состоящую из легких компонентов — атомов с концентрациями $C_A = \alpha$ и тяжелых — молекул с концентрациями $C_M = 1 - C_A = 1 - \alpha$. Полагаем смесь «замороженной», т. е. скорость w образования компонентов настолько мала, что можно принять $w = 0$. Далее предположим выполнение аналогии Рейнольдса, когда профили скоростей $u(y)$, концентраций $\alpha(y)$ и энтальпии $I(y)$ будут автомодельными, т. е. профили этих функций подобны. Тогда при $Pr = 1$, $Le = 1$, $Sm = 1$ ($Sm = \mu / (\rho D_{12})$ и $\mu = \rho D_{12}$), пренебрегая производными газодинамических функций и продольной переменной x , система уравнений пограничного слоя (1)–(6) упрощается и представляется в форме

$$\rho \nu \delta_{ex} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right); \quad (8)$$

$$\rho \nu \delta_{ex} \frac{\partial \bar{I}}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\mu \frac{\partial \bar{I}}{\partial \bar{y}} \right); \quad (9)$$

$$\rho \nu \delta_{ex} \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\mu \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \bar{y}} \right). \quad (10)$$

Здесь

$$\bar{y} = \frac{y}{\delta_{ex}}; \quad \bar{u}(x, \bar{y}) = \frac{u(x, y)}{u_e(x)}; \quad \bar{I}(\bar{y}) = \frac{I(\bar{y}) - I_w}{I_e - I_w}; \quad \bar{\alpha}(\bar{y}) = \frac{\alpha(\bar{y}) - \alpha_w}{\alpha_e - \alpha_w}, \quad (11)$$

где δ_{ex} — толщина пограничного слоя [13],

$$\delta_{ex} = \frac{0,37}{Re_x^{0,2}} x, \quad (12)$$

$Re_x = \rho_e u_e x / \mu_e$ — число Рейнольдса.

Граничные условия:

$$\text{при } y = 0: u(x, 0), \bar{\alpha}(0) = 0, I(0) = I_w; \quad (13)$$

$$\text{при } y \rightarrow \infty (y = \delta_e(x)): \bar{u}(x, \infty) = 1, \bar{\alpha}(\infty) = 1, I(\infty) = 1. \quad (14)$$

Интегрируя систему (8)–(14), находим

$$\frac{u(\bar{y})}{u_e} = \frac{\exp(\text{Re}_\delta \bar{y}) - 1}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1};$$

$$\frac{I(\bar{y}) - I_w}{I_e - I_w} = \frac{\exp(\text{Re}_\delta \bar{y}) - 1}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1}; \quad (15)$$

$$\frac{\alpha(\bar{y}) - \alpha_w}{\alpha_e - \alpha_w} = \frac{\exp(\text{Re}_\delta \bar{y}) - 1}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1}, \quad (16)$$

где $\text{Re}_\delta = \rho v \delta_{ex} / \mu$ — местное число Рейнольдса, рассчитанное по толщине пограничного слоя δ_{ex} на расстоянии x от критической точки тела и его вертикальному моменту скорости v .

Из (15) имеем

$$I(\bar{y}) = I_w + \frac{\exp(\text{Re}_\delta \bar{y}) - 1}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} (I_e - I_w), \quad (17)$$

где $I_e = (c_p)_e T_e + \frac{u_e^2}{2} + \sum_i C_i h_i$.

Для бинарной смеси

$$\begin{aligned} \sum_i C_i h_i &= \alpha h_A + (1 + \alpha) h_M = \alpha (c_{qA} T + h_A^0) + (1 + \alpha) (c_{pM} T + h_M^0) = \\ &= (h_A^0 - h_M^0) \alpha + h_M^0 \approx \alpha h_A^0, \end{aligned}$$

где энтальпия образования молекул $h_M^0 \approx 0$ по сравнению с h_A^0 . Таким образом, (17) будет иметь вид

$$(c_p)_{cp} T(\bar{y}) = c_{pw} T_w \frac{\exp(\text{Re}_\delta \bar{y}) - 1}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} \left[(c_p)_e T_e + \frac{u_e^2}{2} + (\alpha h_A^0)_e - (\alpha h_A^0)_w \right]. \quad (18)$$

