

## МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ВЕКТОРНОГО МАГНИТНОГО ГИСТЕРЕЗИСА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К МЕТОДУ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

И.Б. Подберезная

А.В. Павленко

Д.В. Батищев

А.С. Крамаров

podbereznaiaib@mail.ru

eea.srspu@gmail.com

d.batishchev@npi-tu.ru

drun.kramarov@mail.ru

ЮРГПУ (НПИ), Новочеркасск, Ростовская обл., Российская Федерация

---

### Аннотация

Предложены математические модели скалярного и векторного магнитного гистерезиса при решении задач расчета трехмерного магнитного поля в электротехнических устройствах методом пространственных интегральных уравнений. Представлена система пространственных интегральных уравнений, описывающая процессы в электротехнических устройствах. Рассмотрены базовый и модифицированный алгоритмы реализации скалярной модели Джайлса — Атертона. Настройка параметров указанной модели выполнена с использованием генетического алгоритма. Алгоритмы построения прямой и обратной векторной модели Джайлса — Атертона в трехмерной постановке представлены в соответствии с подходом Маергойза. Обобщенная модель векторного 3D-гистерезиса позволяет описывать нелинейные свойства ферромагнитной среды для изотропных и анизотропных материалов. Приведен пример расчета магнитной системы с учетом векторного магнитного гистерезиса. Параметры имитационной модели определены по экспериментальным данным ограниченного объема. Выполнена проверка адекватности расчетных моделей на тестовой задаче. Результаты численных исследований показали, что модели достаточно точно воспроизводят реальные гистерезисные зависимости для различных ферромагнитных материалов. Предложенные модели и реализующие их численные алгоритмы использованы в качестве ком-

### Ключевые слова

*Метод пространственных интегральных уравнений, магнитный гистерезис, численные методы, сходимость, устойчивость*

---

понентных моделей, задающих нелинейные характеристики магнитных материалов в комплексе программ, которые реализуют метод пространственных интегральных уравнений	Поступила 12.09.2022 Принята 21.10.2022 © Автор(ы), 2023
--	--

---

*Работа подготовлена по результатам исследований, полученным в ходе выполнения государственного задания на проведение научных исследований в рамках проекта «Энергоустановки на водородных топливных элементах для малых беспилотных аппаратов: моделирование, разработка, исследования», при поддержке Минобрнауки России, научный код FENN-2020-0022*

**Введение.** Метод пространственных интегральных уравнений (ПИУ) широко используют для решения задач расчета трехмерных электромагнитных полей в ферромагнитных средах с учетом магнитного гистерезиса и вихревых токов при проектировании электромеханических преобразователей и статических электромагнитных устройств [1–9]. Наиболее часто используемые для описания основной кривой намагничивания и петли магнитного гистерезиса аналитические выражения реализуют три подхода:

- 1) Прейзаха — Нееля — Красносельского [10, 11], основанного на применении статистической функции плотности вероятности, которая характеризует свойства материала;
- 2) теорию микромагнетиков Брауна [12] и Ахарони [13, 14];
- 3) модель Джайлса — Атертона [15–20].

Для описания магнитных свойств материала также используют модель Чана [21]. Для ее настройки необходимы три справочных параметра, что дает ей существенное преимущество по сравнению с другими моделями, настройка которых осуществляется более сложным образом. С ее помощью можно моделировать частные петли гистерезиса с учетом влияния частоты и температуры. В некоторых случаях эта модель является менее точной по сравнению с моделью Джайлса — Атертона, хотя качественно правильно описывает основные процессы намагничивания.

Гистерезисные модели Джайлса — Атертона в скалярном и векторном представлении включены в конечно-элементные схемы [22–25]. Однако ввиду сложности их применения в методе конечных элементов и, особенно, в 3D-постановке, продолжается совершенствование формулировок и алгоритмов таких моделей.

*Цель работы* — моделирование гистерезисных свойств магнитных материалов в трехмерных задачах расчета магнитного поля на основе модифицированной скалярной модели Джайлса — Атертона с учетом ее век-

торного 3D-расширения в соответствии с подходом Маергойза. В качестве полевого метода расчета использован метод ПИУ.

