

## СОПОСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ГАЗОВЗВЕСЕЙ С МАССОВОЙ И ПОВЕРХНОСТНОЙ ПЛОТНОСТЯМИ ЗАРЯДОВ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ДИСПЕРСНОСТЕЙ ЧАСТИЦ

Д.А. Тукмаков

tukmakovda@imm.knc.ru

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань, Российская Федерация

---

### Аннотация

Работа посвящена математическому моделированию динамики неоднородных электрически заряженных сред. Исследована динамика газовзвесей — взвешенных в газе твердых частиц. Математическая модель реализовала континуальный подход к моделированию динамики неоднородных сред: модель учитывала межкомпонентные теплообмен и обмен импульсом. Несущая среда описана как вязкий, сжимаемый, теплопроводный газ. Уравнения математической модели дополнены начальными и граничными условиями. Система уравнений математической модели интегрирована явным конечно-разностным методом. Для получения монотонной сеточной функции использована нелинейная схема коррекции численного решения. Математическая модель дополнена уравнением Пуассона, описывающим электрическое поле, которое образовано электрически заряженными дисперсными включениями. Уравнение Пуассона интегрировалось конечно-разностными методами на газодинамической сетке. Численно исследовано течение газовзвеси, вызванное движением дисперсных частиц под действием силы Кулона. Моделировались течения газовзвесей с поверхностной и массовой плотностями электрического заряда. Для поверхностной модели плотности заряда происходит увеличение силы Кулона, действующей на единицу массы газовзвеси при уменьшении дисперсности частиц. Для массовой плотности заряда дисперсность частиц не влияет на удельную силу Кулона, воздействующую на частицы. Интенсивность течения газовзвеси возрастает при уменьшении размера частиц как

### Ключевые слова

*Численное моделирование, газовзвеси, многофазные среды, сила Кулона, модели плотности электрического заряда, межфазное взаимодействие*

---

для массовой, так и поверхностной моделей плотности заряда. Для поверхностной модели плотности заряда при уменьшении размера частиц происходит большее увеличение интенсивности перепада давления газа в формирующемся течении газозвеси, чем при моделировании динамики газозвеси с массовым распределением плотности электрического заряда

Поступила 16.11.2021

Принята 07.02.2022

© Автор(ы), 2022

---

*Работа выполнена в рамках государственного задания ФИЦ КазНЦ РАН*

**Введение.** Одной из развивающихся областей механики жидкости, газа и плазмы является динамика неоднородных сред [1–18]. В некоторых случаях возникает необходимость моделировать течения неоднородных сред, движущихся в электрическом поле [4–18]. Математические модели динамики нестационарных течений пылевой плазмы без учета влияния эффектов, связанных с газовой динамикой, приведены в [4, 5], численные и аналитические решения для плоской модели — в [4], численная модель для трехмерной модели в цилиндрической системе координат — в [5]. Сопоставление экспериментального исследования и численных расчетов течения запыленной электрически заряженной двухфазной среды в канале, без учета взаимного силового влияния компонент смеси, проведено в [6]. Ионно-звуковые волны в пылевой плазме описаны в [7], также представлены методики математического моделирования, выполнено сопоставление математических расчетов с физическим экспериментом. Влияние пылевых структур на электрически заряженный столб тлеющего разряда рассмотрено в [8], приведены примеры расчетов для конкретных условий экспериментов. Исследованию динамики пылинок различных материалов, используемых в термоядерных энергетических установках, посвящена [9], построена модель для описания пылеобразования, показано различие динамики частиц из легких и тяжелых элементов. Вопрос о распределении кинетической энергии частиц в неоднородной плазменно-пылевой структуре исследован в [10]. Доказано, что вследствие неоднородности параметров смеси средняя кинетическая энергия частиц в центральной части структуры может значительно отличаться от средней кинетической энергии частиц на периферии. Эффекты выявлены с использованием аналитических методов и численного моделирования, а также сравнением с плазменно-пылевым экспериментом в тлеющем разряде постоянного тока. Исследованию динамических свойств плазменно-пылевой смеси из одинаково отрицательно заряженных пылевых частиц посвящена [11]. Аналити-

ческое решение уравнения Кортевега-де-Вриза с затуханием получено в [12], исследовано влияние параметров плазмы на амплитуду и ширину ионно-звуковых волн в пылевой плазме. Усовершенствование технологии электрических фильтров, очищающих газовые выбросы промышленных предприятий от дисперсных примесей, рассмотрено в [13]. С учетом перечисленных работ в фундаментальных исследованиях динамики электрически заряженных неоднородных сред изучают совокупность как электрофизических, так и гидродинамических процессов. В то же время для совершенствования технологий и устройств, работающих с электрически заряженными газовзвесями, необходимо выявление закономерностей динамики смесей в аэродинамическом и электрическом полях. В настоящей работе для массовых и поверхностных плотностей заряда дисперсной компоненты рассмотрено влияние размера частиц на движение дисперсной компоненты и взаимодействие между частицами и несущей средой. Проведено сопоставление закономерностей влияния дисперсности частиц на формирование течения газовзвеси, выявленных при различном определении плотности электрического заряда дисперсной компоненты.