Продифференцируем левую и правую части выражения (18) по переменной y $\left(\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} = \frac{1}{(\delta_e)_x} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \right)$, примем $\bar{y} = 0$ и полученное выражение умножим на λ_w , тогда конвективный тепловой поток, подводимый к телу:

$$\begin{aligned} \lambda_w \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \frac{\lambda_w}{(c_p)_{cp}} \frac{\text{Re}_\delta \exp(\text{Re}_\delta \bar{y}) - 1}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} \frac{1}{\delta_{ex}} \left[c_{pe} T_e + \frac{u_e^2}{2} - c_{pw} T_w \right]_{g=0} = \\ &= \frac{\lambda_w}{(c_p)_{cp} \delta_{ex}} \frac{\text{Re}_\delta}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} \left[c_{pe} T_e + \frac{u_e^2}{2} - c_{pw} T_w \right], \quad (19) \end{aligned}$$

где $(c_p)_{cp}$ — усредненная теплоемкость газа по толщине пограничного слоя, разность энергий образования на внешней границе и стенке примерно равна нулю.

Согласно уравнению энергии, суммарный тепловой поток в стенку равен конвективной составляющей (19) и диффузионной

$$q_D = \rho D_{12} \sum_i h_i \frac{\partial C_i}{\partial y}. \quad (20)$$

Для бинарной реагирующей смеси атомов и молекул с концентрациями $C_A = \alpha$, $C_M = 1 - \alpha$ и энтальпиями h_A , h_M выражение (20) примет вид

$$\begin{aligned} q_D &= \rho D_{12} \left[h_A \frac{\partial C_A}{\partial y} + h_M \frac{\partial C_M}{\partial y} \right] = \\ &= \rho D_{12} \left[\left(\int_0^T c_{pA} dT + h_A^0 \right) \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \left(\int_0^T c_{pM} dT + h_M^0 \right) \frac{\partial (1 - \alpha)}{\partial y} \right] = \\ &= \rho D_{12} \left[h_A^0 + \int_0^T (c_{pA} - c_{pM}) dT - h_M^0 \right] \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y}, \end{aligned} \quad (21)$$

поскольку $h_A^0 \gg \int_0^T (c_{pA} - c_{pM}) dT$, а $h_M = 0$.

Подставляя в (21) $\alpha(\bar{y})$ из (16), получаем

$$\rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial \bar{y}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} = \rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[\alpha_w + \frac{\exp(\text{Re}_\delta \bar{y}) - 1}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} (\alpha_e - \alpha_w) \right]_{\bar{y}=0}$$

или

$$q_D = \frac{\rho D_{12}}{\delta_{ex}} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} \frac{\text{Re}_\delta}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} (\alpha_e - \alpha_w). \quad (22)$$

Формула (22) определяет диффузионный тепловой поток в стенку.

Суммарный конвективный и диффузионный тепловой поток

$$q_w = \lambda_w \frac{\text{Re}_\delta}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} \left[\frac{\lambda_w}{(c_p)_{cp}} \left(c_{pe} T_e + \frac{u_e^2}{2} - c_{pw} T_w \right) + \frac{\rho D_{12}}{\delta_{ex}} h_A^0 (\alpha_e - \alpha_w) \right], \quad (23)$$

где

$$\frac{\lambda_w}{(c_p)_{cp}} = \frac{\mu}{\text{Pr}} \Big|_{\text{Pr}=1} = \mu; \quad \rho D_{12} = \frac{\mu}{\text{Sm}} \Big|_{\text{Sm}=1} = \mu.$$

Кроме того, за счет малого угла полуконусности носовой части вертикальная составляющая v вектора скорости на четыре порядка ниже продольной составляющей и, следовательно, Re_δ имеет порядок единицы:

$$\frac{\text{Re}_\delta}{\exp(\text{Re}_\delta) - 1} \approx \frac{\text{Re}_\delta}{1 + \text{Re}_\delta} = 1.$$

В соответствии с этими значениями суммарный тепловой поток (23) упрощается:

$$q_w = \frac{\mu}{\delta_{ex}} \left[c_{pe} T_e + \frac{u_e^2}{2} - c_{pw} T_w + h_A^0 (\alpha_e - \alpha_w) \right], \quad (24)$$

в котором $h_A^0 = 29\,820$ кДж/кг.