Согласно методу ПИУ, систему уравнений можно представить как

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \iiint_V \frac{\mathbf{J}_{\text{ВИХ}}}{r} dV + \iiint_V \frac{\text{rot } \mathbf{M}}{r} dV - \oiint_S \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{M}}{r} dS + \iiint_{V_J} \frac{\mathbf{J}_{\text{СТ}}}{r} dV_J \right]; \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{4\pi} \left[ \iiint_V \left[ \frac{3(\mathbf{M} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{M}}{r^3} \right] dV - \iiint_V \frac{\mathbf{J}_{\text{ВИХ}} \times \mathbf{r}}{r^3} dV - \iiint_{V_J} \frac{\mathbf{J}_{\text{СТ}} \times \mathbf{r}}{r^3} dV_J \right]; \\ \mathbf{J}_{\text{ВИХ}} &= \gamma \mathbf{E} = \gamma \left( -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{V} \times \text{rot } \mathbf{A}) - \text{grad } \phi_e \right) = \\ &= \gamma \left( -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{V} \times \text{rot } \mathbf{A}) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oiint_S \frac{\xi \mathbf{r}}{r^3} dS \right); \\ \xi &= 2\epsilon_0 \left[ -\mathbf{n} \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oiint_S \frac{\xi \mathbf{r}}{r^3} dS \right) \right]; \\ \mathbf{M} &= (\mu - 1) \mathbf{H}. \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{A}$  — вектор-столбец векторных магнитных потенциалов;  $\mathbf{J}_{\text{ВИХ}}$  — вектор плотностей вихревых токов;  $\mathbf{J}_{\text{СТ}}$  — вектор плотностей сторонних токов;  $\mathbf{M}$  — вектор намагниченностей в объеме ферромагнетика;  $\mathbf{H}$  — вектор напряженностей магнитного поля;  $\mu_0$ ,  $\epsilon_0$  — магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума;  $\xi$  — поверхностная плотность свободных зарядов;  $\mathbf{n}$  — единичный вектор нормали к поверхности на границе сред с разными магнитными свойствами;  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость ферромагнетика.

В матричном виде система уравнений, к которой сводится исходная система, описывающая процессы в электротехническом устройстве [26], имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{G}_1 \mathbf{J}_{\text{ВИХ}} + \mathbf{G}_2 \mathbf{M} + \mathbf{G}_3 \mathbf{J}_{\text{СТ}}; \\ \mathbf{H} &= \mathbf{G}_4 \mathbf{M} - \mathbf{G}_5 \mathbf{J}_{\text{ВИХ}} - \mathbf{G}_6 \mathbf{J}_{\text{СТ}}; \\ \mathbf{J}_{\text{ВИХ}} &= \gamma \left( -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{G}_7 \xi + (\mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A}) \right); \\ \xi &= 2\epsilon_0 \left[ -\mathbf{n} \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{G}_7 \xi \right) \right]; \\ \mathbf{M} &= (\mu - 1) \mathbf{H}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{G}_1$ ,  $\mathbf{G}_2$ ,  $\mathbf{G}_3$ ,  $\mathbf{G}_4$ ,  $\mathbf{G}_5$ ,  $\mathbf{G}_6$ ,  $\mathbf{G}_7$  — матрицы, определяемые геометрией и магнитными свойствами магнитной системы при ее пространственной

дискретизации;  $\gamma$  — удельная электрическая проводимость;  $\mathbf{v}$  — вектор скоростей перемещения подвижных ферромагнитных элементов. Решение приведенной системы позволяет определить неизвестные вторичные источники: вихревые токи, намагниченности ферромагнитных объемов, наведенные на границах электрические заряды.

Наиболее удачной для анализа процессов перемагничивания при расчете магнитных систем методом ПИУ вследствие относительной простоты математической формулировки является модель Джайлса — Атертона. Ее преимущества заключаются в том, что она сформулирована в терминах дифференциального уравнения, использует только пять параметров, идентификация которых выполняется по единственной измеренной гистерезисной петле. Применение этой модели позволяет определить намагниченность от напряженности внутреннего поля.

**Модель магнитного гистерезиса Джайлса — Атертона.** При моделировании магнитного гистерезиса базовая гистерезисная модель Джайлса — Атертона предполагает разложение намагниченности на две составляющие: обратимую  $M_{rev}$  и необратимую  $M_{irr}$  [18]. Безгистерезисная кривая соответствует минимальной энергии доменов и моделируется уравнением Ланжевена:

$$M_{an}(H_e) = M_S \left[ \operatorname{cth} \left( \frac{H_e}{A} \right) - \frac{A}{H_e} \right],$$

где  $M_S$  — намагниченность насыщения;  $H_e$  — эффективная напряженность поля,  $H_e = H + \alpha M$ ,  $H$  — напряженность намагничивающего поля;  $A$  — параметр формы;  $\alpha$  — коэффициент междоменной связи (экспериментально определяемый параметр поля). Необратимая составляющая и соответствующая ей производная описываются уравнениями:

$$M_{irr}(t) = \frac{M(t) - cM_{an}(t)}{1 - c};$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta K - \alpha(M_{an} - M_{irr})}.$$

Здесь  $c$  — параметр, характеризующий выпуклость границ домена (постоянная упругого смещения доменных границ);  $\delta$  — изменение напряженности магнитного поля (при  $dH/dt > 0$   $\delta = 1$ , при  $dH/dt < 0$   $\delta = -1$ );  $K = k / \mu_0$  — коэффициент сцепления (или коэффициент потерь), при этом коэффициент  $k$  не является постоянной величиной и может измениться в зависимости от функций  $M$  и  $H$ .

