

НАСТРОЙКА СЕТИ ДАТЧИКОВ С ОТКАЗАМИ НА ОСНОВЕ АНИЗОТРОПИЙНОГО КРИТЕРИЯ

А.В. Юрченков

alexander.yurchenkov@yandex.ru

ИПУ РАН, Москва, Российская Федерация

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрена задача настройки коммуникационной схемы, ассоциированной с матрицей смежности, между отдельными неидеальными датчиками, вероятности безотказной работы которых известны. В качестве объекта оценивания выбрана линейная дискретная нестационарная модель в пространстве состояний, на которую действуют внешние возмущения с неточно заданными стохастическими характеристиками. Для внешних возмущений определена верхняя граница анизотропии расширенного вектора, состоящего из всех элементов возмущающей последовательности. Датчики объединены в общую сеть, где каждый отдельный узел может использовать не только собственные измерения для построения оценки желаемого выхода, но и измерения, полученные от соседних датчиков. Модель учитывает отказ конкретных датчиков, где отказы имеют распределение Бернулли. Под отказом понимаются случайные показания измерительного прибора, не содержащие полезной информации. В качестве критерия выступает анизотропийная норма системы в ошибках оценивания от возмущающего воздействия к ошибке оцениваемого выхода. Задача состоит в подборе таких коэффициентов матрицы смежности, при которых значение анизотропийной нормы в ошибках оценивания не превосходит некоторое пороговое значение. Решение задачи сводится к численной процедуре решения специальной системы матричных неравенств, обеспечивающих ограниченность анизотропийной нормы системы в ошибках оценивания

Ключевые слова

Анизотропийная теория, анизотропийная норма, сети датчиков, отказы датчиков, нестационарные системы, субоптимальная оценка

Поступила 11.05.2022

Принята 19.09.2022

© Автор(ы), 2023

Введение. За последние годы сетевые технологии стали одними из самых динамично развивающихся отраслей современной техники. Даже в таких областях, как здравоохранение, мониторинг загрязнений окружающей среды, предсказание эрозии почвы, синхронизация часов и во все чаще встречающейся системе «умный дом» используют сети датчиков, не говоря о космической и высокоточной технике. Одной из существенных задач остается оптимизация ресурсов при построении сетей и обработке информации, получаемой с датчиков, а также настройка самой сети [1]. Следует отметить работу [2], посвященную уменьшению вычислительных ресурсов для сетей, и идею о виртуальном сенсоре, позволяющем разгрузить процессор на устройстве за счет использования внешнего контроллера [3]. На основе широко распространенного метода наименьших квадратов разработана итерационная процедура настройки датчиков в сети с использованием соседних узлов [4]. Задача синхронизации времени для сети датчиков рассмотрена в [5], что имеет большое значение для систем управления в энергетике, системах безопасности, составлении расписаний и т. д. Стохастический подход к настройке сети зашумленных датчиков исследован в [6, 7]. Сравнительный анализ отдельных методов настройки сетей датчиков можно найти в [8].

В настоящей работе рассмотрен вопрос о настройке матрицы смежности для сети датчиков в рамках анизотропной теории управления. Эта теория, предложенная И.Г. Владимировым в середине 1990-х годов [9, 10], предлагает стохастический подход к H_∞ -теории управления, основываясь на заимствованных из теории информации терминах. Центральное понятие теории — анизотропия случайного вектора — изначально соответствовало относительной энтропии функции распределения нормированного на единичной сфере случайного вектора по отношению к равномерному распределению. Таким образом, для равномерного распределения анизотропия равна нулю и чем больше «вытянуто» распределение вдоль конкретных осей, тем больше значение анизотропии вплоть до бесконечности. Позднее это понятие было модифицировано [11]. В последующих работах под анизотропией понимается уклонение Кульбака — Лейблера между двумя плотностями распределения, одно из которых принадлежит фиксированному случайному вектору, а второе — гауссовому семейству случайных векторов с нулевым средним и скалярной ковариационной матрицей. Исходя из этого определения для анизотропии можно дать простую геометрическую интерпретацию этого понятия — это мера отличия (расстояние) случайного вектора от множества центрированных гауссовых векто-

ров со скалярной ковариационной матрицей. Если рассматривать множество векторов с ограниченной анизотропией, то его можно определить как класс с неточно заданными стохастическими характеристиками случайных векторов, но отличающихся от эталонного не более чем на заданное значение в указанной мере. Критерий качества в анизотропийной теории связан с анизотропийной нормой динамической системы — индуцированной стохастической H_∞ -нормой.

В рамках анизотропийной теории решены многие задачи анализа и синтеза для нестационарных [11] и стационарных систем [12]. Существенным условием при этом оставалась линейность и детерминированность рассматриваемых объектов, что впервые получилось преодолеть в [13], где приведены результаты исследования стохастической системы в пространстве состояний. Это позволило заменить предложенный в [14, 15] мажорирующий анизотропийную норму подход для систем с мультипликативными шумами точным вычислением этой нормы.

Системы с мультипликативными шумами описывают механические, гибридные, биологические системы, финансовые модели и другие объекты и процессы. Здесь в рамках решаемой задачи рассмотрен один из возможных вариантов оценивания для сетевой системы, описание модели которой сводится к системе с мультипликативными шумами в пространстве состояний. Анизотропийный анализ для таких систем выполнен в [16], после чего решена задача оценивания для сетевых систем [17], а также задача коррекции для датчика с отказами [18, 19]. В настоящей работе предложен метод настройки обмена информацией между датчиками в сети для наиболее оптимального с точки зрения значения анизотропийной нормы для системы в ошибках оценивания.

Предварительные сведения. Приведем основные определения и понятия анизотропийной теории, более подробную информацию для нестационарных систем можно найти в [11, 16, 20, 21].

Анизотропия случайного вектора W представляет собой информационное отклонение между функцией f плотности распределения вероятностей вектора W и эталонной плотностью распределения:

$$\mathbf{A}(W) = \min_{\lambda > 0} \mathbf{D}(f \parallel p_{m,\lambda}),$$

где $p_{m,\lambda}(w) = (2\pi\lambda)^{-m/2} \exp(-|w|^2 / (2\lambda))$, $w \in \mathbb{R}^m$ — гауссова плотность распределения с нулевым средним и ковариационной матрицей λI_m , I_m — единичная матрица размерностью m . Анизотропия $\mathbf{A}(W)$ может быть записана в следующем виде [22]:

$$\mathbf{A}(W) = \frac{m}{2} \ln \left(\frac{2\pi e}{m} \|W\|^2 \right) - \mathbf{h}(W),$$

где $\mathbf{h}(W) = - \int_{\mathbb{R}^m} f(w) \ln f(w) dw$ — дифференциальная энтропия W ;
 $\|W\| = \sqrt{\mathbf{E}[W^T W]}$, $\mathbf{E}[\cdot]$ — оператор математического ожидания.