Температуру поверхности T_w тела можно найти из баланса (7), если кондуктивный тепловой поток в тело аппроксимировать линейной функцией. Тогда из (7) имеем

$$\lambda_T \frac{T_w - T_0}{\delta_T} = \frac{\mu}{\delta_{ex}} \left[c_{pe} T_e + \frac{u_e^2}{2} - c_{pw} T_w + h_A^0 (\alpha_e - \alpha_w) \right] - q\sigma T_w^4. \quad (25)$$

Здесь T_0 — начальная температура тела. Нелинейное уравнение (25) решается итерационным методом.

Анализ результатов. По формулам (24), (25) проведены массовые расчеты тепловых потоков q_w и температуры боковой поверхности затупленных конусов в широком диапазоне чисел Маха и высоты полета гиперзвукового ЛА. Часть результатов приведена на рис. 2. Входные данные: угол полуконусности $\theta_0 = 10^\circ$, радиус затупления $R_0 = 0,02$ м, скорости полета

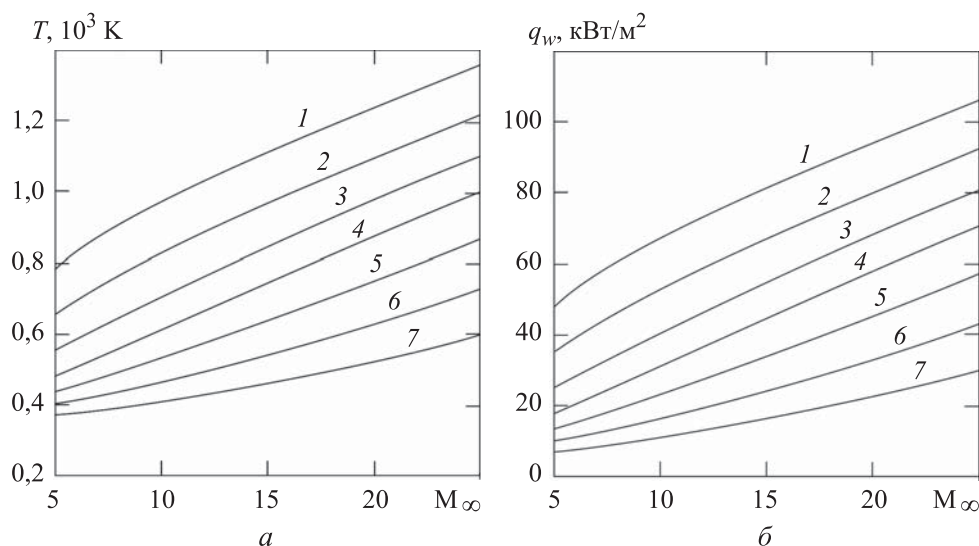


Рис. 2. Зависимости температуры стенки (а) и теплового потока к стенке (б) от числа Маха при высоте полета $H = 20$ (1), 30 (2), 40 (3), 50 (4), 60 (5), 70 (6) и 80 км (7)

соответствуют числу Маха в диапазоне $5 \leq M_\infty \leq 25$, а высота полета — в диапазоне $20 \leq H \leq 80$ км. Расстояние по образующей тела принималось равным $x = 0,4$ м, считая от критической точки, так что пограничный слой был турбулентным. Толщина тепловой защиты $\delta_T = 0,01$ м, коэффициент теплопроводности тела $\lambda_T = 1,0 \dots 50,0$ Вт/(м · К). Согласно приведенным данным, максимальные значения температуры поверхности и теплового потока наблюдаются на самых низких высотах и максимальных скоростях (см. рис. 2). Во всех случаях температура с учетом излучения и отвода теплоты в глубь тела не превышала 1400 К, а тепловой поток не превышал 100 кВт/м². Таким образом, тепловая защита в этих условиях полета может функционировать без уноса массы.