Реверсивная составляющая намагниченности представляет собой разность безгистерезисной и необратимой составляющих  $M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr})$  или в дифференциальной форме

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left( \frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right).$$

После суммирования двух составляющих намагничивания  $M = M_{rev} + M_{irr}$  и дифференцирования по  $H$  получим [18]:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{1+c} \frac{M_{an} - M}{\delta K - \alpha(M_{an} - M)} + \frac{c}{1+c} \frac{dM_{an}}{dH}.$$

Важный этап реализации модели — вычисление гистерезисных параметров (настройка модели) по экспериментальным данным единственной петли гистерезиса. Отметим, что процесс вычисления этих параметров является трудоемким, однозначных методик их определения нет. Задача оценки параметров модели решается с использованием адаптивных методов поиска: алгоритма имитации отжига [27, 28], генетических алгоритмов [29, 30], метода нейронных сетей [31], метода нечеткой логики [32], алгоритма роя частиц [33], алгоритма прямого поиска [34].

Модель Джайлса — Атертона может быть представлена различными уровнями сложности [35, 36], которые отличаются не только описанием гистерезисных процессов, но и числом используемых параметров. Еще один алгоритм на основе модифицированной модели Джайлса — Атертона может быть представлен в несколько другой формулировке, отличающейся от классической. Для его описания вернемся к базовому уравнению, которое преобразуем к виду

$$M = M_{irr} + M_{rev} = M_{irr} + c(M_{an} - M_{irr}) = M_{irr} + cM_{an} - cM_{irr}.$$

Откуда находим  $M_{an} - M = (1-c)(M_{an} - M_{irr})$ . Учитывая, что

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_S}{A} \left[ 1 - \text{cth}^2 \frac{H_e(t)}{A} + \left( \frac{A}{H_e(t)} \right)^2 \right]$$

и

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an}(t) - M_{irr}(t)}{K\delta},$$

получаем

$$dM_{irr} = \frac{1}{K\delta} (M_{an}(t) - M_{irr}(t)) dH_e.$$

Выполним следующие преобразования:

$$\begin{aligned} dM &= dM_{irr} + dM_{rev} = dM_{irr} + c(dM_{an} - dM_{irr}) = (1-c)dM_{irr} + cdM_{an} = \\ &= (1-c) \frac{1}{K\delta} (M_{an} - M_{irr}) dH_e + cdM_{an} = \frac{dH_e}{K\delta} (1-c)(M_{an} - M_{irr}) + cdM_{an} = \\ &= \frac{dH_e}{K\delta} (M_{an} - M) + cdM_{an} = \frac{1}{K\delta} (M_{an} - M) dH_e + cdM_{an} = \chi_f \frac{dH_e}{\delta} + cdM_{an}, \end{aligned}$$

где  $\chi_f = \frac{1}{K} (M_{an} - M)$ . Исключим параметр  $\delta = \chi_f / |\chi_f|$  [37], заменив

$$\text{последнее уравнение альтернативным } dM = \frac{\chi_f}{|\chi_f|} (\chi_f dH_e) + cdM_{an}.$$

В результате модифицированный алгоритм, реализующий модель Джайлса — Атертона с пятью параметрами, может быть представлен в виде последовательности действий.

1. Из предыдущего шага по времени задаются  $H(t)$ ,  $B(t)$ ,  $H_e(t - \Delta t)$ .
2. Для фактического шага времени рассчитывается магнитное поле и определяются его характеристики:

$$H(t + \Delta t), M(t) = \frac{B(t)}{\mu_0} - H(t), H_e(t) = H(t) + \alpha M(t),$$

$$dH_e = H_e(t) - H_e(t - \Delta t), dH = H(t + \Delta t) - H(t).$$

3. Проводится оценка безгистерезисной намагниченности и ее производной:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } \left| \frac{H_e(t)}{A} \right| > 0,1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_{an}(t) = M_S \left[ \operatorname{cth} \left( \frac{H_e(t)}{A} \right) - \frac{A}{H_e(t)} \right], \\ \frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_S}{A} \left[ 1 - \operatorname{cth}^2 \frac{H_e(t)}{A} + \left( \frac{A}{H_e(t)} \right)^2 \right], \end{array} \right. \\ \text{иначе } \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_{an}(t) = M_S \frac{H_e(t)}{3A}, \\ \frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_S}{3A}. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

4. Рассчитывается параметр  $\chi_f = \frac{1}{K} [M_{an}(t) - M(t)]$ .