**Методы исследования.** Для описания динамики электрически заряженной газовзвеси применена математическая модель, реализующая континуальный подход моделирования, в которой учитывается влияние компонентов гетерогенной среды друг на друга [1]. Движение несущей среды описано системой уравнений Навье — Стокса для вязкого сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [1–3, 13–18]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla (\rho_1 \mathbf{V}_1) &= 0; \\ \frac{\partial \rho_1 V_1^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho V_1^k V_1^i + \delta_{ik} p - \tau_{ik}) &= -F_k + \alpha \nabla^k p; \\ \frac{\partial (e_1)}{\partial t} + \nabla^i (V_1^i (e_1 + p - \tau_{ii}) - V_1^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i T_1) &= \\ = -Q - |F_k| (V_1^k - V_2^k) + \alpha \nabla^k (p V_1^k). \end{aligned} \quad (1)$$

Тензоры вязких напряжений:

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \mu \left( 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right); \quad \tau_{22} = \mu \left( 2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right); \quad \tau_{12} = \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right); \\ D &= \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}. \end{aligned}$$

Динамика дисперсной фазы описана уравнением сохранения средней плотности, уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения энергии с учетом взаимодействия компонентов смеси:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla (\rho_2 \mathbf{V}_2) &= 0; \\ \frac{\partial \rho_2 V_2^k}{\partial t} + \nabla^i (\rho_2 V_2^i V_2^k) &= F_k + F_{Ck} - \alpha \nabla^k p; \\ \frac{\partial (e_2)}{\partial t} + \nabla^k (e_2 V_2^k) &= Q. \end{aligned} \quad (2)$$

В (1) и (2)  $p, \rho_1, u_1, v_1$  — давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей  $x$  и  $y$ ;  $T_1, e_1$  — температура и полная энергия газа;  $\rho_2, T_2, e_2, u_2, v_2$  — средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы в направлении осей  $x$  и  $y$ ;  $F_k$  — пространственные составляющие силы аэродинамического сопротивления;  $F_{Ck}$  — пространственные составляющие силы Кулона, воздействующей на частицы;  $Q$  — поток теплоты между компонентами смеси;  $\mu$  — вязкость газа;  $\lambda$  — теплопроводность газа;  $\gamma$  — постоянная адиабаты. Температура несущей среды:  $T_1 = (\gamma - 1) (e_1 / \rho_1 - 0,5 (u_1^2 + v_1^2)) / R$ ,  $R$  — газовая постоянная несущей фазы. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы:  $e_2 = \rho_2 C_p T_2$ ,  $C_p$  — удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы, средняя плотность дисперсной фазы:  $\rho_2 = \alpha \rho_{20}$ ,  $\alpha$  — объемное содержание дисперсной фазы;  $\rho_{20}$  — физическая плотность материала дисперсной компоненты смеси. Потенциал электрического поля в расчетной области определяют из решения уравнения Пуассона. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газовой взвеси (массовая или поверхностная), отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [19, 20]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \rho_E / (\varepsilon \varepsilon_0), \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad \Delta^2 \varphi = -\rho_E / (\varepsilon \varepsilon_0), \quad \varepsilon_0 = 10^{-9} / (36\pi) \text{ Ф/м.} \quad (3)$$

$$\rho_E = \alpha \rho_{20} q_m; \quad \rho_E = S q_S = \frac{\alpha}{3r} q_S; \quad F_{Cx} = -\rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad F_{Cy} = -\rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