Обозначим множество расширенных векторов с ограниченной сверху анизотропией в виде

$$W_a = \{W_{0:N} \in \mathcal{L}_2^m : \mathbf{A}(W_{0:N}) \leq a\},$$

где \mathcal{L}_2^m — гильбертово пространство с нормой $\|W\|$.

Для линейной системы F в качестве среднеквадратичного коэффициента усиления $\mathbf{Q}(Z, W)$ от входа W к выходу Z обозначим отношение $\mathbf{Q}(Z, W) = \|Z\| / \|W\|$, тогда анизотропийная норма будет определена как $\|F\|_a = \sup_{W \in W_a} \mathbf{Q}(Z, W)$. Поскольку в задаче оценивания для сетевой

системы результаты анализа, полученные в [11], должны быть адаптированы для системы со случайными матрицами в пространстве состояний, необходимо изменить постановку задачи анализа так, как это было выполнено в [13]. Для этого рассмотрим линейную дискретную нестационарную систему F со случайными матрицами в пространстве состояний:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B_k w_k, \\ z_k &= C_k x_k + D_k w_k, \end{aligned} \tag{1}$$

где $A_k \in \mathcal{L}_2^{n_x \times n_x}$; $B_k \in \mathcal{L}_2^{n_x \times m_w}$; $C_k \in \mathcal{L}_2^{p_z \times n_x}$; $D_k \in \mathcal{L}_2^{p_z \times m_w}$, $k = \{0, \dots, N\}$; возмущающая последовательность $\{w_k\}$ принадлежит множеству W_a ; начальные условия — нулевые $x_0 = 0$. Размерности вектора состояния x_k , возмущения w_k , выхода z_k определяются согласно размерностям матриц в системе. Здесь и далее обозначение $\mathcal{L}_2^{p \times m}$ закреплено за гильбертовым пространством матриц с нормой $\|X\| = \sqrt{\text{tr } \mathbf{E}[X^T X]}$, где $\text{tr}(\cdot)$ — след соответствующей матрицы. Анизотропийная норма системы (1) может быть вычислена с использованием выражения $\|F\|_a = \mathcal{K}(\mathcal{A}^{-1}(a))$, где функции специального вида

$$\mathcal{K}(q) = \sqrt{\frac{\Phi(q) - 1}{q\Phi(q)}}; \mathcal{A}(q) = \frac{l_w}{2} (\ln \Phi(q) - \Psi(q)) \tag{2}$$

определены через вспомогательные функции

$$\Phi(q) = \frac{1}{l_w} \sum_{k=0}^N \text{tr}(L_k Y_k L_k^T + S_k), \quad \Psi(q) = \frac{1}{l_w} \sum_{k=0}^N \ln \det S_k,$$

а матрица Y_k связана с решением уравнения Ляпунова

$$Y_{k+1} = (\mathbf{E}[A_k] + \mathbf{E}[B_k]L_k)Y_k(\mathbf{E}[A_k] + \mathbf{E}[B_k]L_k)^T + \mathbf{E}[B_k]S_k\mathbf{E}[B_k]^T, \quad Y_0 = 0,$$

через риккати-подобные уравнения вида

$$\begin{aligned} R_{1,k} &= \mathbf{E}[A_k^T R_{1,k+1} A_k] + q\mathbf{E}[C_k^T C_k], \\ R_{2,k} &= \mathbf{E}[A_k^T]R_{2,k+1}\mathbf{E}[A_k] + L_k^T S_k^{-1} L_k, \\ S_k &= (I_{m_w} - q\mathbf{E}[D_k^T D_k] - \mathbf{E}[B_k^T R_{1,k+1} B_k] - \mathbf{E}[B_k^T]R_{2,k+1}\mathbf{E}[B_k])^{-1}, \\ L_k &= S_k(q\mathbf{E}[D_k^T C_k] + \mathbf{E}[B_k^T R_{1,k+1} A_k] + \mathbf{E}[B_k^T]R_{2,k+1}\mathbf{E}[A_k]), \end{aligned}$$

где $q \in [0; \|F\|_{\infty}^{-2})$; $l_w = m_w(N+1)$; граничные условия — нулевые $R_{1,N+1} = 0$; $R_{2,N+1} = 0$.

Как следует из (2), даже при условии существования точных формул для вычисления анизотропийной нормы, непосредственное их использование осложняется тем, что необходимо решать рекуррентную нелинейную систему уравнений, часть из которых определена в прямом, а часть — в обратном времени. В рамках рассмотрения систем с мультипликативными шумами для того, чтобы избежать этой проблемы, предложено уйти от оптимальной постановки задачи вычисления анизотропийной нормы и перейти к субоптимальной [16].

Описание системы с мультипликативными шумами в пространстве состояний имеет вид

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=0}^M \xi_{i,k}^A A_{i,k} x_k + \sum_{i=0}^M \xi_{i,k}^B B_{i,k} w_k, \\ z_k &= \sum_{i=0}^M \xi_{i,k}^C C_{i,k} x_k + \sum_{i=0}^M \xi_{i,k}^D D_{i,k} w_k, \end{aligned} \quad (3)$$

где нестационарные матрицы $A_{i,k} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$, $B_{i,k} \in \mathbb{R}^{n_x \times m_w}$, $C_{i,k} \in \mathbb{R}^{p_z \times n_x}$, $D_{i,k} \in \mathbb{R}^{p_z \times m_w}$, $i = \overline{1, M}$, и случайные величины $\xi_{i,k}^*$ взаимно статистически независимы по всем возможным аргументам. Анизотропийная норма $\|F\|_a$ системы (3) ограничена заданным значением γ , если неравенства

$$R_k \succ \sum_{i=0}^M (A_{i,k}^T R_{k+1} A_{i,k} + qC_{i,k}^T C_{i,k}) + L_k^T S_k^{-1} L_k,$$

$$k = \{0, \dots, N\},$$

$$S_k = \left(I_{m_w} - \sum_{i=0}^M (qD_{i,k}^T D_{i,k} + qB_{i,k}^T R_{k+1} B_{i,k}) \right)^{-1},$$

$$L_k = S_k (qD_{0,k}^T C_{0,k} + B_{0,k}^T R_{k+1} A_{0,k})$$

совместно с неравенством специального вида

$$\sum_{k=0}^N \ln \det S_k^{-1} \geq 2a + l_w \ln(1 - q\gamma^2)$$

и нулевыми граничными условиями $R_{N+1} = 0$ имеют положительно определенные решения $R_k \succ 0$ при условии положительной определенности матриц $S_k \succ 0$, а параметр $q \in \left[0, \|F\|_\infty^{-2} \right)$.