Зависимости температуры стенки и теплового потока от числа Маха и перепада атомарных концентраций $\Delta\alpha = \alpha_e - \alpha_w$ при $H = 40$ км приведены на рис. 3. При $\Delta\alpha = 1$ ($\alpha_w = 0$) на стенке атомарная концентрация

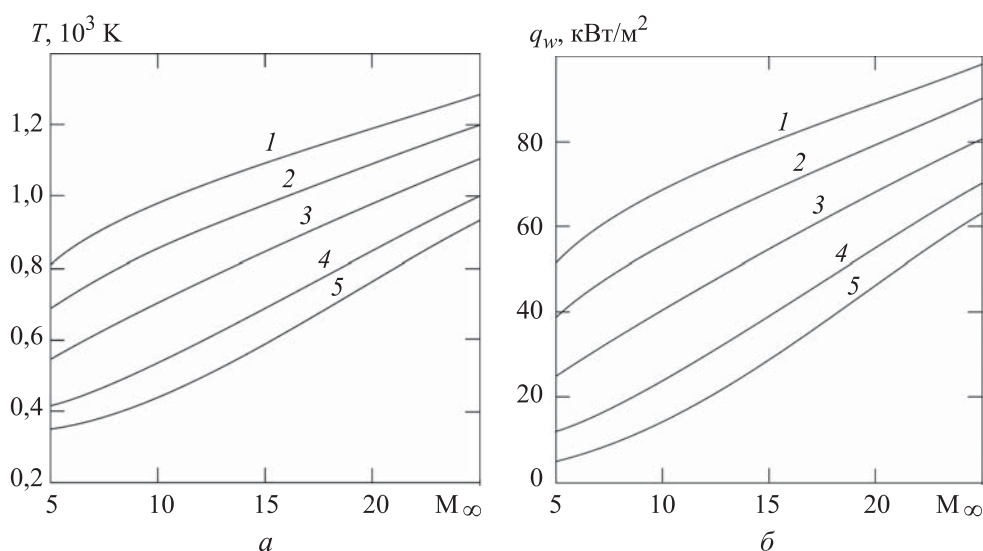


Рис. 3. Зависимости температуры (а) и теплового потока к стенке (б) от числа Маха при $H = 40$ км и перепаде атомарных концентраций $\Delta\alpha = \alpha_e - \alpha_w = 0,01$ (1), 0,025 (2), 0,05 (3), 0,075 (4) и 1,0 (5)

равна нулю, т. е. все атомы рекомбинированы в молекулы, отдав всю теплоту, выделившуюся при рекомбинации, в стенку, поэтому температура и тепловые потоки максимальные (кривая 5, см. рис. 3), т. е. в этом случае стенка абсолютно каталитическая. В случае $\Delta\alpha = 0,01$ ($\alpha_w = 0,99$) стенка некаталитическая и температура на ней и тепловые потоки минимальны (кривая 1, см. рис. 3).

Заключение. Поставлена и приближенно-аналитически решена задача о тепломассопереносе на боковых поверхностях затупленных конусов (клиньев) при гиперзвуковом обтекании с учетом химических реакций диссоциации (и рекомбинации), диффузии, каталитичности стенки и сопряженного теплообмена. Система уравнений пограничного слоя сведена к автономной системе динамического, теплового и диффузионного пограничных слоев.

Интегрирование полученных уравнений с учетом сформулированных граничных условий позволило установить газодинамические характеристики вязкого гиперзвукового течения, с использованием которых были определены конвективные и диффузионные тепловые потоки к корпусу ЛА. С помощью баланса подводимых к корпусу и отводимых за счет излучения и теплопроводности внутрь тела тепловых потоков получено нелинейное уравнение относительно температуры стенки, решение которого итерационным методом дало возможность определить температуру поверхности ЛА. Получены значения тепловых потоков и температуры в широких диапазонах числа Маха $5 \leq M_\infty \leq 25$ и высоты $20 \leq H \leq 80$ км.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Краснов Н.Ф. Аэродинамика тел вращения. М., Машиностроение, 1964.
- [2] Дорренс У.Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., Мир, 1966.
- [3] Авдеевский В.С. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М., Машиностроение, 1992.
- [4] Никитин П.В., Сотник Е.В. Катализ и излучение в системах тепловой защиты космических аппаратов. М., Янус-К, 2013.
- [5] Формалев В.Ф., Колесник С.А. Математическое моделирование сопряженного теплопереноса между вязкими газодинамическими течениями и анизотропными телами. М., Ленанд, 2019.
- [6] Формалев В.Ф., Колесник С.А. Сопряженный теплоперенос между пристенными газодинамическими течениями и анизотропными телами. *ТВТ*, 2007, т. 45, № 1, с. 85–93.
- [7] Формалев В.Ф., Колесник С.А., Гарибян Б.А. Теплоперенос с поглощением в анизотропной тепловой защите высокотемпературных изделий. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2019, № 5 (86), с. 35–49. DOI: <http://doi.org/10.18698/1812-3368-2019-5-35-49>
- [8] Формалев В.Ф., Колесник С.А., Гарибян Б.А. Аналитическое решение задачи о сопряженном теплообмене между газодинамическим пограничным слоем и анизотропной полосой. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2020, № 5 (92), с. 44–59. DOI: <http://doi.org/10.18698/1812-3368-2020-5-44-59>