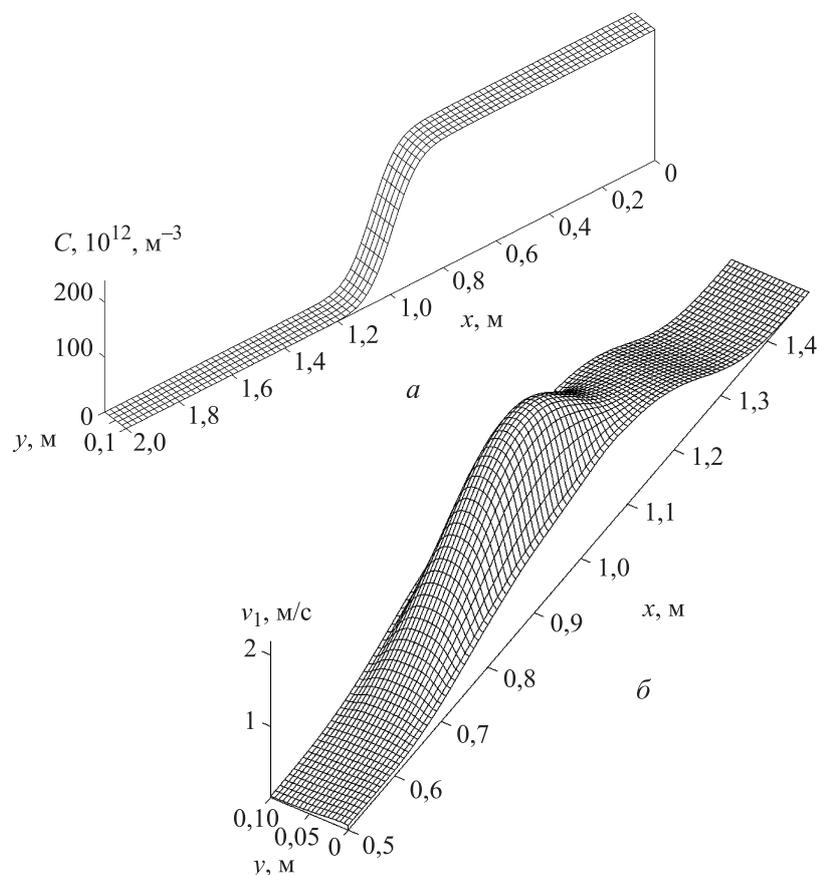
Здесь  $\rho_E$  — плотность заряда;  $q_i$  — удельный заряд единицы массы ( $m$ ) или площади ( $S$ ) твердой фракции;  $\varphi$  — потенциал электрического поля;

$\varepsilon = 1$  — относительная диэлектрическая проницаемость воздуха;  $\varepsilon_0$  — абсолютная диэлектрическая проницаемость воздуха. Система уравнений (1), (2) интегрирована явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности [21]. Для подавления численных осцилляций применена схема нелинейной коррекции сеточной функции [22, 23].

Система уравнений дополнена соответствующими начальными и граничными условиями. При расчете течений двухфазной смеси для составляющих скорости несущей среды и дисперсной компоненты заданы однородные граничные условия Дирихле на всех поверхностях. Для остальных динамических функций смеси на боковых поверхностях канала заданы однородные граничные условия Неймана, согласно методике конечно-разностного моделирования динамики сжимаемого теплопроводного газа [21] и методике моделирования динамики взвешенной в сжимаемом теплопроводном газе дисперсной компоненты с изменяющейся «средней плотностью» и энергией [2, 3].

Уравнение Пуассона [19, 20], описывающее потенциал электрического поля (3), решено методом конечных разностей с использованием итерационной схемы метода установления [24] на сгенерированной для газодинамических расчетов сетке. Это выполнено с целью учесть влияние силы Кулона при решении уравнений динамики двухфазной среды, а также распределение «средней плотности» дисперсной фазы в узлах разбиения физической области при решении уравнения Пуассона.

**Результаты расчетов.** Численно исследовано влияние дисперсности частиц на движение электрически заряженных газовзвесей с поверхностными и массовыми плотностями заряда. В качестве моделируемого процесса рассмотрено самосогласованное течение газовой взвеси, вызванное движением дисперсной компоненты под действием электрического поля. Расчетная область: канал длиной  $L = 2$  м, шириной  $h = 0,1$  м. Конечно-разностная сетка имела в продольном направлении  $N_x = 300$  узлов, в поперечном —  $N_y = 30$  узлов. В начальный момент времени канал разделен на две части: в одной части расположена электрически заряженная газовзвесь, в другой — однородный газ (для  $0 < x < 1$   $p = 98$  кПа,  $\rho_1 = 1,204$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_2 = T_1 = 293$  К,  $\alpha = 0,001$ ; для  $2 > x \geq 1$   $p = 98$  кПа,  $\rho_1 = 1,204$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_2 = T_1 = 293$  К,  $\alpha = 0$ ). Все дисперсные частицы имели положительный заряд, вследствие чего частицы перемещались в направлении той части канала, в которой отсутствует дисперсная компонента (рис. 1, а). Распределение модуля скорости газа ( $V_1 = \sqrt{u_1^2 + v_1^2}$ ) показано