Постановка задачи. Рассмотрим линейную дискретную нестационарную систему с реализацией в пространстве состояний вида

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B_k w_k, \\ z_k &= M_k x_k + N_k w_k, \\ y_{j,k} &= \lambda_{j,k} C_{j,k} x_k + D_{j,k} w_k \end{aligned} \tag{4}$$

с нулевыми начальными условиями $x_0 = 0$, содержащую n измеряемых выходов $y_{j,k}$ и заданную на N шагов. Здесь $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$, $w_k \in \mathbb{R}^{m_w}$, $z_k \in \mathbb{R}^{p_z}$, $y_{j,k} \in \mathbb{R}^{p_y}$, $j = \overline{1, n}$, представляют собой состояние, возмущение, оцениваемый и измеряемый выходы. Расширенный вектор внешнего возмущения $[w_0^T, \dots, w_N^T]^T$ имеет ограниченную анизотропию, не превосходящую положительное значение a . Временной интервал состоит из N шагов. Матрицы системы — действительные и имеют соответствующие размерности. Случайные величины $\lambda_{j,k}$, $j = \overline{1, n}$, имеют распределение Бернулли с заданными вероятностями $P(\lambda_{j,k} = 1) = p_j$ и $P(\lambda_{j,k} = 0) = 1 - p_j = q_j$. Эти случайные величины позволяют учитывать моменты корректной работы и отказа датчика: если $\lambda_{j,k} = 1$, то измерение содержит информацию о векторе состояния, если $\lambda_{j,k} = 0$, то измерение содержит только шум.

Набор измерений $y_{j,k}$, $j = \overline{1, n}$, при коммуникации между датчиками образует сеть, которую можно связать с ориентированным графом $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, состоящим из множества вершин $\mathcal{V} = \{1, \dots, n\}$, ассоцииро-

ванных с датчиками, и множества связей $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V}^2 = ((j, i) : j, i \in \mathcal{V})$, где существование пары (j, i) означает, что датчик j имеет доступ к измерениям датчика i . Схему обмена информацией проще связать с матрицей смежности α , элементы α_{ji} которой могут быть равны нулю, если датчик j не оперирует измерениями датчика i , или быть положительными в обратном случае.

Модель оценителя имеет вид

$$\begin{aligned}\hat{x}_{j,k+1} &= \sum_{i=1}^n \alpha_{ji} (A_k \hat{x}_{i,k} + H_{ji,k} (y_{i,k} - \hat{y}_{i,k})), \\ \hat{z}_{j,k} &= \sum_{i=1}^n \alpha_{ji} M_k \hat{x}_{i,k}, \\ \hat{y}_{j,k} &= C_{j,k} \hat{x}_{j,k},\end{aligned}\tag{5}$$

где матрицы $H_{ji,k}$, $j, i = \overline{1, n}$, являются неизвестными. Матрица смежности α может быть выбрана так, чтобы минимизировать верхнюю границу анизотропийной нормы системы в ошибках оценивания. Следует отметить, что система (5) представляет собой n отдельных объектов, каждый из которых на основе одного измерения $\hat{y}_{j,k}$ формирует динамику оцениваемого выхода в отличие от (4). Дополнительное условие, накладываемое на элементы матрицы смежности, состоит в неотрицательности ее элементов и равенстве единице суммы элементов каждой строки.

Задача заключается в поиске матриц $H_{ji,k}$, $j, i = \overline{1, n}$, $k = \{1, \dots, N\}$, и матрицы смежности α , при которых система в ошибках оценивания будет иметь минимально возможное пороговое ограничение сверху на анизотропийную норму.

Основной результат. Необходимо пояснить выбор модели оценивания (5). Если для каждого измерения $y_{j,k}$ ввести виртуальный объект, дублирующий состояние системы (4) $x_k = x_{j,k}$, динамика которого описывается уравнениями

$$\begin{aligned}x_{j,k+1} &= A_k x_{j,k} + B_k w_k, \\ z_{j,k} &= M_k x_{j,k} + N_k w_k, \\ y_{j,k} &= \lambda_{j,k} C_{j,k} x_{j,k} + D_{j,k} w_k,\end{aligned}$$

то для системы (9) наблюдатель люенбергеровского типа имеет вид

$$\begin{aligned}\hat{x}_{j,k+1} &= A_k \hat{x}_{j,k} + H_{j,k} (y_{j,k} - \hat{y}_{j,k}), \\ \hat{z}_{j,k} &= M_k \hat{x}_{j,k}, \\ \hat{y}_{j,k} &= C_{j,k} \hat{x}_{j,k}.\end{aligned}\tag{6}$$

Для того чтобы использовать все доступные измерения, вводится матрица смежности, позволяющая на основе множества оценок вида (6) сформировать одну (5), представляющую собой определенный консенсус из всех имеющихся оценок. Условие, накладываемое на элементы матрицы смежности α , позволяет гарантировать, что генерируемая динамика оценщика «в среднем» совпадает с динамикой объекта оценивания $\sum_{i=1}^n \alpha_{ji} A_k \hat{x}_{i,k}$, а взаимосвязь между отдельными измерениями учитывается

с помощью набора матриц $H_{ji,k}$, $j, i = \overline{1, n}$.