- [9] Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л. Влияние продольной неизотермичности на сопряженный теплообмен между пристенными газодинамическими течениями и затупленными анизотропными телами. *ТВТ*, 2009, т. 47, № 2, с. 247–252.
- [10] Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л. Влияние компонентов тензора теплопроводности теплозащитного материала на величину тепловых потоков от газодинамического пограничного слоя. *ТВТ*, 2019, т. 57, № 1, с. 66–71.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S0040364419010083>
- [11] Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л. Моделирование сопряженного теплообмена в пакетах малогабаритных газодинамических сопел с охлаждением. *ТВТ*, 2015, т. 53, № 5, с. 735–740. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364415050117>
- [12] Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., Наука, 1969.
- [13] Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М., Машиностроение, 1975.
- [14] Аржаников Н.С., Садекова Г.С. Аэродинамика больших скоростей. М., Высш. шк., 1965.
- [15] Галицейский Б.М., ред. Тепловая защита лопаток турбин. М., Изд-во МАИ, 1996.

Формалев Владимир Федорович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и программирование» МАИ (Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4).

Колесник Сергей Александрович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и программирование» МАИ (Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4).

Гарибян Борис Александрович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Математическая кибернетика» МАИ (Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Формалев В.Ф., Колесник С.А., Гарибян Б.А. Математическое моделирование тепломассопереноса при аэродинамическом нагреве носовых частей гиперзвуковых летательных аппаратов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2022, № 1 (100), с. 107–121.

DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-1-107-121>

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT AND MASS TRANSFER DURING AERODYNAMIC HEATING OF THE NOSE PARTS OF HYPERSONIC AIRCRAFT

V.F. Formalev

formalev38@yandex.ru

S.A. Kolesnik

sergey@oviont.com

B.A. Garibyan

bagarib@yandex.ru

Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, Russian Federation

Abstract

The study focuses on heat and mass transfer on the side surfaces of blunt nose cones of hypersonic aircraft under aerodynamic heating conditions and formulates the problem of viscous flow and heat and mass transfer in dynamic, thermal, and diffusion boundary layers. After minor simplifications, we found approximate analytical solutions related to the gas-dynamic, thermal, and diffusion characteristics of the dissociating flow and obtained closed analytical expressions for the distribution of enthalpy and concentrations of the gas mixture components over the thickness of the boundary layers. Furthermore, by the derivatives of the enthalpies and concentrations distributions with respect to the vertical variable on the wall, we determined convective and diffusion heat fluxes to the aircraft surface. Using the balance between the supplied convective-diffusion heat fluxes and the fluxes removed due to radiation and heat elimination into the body, we obtained a nonlinear equation for the wall temperature, which is solved numerically. Numerical results are obtained and analyzed on convective-diffusion heat fluxes and wall temperatures of hypersonic aircraft, depending on the Mach number and flight altitude in a wide range of values, which make it possible to determine the boundaries of speeds and altitudes at which the mass of the heat-shielding coating is not removed. Finally, we investigated the influence of the catalytic properties of the aircraft surface on heat transfer in the same ranges of the Mach number and flight altitude

Keywords

Aerodynamic heating, hypersonic aircraft, blunt body, catalytic activity, convective-diffusion heat flux, thermal flux, boundary layer, heat-shielding coating, heat and mass transfer, Mach number