5. По  $\chi_f dH_e$  вычисляется производная намагниченности:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{если } [\chi_f dH_e(t)] > 0 \Rightarrow \frac{dM}{dH} = \frac{\frac{\chi_f}{|\chi_f|} \chi_f + cdM_{an}/dH_e}{1 - \alpha((\chi_f/|\chi_f|) \chi_f - cdM_{an}/dH_e)}, \\ \text{иначе} \Rightarrow \frac{dM}{dH} = \frac{cdM_{an}/dH_e}{1 - c\alpha dM_{an}/dH_e}. \end{array} \right.$$

6. Рассчитываются новые значения намагниченности, индукции и напряженности эффективного поля:

$$M(t + \Delta t) = M(t) + \frac{dM}{dH} dH, \quad B(t + \Delta t) = \mu_0 [H(t + \Delta t) + M(t + \Delta t)],$$

$$H_e(t - \Delta t) = H_e(t).$$

7. Осуществляется следующий шаг по времени  $t = t + \Delta t$  и возврат к началу алгоритма.

Настройка параметров модели Джайлса — Атертона — неотъемлемая и очень важная часть реализации модели, так как точно подобранные параметры определяют не только правильный вид гистерезисной петли, максимально совпадающий с экспериментальными данными, но и существенно влияют на погрешность определения потерь при перемагничивании. Методика расчета параметров предложена в [38]. Имитационное моделирование динамического перемагничивания электротехнической стали описано в [39].

При построении модели векторного магнитного гистерезиса вектор изменения свойств материала связывается с магнитной предысторией в разных направлениях за счет суперпозиции нескольких скалярных моделей.

Алгоритм построения обобщенной прямой векторной модели Джайлса — Атертона в трехмерной постановке может быть представлен следующим образом. Согласно подходу Маергойза [40, 41], вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  может быть вычислен через вектор напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  по уравнению:

$$\mathbf{B} = f(\mathbf{H}) = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2 - \theta_0}^{\pi/2 + \theta_0} \mathbf{e}_\theta f_\theta(\mathbf{H} \cdot \mathbf{e}_\theta) d\theta,$$

где  $\theta_0$  — начальный угол интегрирования;  $\mathbf{e}_\theta$  — единичный вектор, соответствующий угловой координате  $\theta$ ;  $f_\theta(\mathbf{H} \cdot \mathbf{e}_\theta)$  — проекция скалярной





1. Вычисляются параметры поля  $\Delta Hx = Hx_2 - Hx_1$  (аналогично для  $\Delta Hy$ ,  $\Delta Hz$ );  $Mx_1 = Vx_1/\mu_0 - Hx_1$  (аналогично для  $My_1$ ,  $Mz_1$ );  $He_x = Hx_1 + \alpha_x Mx_1$  (аналогично для  $He_y$ ,  $He_z$ ),  $|He| = \sqrt{He_x^2 + He_y^2 + He_z^2}$ .

2. Определяются проекции безгистерезисной намагниченности (аналогично для  $M_{an y}$ ,  $M_{an z}$ ):

$$M_{an x} = M_{Sx} \left[ \operatorname{cth} \left( \frac{|He|}{A_x} \right) - \frac{A_x}{|He|} \right] \frac{He_x}{|He|}.$$

3. Рассчитывается тензор производной безгистерезисной кривой по эффективному полю (аналогично для  $\xi_y$  и  $\xi_z$ ):

$$\begin{aligned} \xi_x = \frac{M_{an x}}{dHe_x} = \frac{M_{Sx}}{A_x} & \left[ 1 - \operatorname{cth}^2 \left( \frac{|He|}{A_x} \right) + \left( \frac{A_x}{|He|} \right)^2 \right] \frac{He_x^2}{|He|^2} + \\ & + M_{Sx} \left[ \operatorname{cth} \left( \frac{|He|}{A_x} \right) - \frac{A_x}{|He|} \right] \left( \frac{1}{|He|} - \frac{He_x^2}{|He|^3} \right). \end{aligned}$$

4. Выполняется расчет (аналогично для  $\chi_{fy}$  и  $\chi_{fz}$ ):

$$\chi_{fx} = \frac{1}{k_x} [M_{an x} - Mx_1], \quad |\chi_f| = \sqrt{\chi_{fx}^2 + \chi_{fy}^2 + \chi_{fz}^2}.$$