Введем векторы ошибки оценивания состояния и выхода следующим образом:

$$\tilde{x}_{j,k} = x_{j,k} - \hat{x}_{j,k}, \quad \tilde{z}_{j,k} = z_{j,k} - \hat{z}_{j,k}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Тогда динамика ошибок оценивания описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{j,k+1} &= \sum_{i=1}^n (\mathbf{A}_{ji,k} x_{j,k} + \tilde{\mathbf{A}}_{ji,k} \tilde{x}_{i,k} + \tilde{\mathbf{B}}_{i,k} w_k), \\ \tilde{z}_{j,k} &= \sum_{i=1}^n (\mathbf{M}_{ji,k} x_{i,k} + \tilde{\mathbf{M}}_{ji,k} \tilde{x}_{i,k}) + N_k w_k, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{ji,k} &= A_k \delta_{ji} - \alpha_{ji} (A_k - (\lambda_{i,k} - p_i) H_{ji,k} C_{i,k}), \quad \tilde{\mathbf{A}}_{ji,k} = \alpha_{ji} (A_k - p_i H_{ji,k} C_{i,k}), \\ \tilde{\mathbf{B}}_{i,k} &= B_k \delta_{ji} - \alpha_{ji} H_{ji,k} D_{i,k}, \quad \mathbf{M}_{ji,k} = M_k \delta_{ji} - \alpha_{ji} M_k, \quad \tilde{\mathbf{M}}_{ji,k} = \alpha_{ji} M_k, \end{aligned}$$

δ_{ji} — символ Кронекера.

Далее введем расширенные векторы состояния, ошибки оценивания состояния и выхода:

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= (x_{1,k}^T, \dots, x_{n,k}^T)^T, \\ \tilde{x}_k &= (\tilde{x}_{1,k}^T, \dots, \tilde{x}_{n,k}^T)^T, \\ \tilde{z}_k &= (\tilde{z}_{1,k}^T, \dots, \tilde{z}_{n,k}^T)^T, \end{aligned}$$

первые два объединим в один вектор $\zeta_k = (\bar{x}_k^T, \tilde{x}_k^T)^T$. С использованием введенных обозначений запишем систему от возмущения к ошибкам оценивания:

$$\begin{aligned} \zeta_{k+1} &= (\mathcal{A}_k + \sum_{i=1}^n \xi_{i,k} \mathcal{A}_{i,k}) \zeta_k + \mathcal{B}_k w_k, \\ \tilde{z}_k &= \mathcal{M}_k \zeta_k + \mathcal{N}_k w_k, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\xi_{i,k} = \lambda_{i,k} - p_{i,k}$, $i = \overline{1, n}$; матрицы

$$\mathcal{A}_k = \begin{bmatrix} \bar{A}_k & 0 \\ \bar{A}_k - \bar{A}_k^\alpha & \bar{A}_k^\alpha - \bar{H}_k^\alpha \bar{C}_k^p \end{bmatrix}, \mathcal{B}_k = \begin{bmatrix} \bar{B}_k \\ \bar{B}_k - \bar{H}_k^\alpha \bar{D}_k \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A}_{i,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{H}_k^\alpha \bar{C}_{i,k} & 0 \end{bmatrix}, \mathcal{M}_k = [\bar{M}_k - \bar{M}_k^\alpha \quad \bar{M}_k^\alpha], \mathcal{N}_k = \text{col}(n) \otimes N_k,$$

при этом для отдельных матричных блоков использованы обозначения

$$\bar{A}_k = I_n \otimes A_k, \bar{A}_k^\alpha = \alpha \otimes A_k, \bar{B}_k = \text{col}(n) \otimes B_k, \bar{H}_k^\alpha = \text{block}_{j,i=1,n}(\alpha_{ji} H_{ji,k}),$$

$$\bar{C}_k^p = \text{diag}_{i=1,n}(p_i C_{i,k}), \bar{C}_{j,k} = \text{diag}_{i=1,n}(\delta_{ji} C_{i,k}), \bar{D}_k = \text{col}_{i=1,n}(D_{j,k}), \bar{M}_k = I_n \otimes M_k,$$

$$\bar{M}_k^\alpha = \alpha \otimes M_k,$$

где $\text{col}(n)$ — столбец из единиц длиной n ; $\text{block}_{j,i=1,n}(X_{ji,k})$ — блочная матрица с блоками $X_{ji,k}$; $\text{diag}(X_i)$ — диагональная матрица с блоками X_i на

главной диагонали; \otimes — кронекерово произведение матриц.

Динамика системы (7) содержит мультипликативные шумы, следовательно, для ограниченности анизотропийной нормы такой системы можно применить критерий ограниченности, приведенный в [23].

Анизотропийная норма системы (7) будет ограничена пороговым значением γ , если система неравенств

$$\begin{bmatrix} R_k & * & * & * & \dots & * & * \\ \mathcal{M}_k^\top \mathcal{M}_k & \eta^2 I_{m_w} - \mathcal{M}_k^\top \mathcal{M}_k & * & * & \dots & * & * \\ R_{k+1} \mathcal{A}_k & -R_{k+1} \mathcal{B}_k & R_{k+1} & * & \dots & * & * \\ \sigma_1 R_{k+1} \mathcal{A}_{1,k} & 0 & 0 & R_{k+1} & \dots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sigma_n R_{k+1} \mathcal{A}_{n,k} & 0 & 0 & 0 & \dots & R_{k+1} & * \\ \mathcal{M}_k & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{np_z} \end{bmatrix} \succ 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \eta^2 I_{m_w} - \Psi_k - \mathcal{M}_k^\top \mathcal{M}_k & * \\ R_{k+1} \mathcal{B}_k & R_{k+1} \end{bmatrix} \succ 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} R_N & * & * \\ \mathcal{M}_k^\top \mathcal{M}_k & \eta^2 I_{m_w} - \mathcal{M}_k^\top \mathcal{M}_k & * \\ \mathcal{M}_k & 0 & I_{np_z} \end{bmatrix} \succ 0, \quad (10)$$

$$\eta^2 I_{m_w} - \Psi_N - \mathcal{M}_N^T \mathcal{M}_N \succ 0, \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^N \ln \det \Psi_k \geq 2a + m_w(N+1) \ln(\eta^2 - \gamma^2) \quad (12)$$

имеет решение для положительно определенных матриц R_k , Ψ_k скалярного параметра η . Доказательство этого утверждения можно провести по аналогии с представленными в [16] выкладками.