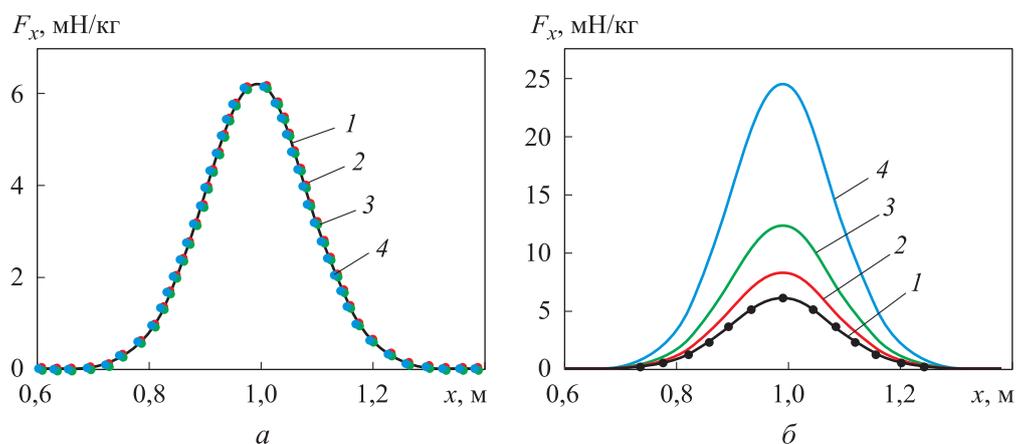


**Рис. 1.** Пространственные распределения концентрации частиц (а) и модуля скорости газа (б) для газовзвеси с размером частиц  $d = 2$  мкм, момент времени  $t = 1,3$  мс

на рис. 1, б, для составляющих скорости заданы граничные условия Дирихле, наибольшее значение модуль скорости газа достигает вблизи оси симметрии канала.

Пространственное распределение удельной силы Кулона для массовой модели плотности заряда частиц ( $q_m = 0,001$  Кл/кг) монодисперсных электрически заряженных газовзвесей с различными размерами дисперсных включений приведено на рис. 2, а.

Для размера дисперсного включения  $d = 8$  мкм, физической плотности материала твердой компоненты газовзвеси  $\rho_{20} = 1850$  кг/м<sup>3</sup>, объемного содержания дисперсной компоненты  $\alpha = 0,001$ , поверхностной и массовой плотностей заряда  $q_s = 0,0000497$  Кл/м<sup>2</sup>,  $q_m = 0,001$  Кл/кг рассчитанные значения силы Кулона одинаковы (рис. 2, б). Для поверхностной плотности заряда сила Кулона изменяется, увеличиваясь при умень-



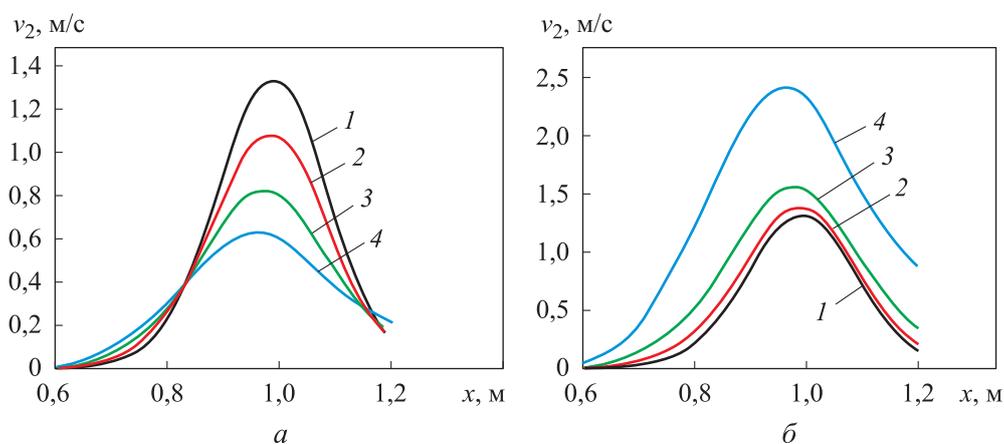
**Рис. 2.** Пространственные распределения  $x$ -составляющей удельной силы Кулона для размеров дисперсных включений твердого компонента  $d = 8$  (1), 6 (2), 4 (3), 2 мкм (4) при массовом (а) и поверхностном (б) распределении электрического заряда газозвеси, момент времени  $t = 1,3$  мс,  $y = 0,05$  м:

- — распределение  $x$ -составляющей удельной силы Кулона для массовой плотности заряда с дисперсностью частиц 8 мкм