5. Вычисляются коэффициенты матрицы: если

$$(\chi_{fx} He_x + \chi_{fy} He_y + \chi_{fz} He_z) > 0,$$

то коэффициенты

$$\begin{aligned} wx = \frac{\chi_{fx} \chi_{fx}}{|\chi_f|}, \quad wy = \frac{\chi_{fy} \chi_{fy}}{|\chi_f|}, \quad wz = \frac{\chi_{fz} \chi_{fz}}{|\chi_f|}, \\ wxy = \frac{\chi_{fx} \chi_{fy}}{|\chi_f|}, \quad wxz = \frac{\chi_{fx} \chi_{fz}}{|\chi_f|}, \quad wyz = \frac{\chi_{fy} \chi_{fz}}{|\chi_f|}. \end{aligned}$$

Соответствующие матрицы

$$\mathbf{Matrix}_A = \begin{bmatrix} 1 - \alpha_x (wx + c_x \xi_x) & -\alpha_y wxy & -\alpha_z wxz \\ -\alpha_x wxy & 1 - \alpha_y (wy + c_y \xi_y) & -\alpha_z wyz \\ -\alpha_x wxz & -\alpha_y wyz & 1 - \alpha_z (wz + c_z \xi_z) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Matrix}_B = \begin{bmatrix} wx + c_x \xi_x & wxy & wxz \\ wxy & wy + c_y \xi_y & wyz \\ wxz & wyz & wz + c_z \xi_z \end{bmatrix}.$$

Иначе

$$\mathbf{Matrix}_A = \begin{bmatrix} 1 - \alpha_x c_x \xi_x & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \alpha_y c_y \xi_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \alpha_z c_z \xi_z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Matrix}_B = \begin{bmatrix} c_x \xi_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y \xi_y & 0 \\ 0 & 0 & c_z \xi_z \end{bmatrix}.$$

6. Решается уравнение  $dM dH = (\mathbf{Matrix}_A)^{-1} \mathbf{Matrix}_B$ . Определяется приращение по намагниченности и намагниченность  $dMx = dM dH_{1,1} dHx + dM dH_{1,2} dHy + dM dH_{1,3} dHz$  (аналогично для  $dMy$ ,  $dMz$ );  $Mx_2 = Mx(t + \Delta t) = Mx_1 + dMx$  (аналогично для  $My_2$ ,  $Mz_2$ ).

7. Определяются выходные параметры:

$$JA_1 \rightarrow Mx_2; JA_2 \rightarrow My_2; JA_3 \rightarrow Mz_2.$$

Процедура вычисления параметров обобщенной прямой векторной модели Джайлса — Атертона в трехмерной постановке строится следующим образом.

1. Задаются начальные значения  $Bx_1, By_1, Bz_1$  и вычисляются проекции напряженности магнитного поля для времени  $t_1$  и  $t_2$ :

$$count = 1$$

$$Bx_1 = 0, \quad By_1 = 0, \quad Bz_1 = 0,162$$

Для  $count = 1, \dots, N+1$  {расчет векторов}

$$t_1 = t_0 + \Delta t (count - 1)$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t$$

$$Hx_1 = H_m \sin(\omega t_1), \quad Hy_1 = H_m \sin(\omega t_1), \quad Hz_1 = H_m \cos(\omega t_1),$$

$$Hx_2 = H_m \sin(\omega t_2), \quad Hy_2 = H_m \sin(\omega t_2), \quad Hz_2 = H_m \cos(\omega t_2).$$

2. Выполняется обращение к процедуре-функции определения проекций намагниченности скалярной модели Джайлса — Атертона по направлению

$$\text{Vekt} = JA \begin{pmatrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \uparrow \\ M_{Sx} & k_x & c_x & A_x & \alpha_x & Hx_1 & Hx_2 & Bx_1 & Mx_2 \\ M_{Sy} & k_y & c_y & A_y & \alpha_y & Hy_1 & Hy_2 & By_1 & My_2 \\ M_{Sz} & k_z & c_z & A_z & \alpha_z & Hz_1 & Hz_2 & Bz_1 & Mz_2 \end{pmatrix}.$$