Неравенства (8), (9) не являются линейными относительно неизвестных в результате наличия таких блоков, как $R_{k+1} \mathcal{A}_k$, $R_{k+1} \mathcal{A}_{i,k}$, $i = \overline{1, n}$, $R_{k+1} \mathcal{B}_k$, зависящих от элементов матрицы смежности \mathcal{a} . Для того чтобы обойти это ограничение, можно использовать следующий подход. Зададим структуру матрицы R_k в блочном виде:

$$R_k = \begin{bmatrix} R_{1,k} & 0 \\ 0 & R_{2,k} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

после чего произведения матриц, содержащих неизвестные, можно обозначить как новые переменные

$$R_{2,k+1} \bar{A}_k^{\mathcal{a}} = P_k, \quad R_{2,k+1} \bar{H}_k^{\mathcal{a}} = Q_k, \quad (14)$$

где $k = \{0, \dots, N\}$. С учетом (13) неравенства (8)–(10) становятся линейными относительно \mathcal{a} , P_k , Q_k , $R_{1,k+1}$, $k = \{0, \dots, N-1\}$, и граничными условиями $P_N = 0$, $Q_N = 0$.

Другой способ выбора матрицы смежности \mathcal{a} заключается в выборе начального приближения этой матрицы, затем следует вычисление матриц R_k (13) с фиксированными блоками $R_{2,k}$ согласно алгоритму, предложенному в [17]. После этого система (8)–(11) в совокупности с выпуклым ограничением (12) становится линейной по переменным

$$R_{k+1} \mathcal{A}_k = R_{k+1} \mathcal{A}_{00,k} + X_k \mathcal{A}_{01,k},$$

$$R_{k+1} \mathcal{A}_{i,k} = X_k \mathcal{A}_{i,k}, \quad i = \overline{1, n},$$

$$R_{k+1} \mathcal{B}_k = R_{k+1} \mathcal{B}_{00,k} + X_k \mathcal{B}_{01,k},$$

где

$$\mathcal{A}_{00,k} = \begin{bmatrix} \bar{A}_k & 0 \\ \bar{A}_k & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{A}_{01,k} = \begin{bmatrix} -I & I \\ 0 & -\bar{C}_k^p \end{bmatrix};$$

$$\mathcal{A}_{i,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{C}_{i,k} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathcal{B}_{00,k} = \begin{bmatrix} \bar{B}_k \\ \bar{B}_k \end{bmatrix}; \quad \mathcal{B}_{01,k} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{D}_k \end{bmatrix};$$

X_k — переменные,

$$X_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ P_k & Q_k \end{bmatrix}. \quad (15)$$

После указанных преобразований можно сформулировать утверждение, которое содержит условие ограниченности анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами и гарантирует решение поставленной задачи.

Теорема. *Анизотропийная норма системы в пространстве состояний (7) ограничена заданным числом γ , не превосходящим γ^* для некоторого начального значения матрицы смежности α , при условии принадлежности входных возмущений к множеству случайных последовательностей с ограниченным уровнем анизотропии расширенного вектора, если система неравенств*

$$\begin{bmatrix} R_k & * & * & * & \dots & * & * \\ \mathcal{M}_k^T \mathcal{M}_k & \eta^2 I_{m_w} - \mathcal{M}_k^T \mathcal{M}_k & * & * & \dots & * & * \\ R_{k+1} \mathcal{A}_{00,k} + X_k \mathcal{A}_{01,k} & -R_{k+1} \mathcal{B}_{00,k} - X_k \mathcal{B}_{01,k} & R_{k+1} & * & \dots & * & * \\ \sigma_1 X_k \mathcal{A}_{1i,k} & 0 & 0 & R_{k+1} & \dots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sigma_n X_k \mathcal{A}_{1m,k} & 0 & 0 & 0 & \dots & R_{k+1} & * \\ \mathcal{M}_k & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I_{np_z} \end{bmatrix} \succ 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \eta^2 I_{m_w} - \Psi_k - \mathcal{M}_k^T \mathcal{M}_k & * \\ R_{k+1} \mathcal{B}_{00,k} + X_k \mathcal{B}_{01,k} & R_{k+1} \end{bmatrix} \succ 0 \quad (17)$$

совместно с (15) имеет решение относительно R_k , Ψ_k , η^2 , γ^2 , $k = \{0, \dots, N\}$.

Доказательство этого утверждения следует из системы (8)–(12) с учетом замены переменных (16), (17).

Замечание. Приведенный выше результат дает достаточное условие ограниченности анизотропийной нормы. Кроме того, задавая начальное приближение для матрицы смежности α , можно вычислить параметры системы (10), затем провести пересчет для параметров матрицы α . Такой итерационный алгоритм позволит вычислить параметры наблюдателя (10) и матрицу смежности, для которых значение анизотропийной нормы системы в ошибках оценивания будет не превосходить анизотропий-

ную норму для аналогичной системы при фиксированной матрице смежности.

Задача построения оценок для сетевой системы с отказывающими датчиками с H_∞ -критерием рассмотрена в [24]. Однако значение нормы системы в ошибках оценивания зависит не только от вида матриц оценивателя, но и от способа коммуникации между узлами сети, ассоциированного с матрицей смежности. Отсюда и возникла идея настроить сеть так, чтобы обеспечить ограниченность анизотропийной нормы системы в ошибках оценивания наименьшим числом.

Результаты моделирования. В качестве объекта управления выбрана модель перевернутого маятника на подвижном двухколесном основании (рис. 1), для которой управление строится на основе *Model Predictive Control* (MPC) [25].

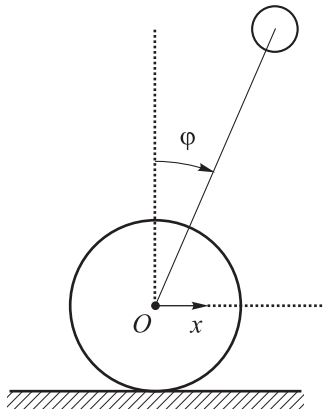


Рис. 1. Модель перевернутого маятника на подвижном основании

Вектор состояния представляет собой совокупность горизонтальной составляющей перемещения x центра масс системы вдоль горизонтальной оси вместе с производной и угол отклонения маятника φ от вертикальной оси вместе с производной. В качестве измеряемых компонент вектора состояния использованы угол поворота маятника относительно вертикальной оси и перемещение вдоль горизонтальной оси, в результате получается шестикомпонентная дискретизированная система со следующими матрицами в пространстве состояний (4):

$$A_k = \begin{bmatrix} 1,1540 & 0,1984 & 0,2354 & 0,0393 & 0,0125 & 0,0004 \\ 1,6226 & 2,0366 & 2,5361 & 0,4157 & 0,1317 & 0,0043 \\ -0,8189 & -0,5230 & -0,0644 & -0,1031 & -0,0665 & -0,0022 \\ -9,5507 & -6,1013 & -11,0269 & -1,2592 & -0,7752 & -0,0252 \\ 1,1540 & 0,1984 & 0,2354 & 0,0393 & 1,0125 & 0,0004 \\ -0,8189 & -0,5230 & -0,0644 & -0,1031 & -0,0665 & 0,9978 \end{bmatrix},$$

$$B_k = [0 \ 0 \ 0 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1]^T, \quad M_k = C_{j,k}, \quad N_k = 0,$$

$$C_{j,k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{j,k} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad j = \{1, 2\}.$$