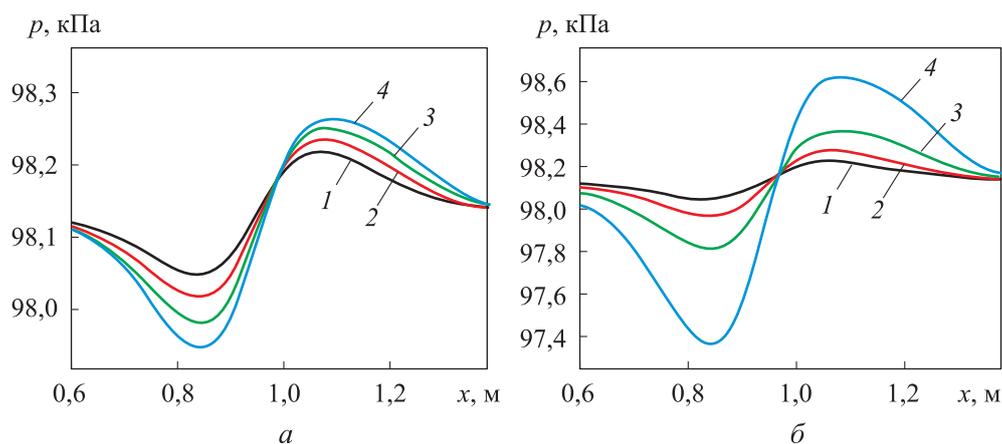
шении размера дисперсных включений частиц. Такая закономерность объясняется тем, что площадь дисперсной компоненты увеличивается при уменьшении размера частиц.

Несмотря на то что при массовой плотности заряда дисперсность частиц газозвеси не влияет на удельную силу Кулона, воздействующую на единицу массы дисперсной компоненты, скорость движения компоненты прямо пропорциональна размеру частиц (рис. 3, а). Это связано с тем, что при увеличении размера частицы ее площадь и, следовательно, сила аэродинамического сопротивления возрастают в квадратичной пропорции, масса частицы и воздействующая на частицу сила Кулона — в кубической пропорции. Для поверхностной плотности заряда дисперсной компоненты наблюдается обратная тенденция (рис. 3, б), поскольку для поверхностной плотности заряда удельная сила Кулона увеличивается с уменьшением размера частиц.

При массовой плотности заряда дисперсной компоненты интенсивность перепада давления обратно пропорциональна размеру частиц газозвеси (рис. 4, а), так как увеличение размера частиц приводит к уменьшению площади контакта несущей среды и дисперсной компоненты газозвеси. Для поверхностной плотности заряда наблюдается аналогичная закономерность (рис. 4, б).



**Рис. 3.** Пространственные распределения  $x$ -составляющей скорости дисперсной компоненты для размеров дисперсных включений  $d = 8$  (1), 6 (2), 4 (3), 2 мкм (4) при массовом (а) и поверхностном (б) распределениях электрического заряда газозвеси, момент времени  $t = 1,3$  мс,  $y = 0,05$  м



**Рис. 4.** Пространственное распределение давления газа при массовом (а) и поверхностном (б) распределениях электрического заряда газозвеси для  $d = 8$  (1), 6 (2), 4 (3), 2 мкм (4), момент времени  $t = 1,3$  мс,  $y = 0,05$  м

Параметры моделируемого течения выбраны так, чтобы при  $d = 8$  мкм результаты расчетов для массовой и поверхностной плотностей заряда были идентичны. Однако при поверхностном задании плотности электрического заряда уменьшение дисперсности частиц приводит к более существенному, чем для массовой плотности заряда, увеличению интенсивности перепада давления в канале. Максимальные значения перепада давления газа при генерации течения газозвеси движущимися частицами для массового/поверхностного распределений плотности заряда частиц приведены ниже:

$d$ , мкм .....	8	6	4	2
$p_{\max} - p_{\min}$ , Па .....	176	215/249	268/547	314/1243

Выявленную закономерность можно объяснить тем, что при поверхностной плотности заряда дисперсной компоненты уменьшение дисперсности влечет за собой как увеличение площади контакта несущей среды и дисперсной компоненты, так и возрастание воздействующей на частицы газовзвеси силы Кулона.