3. Вычисляются проекции вектора индукции магнитного поля, переопределяются переменные:

$$Bx_2 = \mu_0 (Hx_2 + \text{Vekt}_1), \quad By_2 = \mu_0 (Hy_2 + \text{Vekt}_2), \quad Bz_2 = \mu_0 (Hz_2 + \text{Vekt}_3),$$

$$VG_{1,\text{count}} = t_1, \quad VG_{2,\text{count}} = Hx_1, \quad VG_{3,\text{count}} = Hy_1, \quad VG_{4,\text{count}} = Hz_1,$$

$$VG_{5,\text{count}} = \text{Vekt}_1, \quad VG_{6,\text{count}} = \text{Vekt}_2, \quad VG_{7,\text{count}} = \text{Vekt}_3, \quad VG_{8,\text{count}} = Bx_2,$$

$$VG_{9,\text{count}} = By_2, \quad VG_{10,\text{count}} = Bz_2, \quad Bx_1 = Bx_2, \quad By_1 = By_2, \quad Bz_1 = Bz_2.$$

Процесс продолжается до конца цикла по всем направлениям  $\text{count} = 1, \dots, N + 1$ .

Выходные параметры:

$$VG_{1,\text{count}} = t_{\text{count}}, \quad VG_{2,\text{count}} = Hx_{\text{count}}, \quad VG_{3,\text{count}} = Hy_{\text{count}},$$

$$VG_{4,\text{count}} = Hz_{\text{count}}, \quad VG_{5,\text{count}} = Mx_{\text{count}}, \quad VG_{6,\text{count}} = My_{\text{count}},$$

$$VG_{7,\text{count}} = Mz_{\text{count}}, \quad VG_{8,\text{count}} = Bx_{\text{count}}, \quad VG_{9,\text{count}} = By_{\text{count}},$$

$$VG_{10,\text{count}} = Bz_{\text{count}}.$$

Скалярная и векторная модели перемагничивания ферромагнитных материалов Джайлса — Атертона встраиваются в алгоритм метода ПИУ за счет преобразования и решения второго уравнения в (1):

$$\left[ \mathbf{G}_4 - \mathbf{D} \left( \frac{1}{\mu - 1} \right) \right] \mathbf{M} = [\mathbf{G}_5] \mathbf{J}_{\text{вих}} + [\mathbf{G}_6] \mathbf{J}_{\text{ст}},$$

где  $\mathbf{D}(1/(\mu - 1))$  — диагональная матрица с коэффициентами  $1/(\mu - 1)$  на главной диагонали, характеризующими величину, обратную магнитной восприимчивости в элементарных объемах.

**Пример использования модели.** Для иллюстрации предложенного подхода рассмотрим учет векторного магнитного гистерезиса на основе скалярной модели Джайлса — Атертона (применительно к методу ПИУ) с использованием тестовой модели электромагнитного устройства [38]. Для тестирования такое устройство содержит ферромагнитный сердечник, состоящий из пяти пакетов шихтованной стали шириной 0,48 мм каждый (рис. 2), а также две катушки для создания магнитного поля. Устройство

имеет Т-образную конструкцию. Материал сердечника: сталь Fe–Si 3,2 %, характеристики стали: проводимость  $\gamma = 1,78 \cdot 10^6$  1/(Ом · м), плотность  $\rho = 7650$  кг/м<sup>3</sup>.

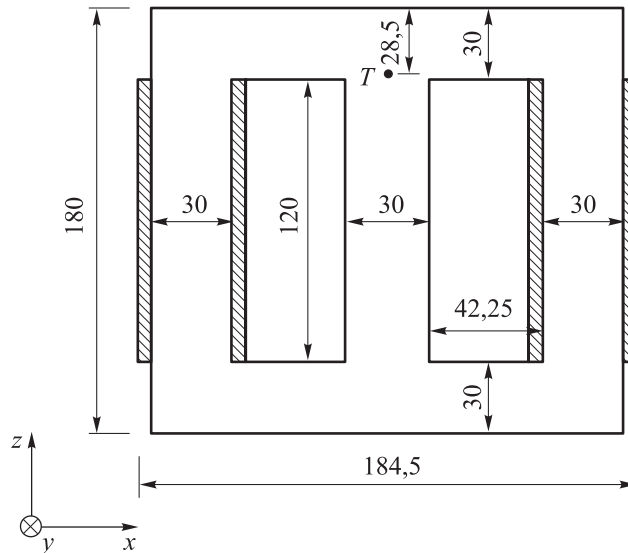
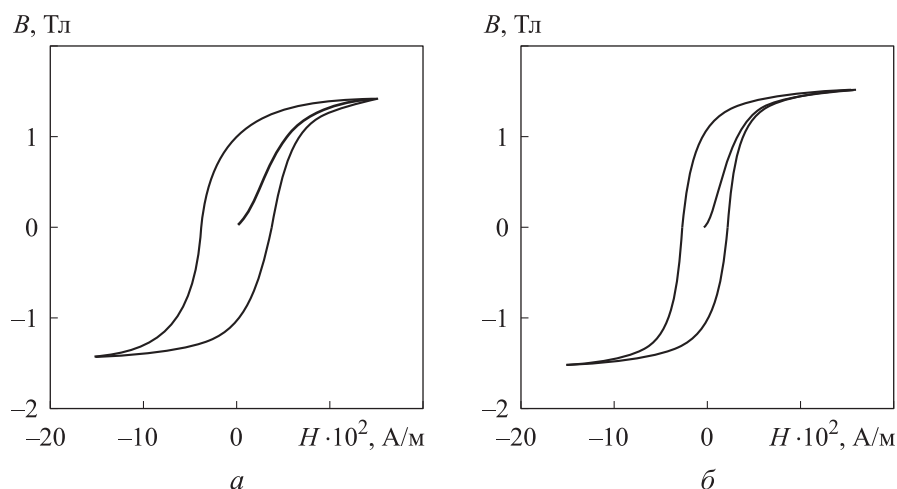