Система предполагается замкнутой управлением, поэтому не содержит соответствующего слагаемого. Кроме того, матрицы системы в пространстве состояний — стационарные, что не лишает общности демонстрируемых результатов. Два датчика, измеряющие два компонента вектора состояния, представляют собой измеряемый выход, вероятность отказа каждого конкретного датчика $P(\lambda_{j,k} = 0) = 0,05$, анизотропия расширенного вектора возмущения ограничена $\mathbf{A}(W_{0:N}) \leq 1$, что для выбранного временного интервала обеспечивает отличие от H_∞ -случая, поскольку для небольших временных отрезков достаточно малое значение анизотропии расширенного вектора может быть неотличимо от «наихудшего случая» в H_∞ -теории. Возмущение с указанным ограничением на анизотропию расширенного вектора будет давать отличные от случая гауссова возмущения результаты при моделировании. Внешнее возмущение объединяет два эффекта: 1) неидеальность шарнира для маятника; 2) шумы в каналах измерения. Рассмотрим следующие варианты функционирования системы:

- каждый измеряющий датчик независим, что соответствует единичной матрице смежности;
- датчики могут использовать не только «свои» измерения, но и измерения «соседа», при этом матрица смежности вычислена как результат выпуклой задачи оптимизации

$$\gamma^2 \rightarrow \min_{R_k, \Psi_k, \eta^2, \gamma^2}$$

при ограничениях (10)–(12), (16), (17). При таком сценарии матрица смежности оказалась равной

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0,8363 & 0,1637 \\ 0,1637 & 0,8363 \end{bmatrix}.$$

Результаты моделирования, где непрерывная линия соответствует второй компоненте вектора измеряемого выхода, подлежащей оценке, маркеры на этой линии соответствуют моментам сбоя, когда в измерениях не содержится полезной информации о состоянии, приведены на рис. 2; штрихпунктирная линия соответствует оценке состояния, полученной на основе одного датчика; штриховая — оценке состояния, полученной на основе всех измерителей, т. е. сети датчиков. Рассчитаны среднеквадратичные коэффициенты усиления для каждой компоненты измеряемого выхода в каждом обрабатываемом сценарии. Установлено, что при наличии сети среднеквадратичный коэффициент по отклонению координаты уменьшился на 38 %, а по углу отклонения маятника — на 27 %. Верхняя граница анизотропийной нормы равна 0,1115, а H_∞ -норма — 0,1725.

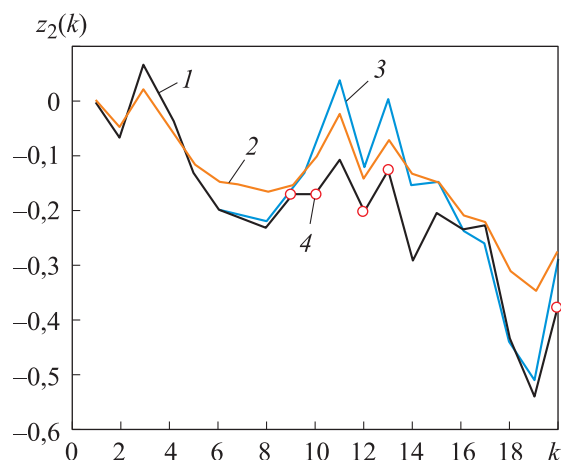


Рис. 2. Результаты моделирования:

1 — состояние; 2 — оценка 1; 3 — оценка 2; 4 — сбой датчика

Заключение. Рассмотрена проблема подавления внешних возмущений случайной природы в задаче оценивания для линейной дискретной нестационарной системы с несколькими датчиками, объединенными в сеть. Исходная динамическая система в пространстве состояний сводится к виду системы в ошибках оценивания от возмущения к ошибке оценивания, которая представляет собой описание объекта с мультипликативными шумами. Для такого вида систем получены достаточные условия ограниченности анизотропийной нормы в терминах систем матричных неравенств. Показано, что эта нелинейная система может быть сведена к линейной путем соответствующей замены переменных, что позволяет решение исходной задачи поиска матриц для оценивателя в пространстве состояний свести к поиску решения задачи выпуклой оптимизации, состоящей из линейных матричных неравенств и одного выпуклого ограничения специального вида. На численном примере показано, что использование сети датчиков даже при условии высокой надежности каждого из них может существенно улучшить получаемую оценку, что влияет на эффективность управления, вычисляемого на основе оценки или в задачах постобработки.

Благодарности

Автор выражает благодарность за обсуждение идеи этой статьи своим коллегам из ИПУ РАН: А.Ю. Кустову и В.Н. Тимину; а также А.А. Ткаченко за предоставленную модель колесного робота с маятником.