**Заключение.** Представлены результаты численного моделирования течения газовзвеси, вызванного движением дисперсных включений под действием внутреннего электрического поля дисперсной компоненты. Проведено сопоставление математических моделей с поверхностной и массовой плотностями зарядов электрически заряженной газовзвеси. Для математических моделей с массовым и поверхностным заданием плотности заряда дисперсной компоненты наблюдается различное влияние дисперсности частиц на интенсивность течения запыленной среды. Для поверхностной плотности заряда удельная сила Кулона обратно пропорциональна размеру частиц. При уменьшении размера частиц для расчетов, проведенных как для массовой, так и для поверхностной плотностей электрического заряда дисперсной компоненты, происходит усиление интенсивности течения газовзвеси. Для поверхностной модели плотности заряда дисперсной компоненты уменьшение размера частиц приводит к существенно большему увеличению влияния силы Кулона на динамику несущей среды.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М., Наука, 1978.
- [2] Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб., Недра, 2003.
- [3] Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Волновые процессы в газовзвесах частиц металлов. Новосибирск, Параллель, 2015.
- [4] Семенов В.П., Тимофеев А.В. Параметрический резонанс и перенос энергии в пылевой плазме. *Матем. моделирование*, 2018, т. 30, № 2, с. 3–17.
- [5] Дикалюк А.С., Куратов С.Е. Реализация метода частиц-в-ячейках на неструктурированных сетках для численного моделирования плазменных устройств. *Матем. моделирование*, 2017, т. 29, № 9, с. 33–48.
- [6] Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., et al. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2016, vol. 93, pp. 778–787. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063>
- [7] Лосева Т.В., Попель С.И., Голубь А.П. Пылевые ионно-звуковые ударные волны в лабораторной, ионосферной и астрофизической плазме. *Физика плазмы*, 2020, т. 46, № 11, с. 1007–1025. DOI: <https://doi.org/10.31857/S0367292120110049>

- [8] Пикалев А.А., Сысун А.В., Олещук О.В. Радиальное распределение концентрации плазмы в положительном столбе тлеющего разряда с пылевыми частицами. *Изв. вузов. Физика*, 2020, т. 63, № 7, с. 162–170.  
DOI: <https://doi.org/10.17223/00213411/63/7/162>
- [9] Бастыкова Н.Х., Голятина Р.И., Коданова С.К. и др. Исследование эволюции пылинок из Be, Ni, Mo и W в термоядерном реакторе. *Прикладная физика*, 2020, № 3, с. 21–26.
- [10] Тимофеев А.В., Николаев В.С., Семенов В.П. Неоднородность структурных и динамических характеристик пылевой плазмы в газовом разряде. *ЖЭТФ*, 2020, т. 157, № 1, с. 180–188.
- [11] Колотинский Д.А., Николаев В.С., Тимофеев А.В. Влияние структурной неоднородности и невзаимных эффектов во взаимодействии макрочастиц на динамические свойства плазменно-пылевого монослоя. *Письма в ЖЭТФ*, 2021, т. 113, № 7-8, с. 514–522.
- [12] Paul A., Mandal G., Amin M.R., et al. Анализ решения модифицированного уравнения КДВ с затуханием для пылевой ионно-звуковой волны в присутствии сверхтепловых электронов. *Физика плазмы*, 2020, т. 46, № 1, с. 90–96.  
DOI: <https://doi.org/10.31857/S0367292120010151>
- [13] Чекалов Л.В., Гузаев В.А., Смирнов М.Е. Повышение эффективности электрофильтров тепловых электростанций путем совершенствования осадительных электродов. *Электрические станции*, 2021, № 7, с. 48–54.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.34831/EP.2021.1080.7.008>
- [14] Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Динамика заряженной газовой взвеси с начальным пространственно неравномерным распределением средней плотности дисперсной фазы при переходе к равновесному состоянию. *Теплофизика высоких температур*, 2017, т. 55, вып. 4, с. 509–512.  
DOI: <https://doi.org/10.7868/S004036441703022X>
- [15] Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Генерация акустического возмущения движущейся заряженной газовой взвесью. *Инженерно-физический журнал*, 2018, т. 91, № 5, с. 1207–1213.
- [16] Тукмаков Д.А., Ахунов А.А. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запыленную среду. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика*, 2020, т. 20, № 3, с. 183–192. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-183-192>
- [17] Тукмаков Д.А., Ахунов А.А. Численное исследование распространения ударной волны малой интенсивности из чистого газа в электрически заряженную запыленную среду. *Чебышевский сборник*, 2020, т. 21, № 4, с. 257–269.  
DOI: <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2020-21-4-257-269>
- [18] Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния параметров дисперсной фазы на генерацию течения газа, формирующегося при гравитационном осаждении аэрозоля. *Вычислительная механика сплошных сред*, 2020, т. 13, № 3, с. 279–287.  
DOI: <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.3.22>

- [19] Сальянов Ф.А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М., Наука, 1997.
- [20] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., Наука, 1982.
- [21] Fletcher C.A. Computation techniques for fluid dynamics 1. Fundamental and general techniques. In: *Scientific Computation*. Berlin, Heidelberg, Springer, 1998. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-58229-5>
- [22] Тукмаков А.Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе. *Авиационная техника*, 2006, № 4, с. 33–36.
- [23] Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа. *Матем. моделирование*, 1993, т. 5, № 3, с. 74–83.
- [24] Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы. Т. 2. М., Наука, 1977.