Рис. 2. Схема электромагнитного устройства

Каждая катушка содержит  $w = 90$  витков, имеет активное сопротивление  $R = 0,32$  Ом. Амплитуда плотности тока в катушках  $j = 6 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>, частота  $f = 10$  Гц, токи сдвинуты по фазе на  $90^\circ$  относительно друг друга. Характеристики материала описываются моделью Джайлса — Атертона с пятью параметрами по осям:

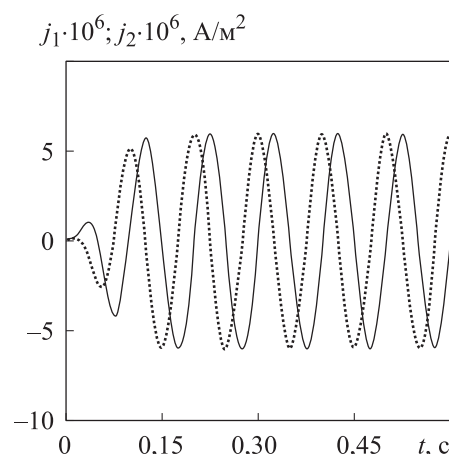
	$x, y$	$z$
Намагниченность насыщения $M_s$ , А/м .....	$1,31 \cdot 10^6$	$1,33 \cdot 10^6$
Параметр формы безгистерезисной кривой намагничивания $A$ , А/м .....	233,78	172,856
Постоянная упругого смещения границ доменов $c$ .....	$736 \cdot 10^{-3}$	$652 \cdot 10^{-3}$
Постоянная подвижности доменов $K$ , А/м .....	374,975	232,652
Коэффициент магнитной связи доменов $\alpha$ .....	$56 \cdot 10^{-6}$	$417 \cdot 10^{-6}$

Настройку модели, оценку и оптимизацию ее параметров можно проводить по методике, изложенной в [34]. Расчетные петли гистерезиса показаны на рис. 3. Соответствующие зависимости плотностей токов в катушках приведены на рис. 4.



**Рис. 3.** Расчетные петли гистерезиса в различных направлениях срезов стали под нулевым углом (а) и под углом 90° (б) к прокатке

**Рис. 4.** Зависимости плотностей токов в катушках от времени



Распределение магнитного поля в магнитопроводе трансформатора в различные моменты времени показано на рис. 5. В точке  $T$  (см. рис. 2) хорошо заметен характерный процесс вращения вектора индукции.

Результаты моделирования магнитного поля в точке  $T$  (см. рис. 2) приведены на рис. 6. Входные  $H_x(t) = H_m \sin(\omega t)$  и выходные  $B_x(t)$  сигналы (рис. 6, а, б) показаны сплошными линиями с точками, сигналы  $H_z(t) = H_m \cos(\omega t)$ ,  $B_z(t)$  — штриховыми; проекции векторного гистерезиса  $B_x = f(H_x)$ ,  $B_z = f(H_z)$ , построенные по обобщенной векторной 3D-модели, представлены на рис. 6, в; изменения напряженности  $H_z = f(H_x)$  и индукции  $B_z = f(B_x)$  магнитного поля в точке  $T$  — на рис. 6, д, е.

При моделировании выполнены следующие условия. Катушки подключены к источникам тока частотой 10 Гц для исключения влияния скин-эффекта. Магнитопровод не имеет воздушных зазоров. Вычислительная модель с достаточной точностью отображает распределение вектора индукции в активной зоне (точка  $T$ ), воспроизводит вращательный эффект и хорошо согласуется с результатами, приведенными в [38].