Received 27.05.2021

Accepted 23.06.2021

© Author(s), 2022

The work was done within the framework of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (no. FSFF-2020-0013)

REFERENCES

- [1] Krasnov N.F. Aerodinamika tel vrashcheniya [Aerodynamics of rotary bodies]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1964.
- [2] Dorrance W.H. Viscous hypersonic flow. McGraw-Hill, 1962.
- [3] Avduevskiy V.S. Osnovy teploperedachi v aviatsionnoy i raketno-kosmicheskoy tekhnike [Fundamentals of heat transfer in aerotechnics and rocket and space equipment]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1992.
- [4] Nikitin P.V., Sotnik E.V. Kataliz i izluchenie v sistemakh teplovoy zashchity kosmicheskikh apparatov [Catalysis and radiation in systems of spacecraft thermal protection]. Moscow, Yanus-K Publ., 2013.
- [5] Formalev V.F., Kolesnik S.A. Matematicheskoe modelirovanie sopryazhennogo teploperenosa mezhdu vyazkimi gazodinamicheskimi techeniyami i anizotropnymi telami [Mathematical modelling of conjugate heat transfer among viscous gas flows and anisotropic bodies]. Moscow, Lenand Publ., 2019.
- [6] Formalev V.F., Kolesnik S.A. Conjugate heat transfer between wall gasdynamic flows and anisotropic bodies. *High Temp.*, 2007, vol. 45, no. 1, pp. 76–84. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X07010105>
- [7] Formalev V.F., Kolesnik S.A., Garibyan B.A. Heat transfer with absorption in anisotropic thermal protection of high-temperature products. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, no. 5 (86), pp. 35–49 (in Russ.). DOI: <http://doi.org/10.18698/1812-3368-2019-5-35-49>
- [8] Formalev V.F., Kolesnik S.A., Garibyan B.A. Analytical solution of the problem of conjugate heat transfer between a gasdynamic boundary layer and anisotropic strip. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2020, no. 5 (92), pp. 44–59 (in Russ.). DOI: <http://doi.org/10.18698/1812-3368-2020-5-44-59>
- [9] Formalev V.F., Kolesnik S.A., Kuznetsova E.L. The effect of longitudinal nonisothermality on conjugate heat transfer between wall gasdynamic flows and blunt anisotropic bodies. *High Temp.*, 2009, vol. 47, no. 2, pp. 228–234. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X09020138>
- [10] Formalev V.F., Kolesnik S.A., Kuznetsova E.L. Effect of components of the thermal conductivity tensor of heat-protection material on the value of heat fluxes from the gasdynamic boundary layer. *High Temp.*, 2019, vol. 57, no. 1, pp. 58–62. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X19010085>
- [11] Formalev V.F., Kolesnik S.A., Kuznetsova E.L. Modeling of conjugate heat transfer in packets of small-size planar gasdynamic cooled nozzles. *High Temp.*, 2015, vol. 53, no. 5, pp. 697–702. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X15050119>
- [12] Schlichting H. Grenzschicht-Theorie. Braun G., 1951.
- [13] Lunev V.V. Giperzvukovaya aerodinamika [Hypersonic aerodynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975.

[14] Arzhanikov N.S., Sadekova G.S. Aerodinamika bol'shikh skorostey [Aerodynamics of a high velocity]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1965.

[15] Galitseyskiy B.M., ed. Teplovaya zashchita lopatok turbin [Thermal protection of blades]. Moscow, MAI Publ., 1996.

Formalev V.F. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Computational Mathematics and Programming, Moscow Aviation Institute (National Research University) (Volokolamskoe shosse 4, Moscow, 125993 Russian Federation).

Kolesnik S.A. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Computational Mathematics and Programming, Moscow Aviation Institute (National Research University) (Volokolamskoe shosse 4, Moscow, 125993 Russian Federation).

Garibyan B.A. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assist. Professor, Department of Mathematical Cybernetics, Moscow Aviation Institute (National Research University) (Volokolamskoe shosse 4, Moscow, 125993 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Formalev V.F., Kolesnik S.A., Garibyan B.A. Mathematical modeling of heat and mass transfer during aerodynamic heating of the nose parts of hypersonic aircraft. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2022, no. 1 (100), pp. 107–121 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-1-107-121>