**Тукмаков Дмитрий Алексеевич** — канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник ИММ ФИЦ КазНЦ РАН (Российская Федерация, 420111, Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Тукмаков Д.А. Сопоставление численных моделей динамики электрически заряженных газовзвесей с массовой и поверхностной плотностями зарядов для различных дисперсностей частиц. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2022, № 3 (102), с. 43–56. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-3-43-56>

**COMPARISON OF NUMERICAL MODELS OF THE DYNAMICS OF ELECTRICALLY CHARGED GAS SUSPENSIONS WITH MASS AND SURFACE CHARGE DENSITIES FOR DIFFERENT PARTICLES DISPERSITIES**

**D.A. Tukmakov**

[tukmakovda@imm.knc.ru](mailto:tukmakovda@imm.knc.ru)

**Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences, Kazan, Russian Federation**

---

**Abstract**

The purpose of the study was to mathematically model the dynamics of inhomogeneous electrically charged media, such as that of gas suspensions, i.e., solid particles suspended in a gas. The mathematical model implemented a continuum approach to modeling the dynamics of inhomogeneous media, which implies taking into account intercomponent heat transfer and momentum exchange. The carrier medium was de-

**Keywords**

*Numerical simulation, gas suspensions, multiphase media, Coulomb force, models of electric charge density, interphase interaction*

scribed as a viscous, compressible, heat-conducting gas, the equations of the model were supplemented with initial and boundary conditions, and the system of the equations was integrated by an explicit finite-difference method. To obtain a monotonic grid function, a non-linear scheme for correcting the numerical solution was used. The mathematical model was supplemented with the Poisson equation describing the electric field, which is formed by electrically charged disperse inclusions. The Poisson equation was integrated by finite-difference methods on a gas-dynamic grid. The flow of a gas suspension caused by the motion of dispersed particles under the action of the Coulomb force was studied numerically. Flows of gas suspensions with surface and mass densities of electric charge were modeled. For the surface charge density model, the Coulomb force acting on the unit mass of the gas suspension increases with a decrease in the dispersion of particles. For the mass charge density, the dispersion of particles does not affect the specific Coulomb force acting on the particles. The intensity of the gas suspension flow increases with decreasing particle size, both for the mass and surface models of charge density. For the surface charge density model, as the particle size decreases, the intensity of the gas pressure drop in the emerging gas suspension flow increases more than when modeling the gas suspension dynamics with a mass distribution of the electric charge density

Received 16.11.2021

Accepted 07.02.2022

© Author(s), 2022

*The work was carried out within the framework of the state task of the Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences*

## REFERENCES

- [1] Nigmatulin R.I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Foundations of heterogeneous media mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1978.
- [2] Kutushev A.G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh* [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]. St. Petersburg, Nedra Publ., 2003.
- [3] Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. *Volnovye protsessy v gazovzvesyakh chastits metallov* [Wave processes in gas suspensions of metal particles]. Novosibirsk, Parallel Publ., 2015.
- [4] Semenov V.P., Timofeev A.V. Parametric resonance and energy transfer in dusty plasma. *Matem. modelirovanie*, 2018, vol. 30, no. 2, pp. 3–17 (in Russ.).