Посвящается светлой памяти В.Н. Тимина

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Whitehouse K., Culler D. Calibration as parameter estimation in sensor networks. *WSNA '02*, 2002, pp. 59–67. DOI: <https://doi.org/10.1145/570738.570747>
- [2] Wahba S.K., Dandamudi S., Dalton A.R., et al. NePTune: optimizing sensor networks. *Proc. 17th Int. Conf. on Comp. Comm. and Networks*, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCCN.2008.ECP.82>
- [3] Corsini P., Masci P., Vecchio A. Configuration and tuning of sensor network applications through virtual sensors. *IEEE PERCOMW'06*, 2006, pp. 5–32. DOI: <https://doi.org/10.1109/PERCOMW.2006.32>
- [4] Becnel T., Sayahi T., Kelly K., et al. A recursive approach to partially blind calibration of a pollution sensor network. *IEEE ICSS*, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSS.2019.8782523>
- [5] Cui J., Liu Y., Wei K., et al. Research on clock source correction method based on wireless sensor network and TPSN network protocol. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2020, vol. 1449, art. 012047. DOI: <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1449/1/012047>
- [6] Stanković M.S., Stanković S.S., Johansson K.H., et al. On consensus-based distributed blind calibration of sensor networks. *Sensors*, 2018, vol. 18, iss. 11, art. 4027. DOI: <https://doi.org/10.3390/s18114027>
- [7] Stanković M.S., Stanković S.S., Johansson K.H. Asynchronous distributed blind calibration of sensor networks under noisy measurements. *IEEE Trans. Control. Netw. Syst.*, 2018, vol. 5, iss. 1, pp. 571–582. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCNS.2016.2633788>
- [8] Delaine F., Lebental B., Rivano H. *In situ* calibration algorithms for environmental sensor networks: a review. *IEEE Sens. J.*, 2019, vol. 19, iss. 15, pp. 5968–5978. DOI: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2019.2910317>
- [9] Semyonov A.V., Vladimirov I.G., Kurdyukov A.P. Stochastic approach to H_∞ -optimization. *IEEE CDC*, 1994, pp. 2249–2250. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.1994.411485>
- [10] Владимиров И.Г., Курдюков А.П., Семенов А.В. Анизотропия сигналов и энтропия линейных стационарных систем. *ДАН*, 1995, т. 342, № 5, с. 583–585.
- [11] Владимиров И.Г., Даймонд Ф., Клоеден П.Е. Анизотропийный анализ робастного качества линейных нестационарных дискретных систем на конечном временном интервале. *Автоматика и телемеханика*, 2006, № 8, с. 92–111.
- [12] Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., Semyonov A.V. On computing the anisotropic norm of linear discrete-time-invariant systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 1996, vol. 96, iss. 1, pp. 3057–3062. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58144-6](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58144-6)
- [13] Kustov A.Yu. State-space formulas for anisotropic norm of linear discrete time varying stochastic system. *CCE*, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEEE.2018.8533987>
- [14] Юрченков А.В., Кустов А.Ю., Курдюков А.П. Условия ограниченности анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами. *ДАН*, 2016, т. 467, № 4, с. 396–399. DOI: <http://dx.doi.org/10.7868/S0869565216100078>

- [15] Юрченков А.В. Синтез анизотропийного управления для линейной дискретной системы с мультипликативными шумами. *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2018, № 6, с. 33–44. DOI: <https://doi.org/10.31857/S000233880003489-6>
- [16] Belov I.R., Yurchenkov A.V., Kustov A.Yu. Anisotropy-based bounded real lemma for multiplicative noise systems: the finite horizon case. *MED*, 2019, pp. 148–152. DOI: <https://doi.org/10.1109/MED.2019.8798565>
- [17] Kustov A.Yu., Yurchenkov A.V. Finite-horizon anisotropic estimator design in sensor networks. *IEEE CDC*, 2020, pp. 4330–4335. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC42340.2020.9304239>
- [18] Кустов А.Ю., Юрченков А.В. Анизотропийная фильтрация для нестационарной системы при потере измерений на основе коррекции выхода. *Матер. 15-й Международ. конф. «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления»*. М., ИПУ РАН, 2020, с. 256–259.
- [19] Kustov A., Yurchenkov A. Finite-horizon anisotropy-based estimation with packet dropouts. *IFAC-Papers OnLine*, 2020, vol. 53, iss. 2, pp. 4516–4520. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.468>
- [20] Тимин В.Н., Чайковский М.М., Курдюков А.П. Решение задачи анизотропийной субоптимальной фильтрации методом выпуклой оптимизации. *ДАН*, 2012, т. 444, № 6, с. 612–615.
- [21] Тимин В.Н., Курдюков А.П. Анизотропийная многокритериальная нестационарная фильтрация на конечном горизонте. *ДАН*, 2015, т. 464, № 3, с. 279–283. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0869565215270055>
- [22] Vladimirov I.G., Diamond P., Kloeden P. Anisotropy-based robust performance analysis of linear discrete time varying systems. CADSMAP Research Report 01-01. The University of Queensland, 2001.
- [23] Yurchenkov A.V., Kustov A.Yu. Sensor network adjusting based on anisotropic criterion. *ICSC*, 2021, pp. 268–273. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSC50472.2021.9666624>
- [24] Shen B., Wang Z., Hung Y.S. Distributed H_∞ -consensus filtering in sensor networks with multiple missing measurements: the finite horizon case. *Automatica*, 2010, vol. 46, iss. 10, pp. 1682–1688. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.06.025>
- [25] Zhang R., Xue A., Gao F. Model predictive control. Approaches based on the extended state space model and extended non-minimal state space model. Singapore, Springer, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-981-13-0083-7>

Юрченков Александр Викторович — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник ИПУ РАН (Российская Федерация, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65); доцент кафедры «Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Юрченков А.В. Настройка сети датчиков с отказами на основе анизотропийного критерия. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2023, № 1 (106), с. 45–63. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2023-1-45-63>

DEFAULT SENSOR NETWORK SETUP BASED ON THE ANISOTROPIC CRITERION

A.V. Yurchenkov

alexander.yurchenkov@yandex.ru

**Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation**
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The paper considers the problem of setting up a communication scheme associated with the adjacency matrix between separate non-ideal sensors and known probability of their failsafe operation. As the evaluation object, a linear discrete non-stationary model in the state space was chosen, which was affected by external perturbations with the inaccurately specified stochastic characteristics. For external perturbations, upper limit of the anisotropy of the extended vector consisting of all the perturbing sequence elements was determined. Sensors were combined into a common network, where each separate node was able to use not only the own measurements to build an estimate of the desired output, but also the measurements received from the adjacent sensors. The model took into account the failure of specific sensors, where failures had the Bernoulli distribution. A failure should be understood as the random readings of a measurement device containing no useful information. The criterion is anisotropic norm of the system in the estimation errors from the perturbing action to the estimated output error. The problem was in selecting such adjacency matrix coefficients, where the anisotropic norm value in the estimation errors was not exceeding a certain threshold value. Solution to the problem was reduced to a numerical procedure of solving a special system of matrix inequalities ensuring boundedness of the system anisotropic norm in the estimation errors

Keywords

Anisotropic theory, anisotropic norm, sensor networks, sensor failures, non-stationary systems, suboptimal estimation