- [5] Dikalyuk A.S., Kuratov S.E. Numerical modeling of plasma devices by the Particle-In-Cell method on unstructured grids. *Math. Models Comput. Simul.*, 2018, vol. 10, no. 2, pp. 198–208. DOI: <https://doi.org/10.1134/S2070048218020059>
- [6] Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., et al. Heat transfer enhancement in a gas-solid suspension flow by applying electric field. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2016, vol. 93, pp. 778–787. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063>
- [7] Losseva T.V., Popel' S.I., Golub' A.P. Dust ion-acoustic shock waves in laboratory, ionospheric, and astrophysical plasmas. *Plasma Phys. Rep.*, 2020, vol. 46, no. 11, pp. 1089–1107. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063780X20110045>
- [8] Pikalev A.A., Sysun A.V., Oleshchuk O.V. The radial distribution of plasma concentration in a positive column of glow discharge with dust particle. *Izvestiya vuzov. Fizika*, 2020, vol. 63, no. 7, pp. 162–170 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17223/00213411/63/7/162>
- [9] Bastykova N.Kh., Golyatina R.I., Kodanova S.K., et al. Investigation of the evolution of Be, Ni, Mo and W dust particles in fusion plasma. *Prikladnaya fizika [Applied Physics]*, 2020, no. 3, pp. 21–26 (in Russ.).
- [10] Timofeev A.V., Nikolaev V.S., Semenov V.P. Inhomogeneity of structural and dynamical characteristics of dusty plasma in a gas discharge. *J. Exp. Theor. Phys.*, 2020, vol. 130, no. 1, pp. 153–160. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063776119120203>
- [11] Kolotinskiy D.A., Nikolaev V.S., Timofeev A.V. Influence of structural inhomogeneity and nonreciprocal effects in the interaction of macroparticles on the dynamic properties of a dusty plasma monolayer. *Pis'ma v ZhETF*, 2021, vol. 113, no. 7–8, pp. 514–522 (in Russ.).
- [12] Paul A., Mandal G., Amin M.R., et al. Analysis of solution of damped modified-KdV equation on dust-ion-acoustic wave in presence of superthermal electrons. *Plasma Phys. Rep.*, 2020, vol. 46, no. 1, pp. 83–89. <https://doi.org/10.1134/S1063780X20010158>
- [13] Chekalov L.V., Guzaev V.A., Smirnov M.E. Enhancement the efficiency of electrostatic precipitators of thermal power plants by improving the electrodes volume. *Elektricheskie stantsii*, 2021, no. 7, pp. 48–54 (in Russ.). DOI: <http://dx.doi.org/10.34831/EP.2021.1080.7.008>
- [14] Tukmakov A.L., Tukmakov D.A. Dynamics of a charged gas suspension with an initial spatially nonuniform distribution of the average dispersed phase density during the transition to the equilibrium state. *High Temp.*, 2017, vol. 55, no. 4, pp. 491–495. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X17030221>
- [15] Tukmakov A.L., Tukmakov D.A. Generation of acoustic disturbances by a moving charged gas suspension. *J. Eng. Phys. Thermophy.*, 2018, vol. 91, no. 5, pp. 1141–1147. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10891-018-1842-8>
- [16] Tukmakov D.A., Akhunov A.A. Numerical study of the influence of the electric charge of a dispersed phase on the propagation of a shock wave from homogeneous gas to a dusty medium. *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Fizika [Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Physics]*, 2020, vol. 20, no. 3, pp. 183–192 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2020-20-3-183-192>

- [17] Tukmakov D.A., Akhunov A.A. Numerical study of the propagation of a small shock wave intensity from a homogeneous gas to an electrically charged dusty environment. *Chebyshevskiy sbornik*, 2020, vol. 21, no. 4, pp. 257–269 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2020-21-4-257-269>
- [18] Tukmakov D.A. Numerical study of the influence of dispersed phase parameters on the gas flow generation formed by gravitational deposition of aerosol. *Computational Continuum Mechanics*, 2020, vol. 13, no. 3, pp. 279–287 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.3.22>
- [19] Salyanov F.A. *Osnovy fiziki nizkotemperaturnoy plazmy, plazmennyykh apparatov i tekhnologiy* [Fundamentals of physics of low-temperature plasma, plasma devices and technologies]. Moscow, Nauka Publ., 1997.
- [20] Landau L.D., Lifshits E.M. *Elektrodinamika sploshnykh sred* [Electrodynamics of continuous media]. Moscow, Nauka Publ., 1982.
- [21] Fletcher C.A. Computation techniques for fluid dynamics 1. Fundamental and general techniques. In: *Scientific Computation*. Berlin, Heidelberg, Springer, 1998.  
DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-58229-5>
- [22] Tukmakov A.L. Numerical simulation of acoustic flows at resonance gas oscillations in a closed tube. *Aviatsionnaya tekhnika*, 2006, no. 4, pp. 33–36 (in Russ.).
- [23] Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. Application of compact difference schemes to investigation of unstationary gas flows. *Matem. modelirovanie*, 1993, vol. 5, no. 3, pp. 74–83 (in Russ.).
- [24] Krylov V.I., Bobkov V.V., Monastyrnyy P.I. *Vychislitel'nye metody*. T. 2 [Computational methods. Vol. 2]. Moscow, Nauka Publ., 1977.

**Tukmakov D.A.** — Cand. (Phys.-Math.), Researcher, Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences (Lobachevskogo ul. 2/31, Kazan, 420111 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Tukmakov D.A. Comparison of numerical models of the dynamics of electrically charged gas suspensions with mass and surface charge densities for different particles dispersities. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2022, no. 3 (102), pp. 43–56 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2022-3-43-56>