Received 11.05.2022

Accepted 19.09.2022

© Author(s), 2023

REFERENCES

- [1] Whitehouse K., Culler D. Calibration as parameter estimation in sensor networks. *WSNA'02*, 2002, pp. 59–67. DOI: <https://doi.org/10.1145/570738.570747>
- [2] Wahba S.K., Dandamudi S., Dalton A.R., et al. NePTune: optimizing sensor networks. *Proc. 17th Int. Conf. on Comp. Comm. and Networks*, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCCN.2008.ECP.82>

- [3] Corsini P., Masci P., Vecchio A. Configuration and tuning of sensor network applications through virtual sensors. *IEEE PERCOMW'06*, 2006, pp. 5–32.
DOI: <https://doi.org/10.1109/PERCOMW.2006.32>
- [4] Becnel T., Sayahi T., Kelly K., et al. A recursive approach to partially blind calibration of a pollution sensor network. *IEEE ICESSE*, 2019.
DOI: <https://doi.org/10.1109/ICESSE.2019.8782523>
- [5] Cui J., Liu Y., Wei K., et al. Research on clock source correction method based on wireless sensor network and TPSN network protocol. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2020, vol. 1449, art. 012047. DOI: <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1449/1/012047>
- [6] Stanković M.S., Stanković S.S., Johansson K.H., et al. On consensus-based distributed blind calibration of sensor networks. *Sensors*, 2018, vol. 18, iss. 11, art. 4027.
DOI: <https://doi.org/10.3390/s18114027>
- [7] Stanković M.S., Stanković S.S., Johansson K.H. Asynchronous distributed blind calibration of sensor networks under noisy measurements. *IEEE Trans. Control. Netw. Syst.*, 2018, vol. 5, iss. 1, pp. 571–582. DOI: <https://doi.org/10.1109/TCNS.2016.2633788>
- [8] Delaine F., Lebental B., Rivano H. *In situ* calibration algorithms for environmental sensor networks: a review. *IEEE Sens. J.*, 2019, vol. 19, iss. 15, pp. 5968–5978.
DOI: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2019.2910317>
- [9] Semyonov A.V., Vladimirov I.G., Kurdyukov A.P. Stochastic approach to H_∞ -optimization. *IEEE CDC*, 1994, pp. 2249–2250. DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC.1994.411485>
- [10] Vladimirov I.G., Kurdyukov A.P., Semenov A.V. Anisotropy of signals and entropy of linear time-independent systems. *Doklady Akademii nauk*, 1995, vol. 342, no. 5, pp. 583–585 (in Russ.).
- [11] Vladimirov I.G., Daymond F., Kloeden P.E. Anisotropy-based robust performance analysis of finite horizon linear discrete time varying systems. *Autom. Remote Control.*, 2006, vol. 67, no. 8, pp. 1265–1282. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0005117906080066>
- [12] Vladimirov I.G., Kurdyukov A.P., Semyonov A.V. On computing the anisotropic norm of linear discrete-time-invariant systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 1996, vol. 96, iss. 1, pp. 3057–3062. DOI: [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)58144-6](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)58144-6)
- [13] Kustov A.Yu. State-space formulas for anisotropic norm of linear discrete time varying stochastic system. *CCE*, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICEEE.2018.8533987>
- [14] Yurchenkov A.V., Kustov A.Yu., Kurdyukov A.P. Anisotropy-based bounded real lemma for discrete-time systems with multiplicative noise. *Dokl. Math.*, 2016, vol. 93, no. 2, pp. 238–240. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064562416020204>
- [15] Yurchenkov A.V. Anisotropy-based controller design for linear discrete-time systems with multiplicative noise. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2018, vol. 57, no. 6, pp. 864–873.
DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064230718060138>
- [16] Belov I.R., Yurchenkov A.V., Kustov A.Yu. Anisotropy-based bounded real lemma for multiplicative noise systems: the finite horizon case. *MED*, 2019, pp. 148–152.
DOI: <https://doi.org/10.1109/MED.2019.8798565>

[17] Kustov A.Yu., Yurchenkov A.V. Finite-horizon anisotropic estimator design in sensor networks. *IEEE CDC*, 2020, pp. 4330–4335.

DOI: <https://doi.org/10.1109/CDC42340.2020.9304239>

[18] Kustov A.Yu., Yurchenkov A.V. [Anisotropy-based filtration problem for time-varying system with packet dropouts]. *Mater. 15-y Mezhdunar. konf. "Ustoychivost i kolebaniya nelineynykh sistem upravleniya"* [Proc. 15th Int. Conf. Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems]. Moscow, Trapeznikov ICS RAS Publ., 2020, pp. 256–259 (in Russ.).

[19] Kustov A., Yurchenkov A. Finite-horizon anisotropy-based estimation with packet dropouts. *IFAC–Papers OnLine*, 2020, vol. 53, iss. 2, pp. 4516–4520.

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.468>

[20] Timin V.N., Tchaykovsky M.M., Kurdyukov A.P. A solution to anisotropic suboptimal filtering problem by convex optimization. *Dokl. Math.*, 2012, vol. 85, no. 3, pp. 443–445. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064562412030362>

[21] Timin V.N., Kurdyukov A.P. Anisotropy-based multicriteria time-varying filtering on finite horizon. *Dokl. Math.*, 2015, vol. 92, no. 2, pp. 638–642.

DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064562415050142>

[22] Vladimirov I.G., Diamond P., Kloeden P. Anisotropy-based robust performance analysis of linear discrete time varying systems. CADSMAP Research Report 01-01. The University of Queensland, 2001.

[23] Yurchenkov A.V., Kustov A.Yu. Sensor network adjusting based on anisotropic criterion. *ICSC*, 2021, pp. 268–273. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSC50472.2021.9666624>

[24] Shen B., Wang Z., Hung Y.S. Distributed H_∞ -consensus filtering in sensor networks with multiple missing measurements: the finite horizon case. *Automatica*, 2010, vol. 46, iss. 10, pp. 1682–1688. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.06.025>

[25] Zhang R., Xue A., Gao F. Model predictive control. Approaches based on the extended state space model and extended non-minimal state space model. Singapore, Springer, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-981-13-0083-7>

Yurchenkov A.V. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences (Profsoyuznaya 65, Moscow, 117997 Russian Federation); Assoc. Professor, Department of Mathematical Simulation, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Yurchenkov A.V. Default sensor network setup based on the anisotropic criterion. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2023, no. 1 (106), pp. 45–63 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2023-1-45-63>