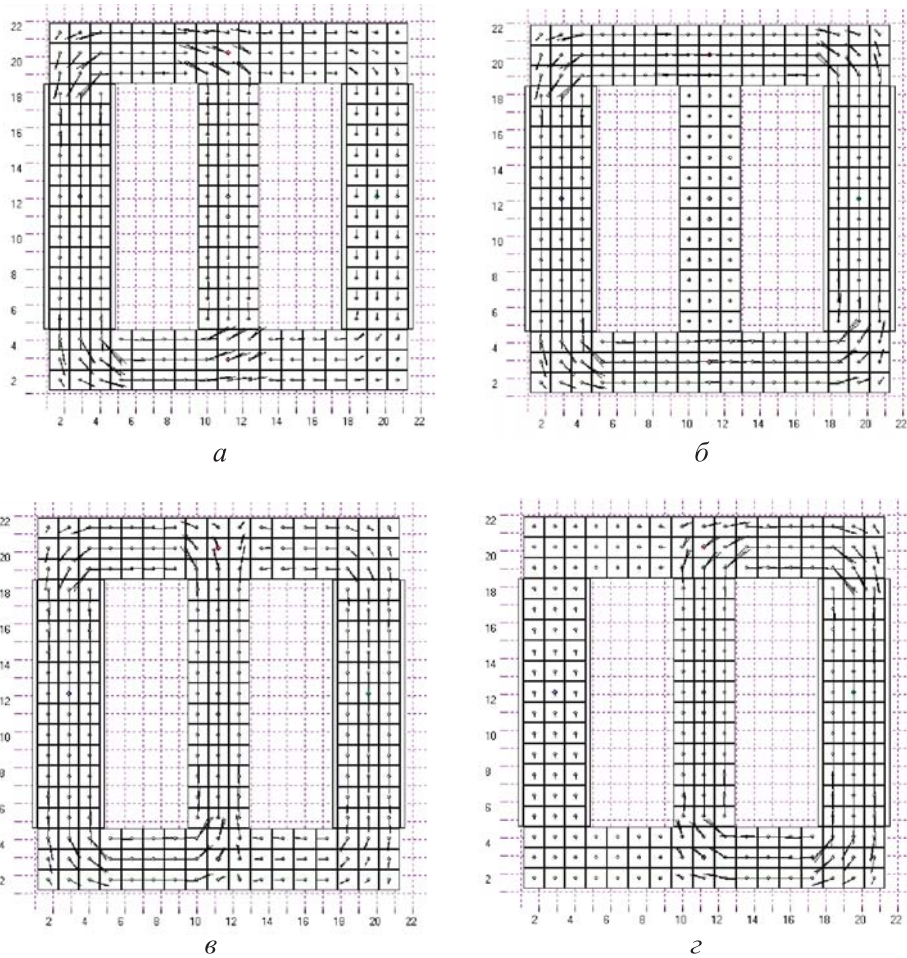


Рис. 5. Распределение магнитного поля для моментов времени 0,008 (а), 0,016 (б), 0,031 (в) и 0,048 с (г)

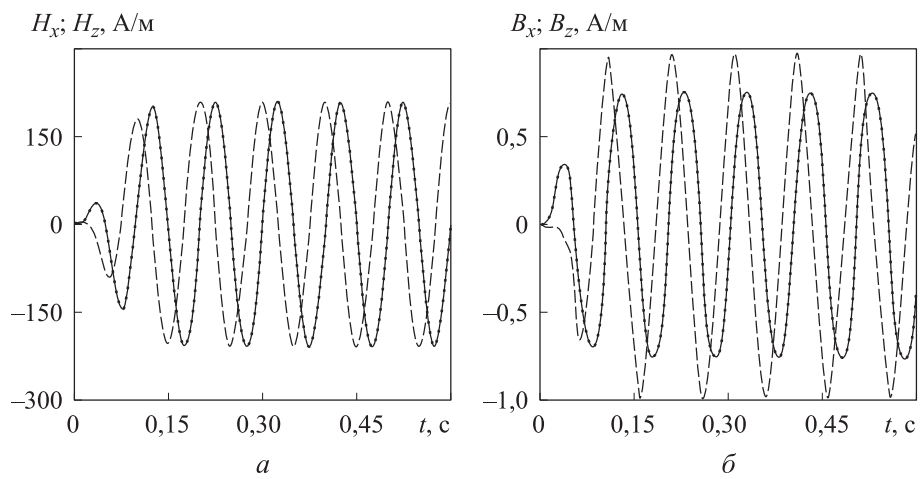


Рис. 6 (начало). Результаты моделирования

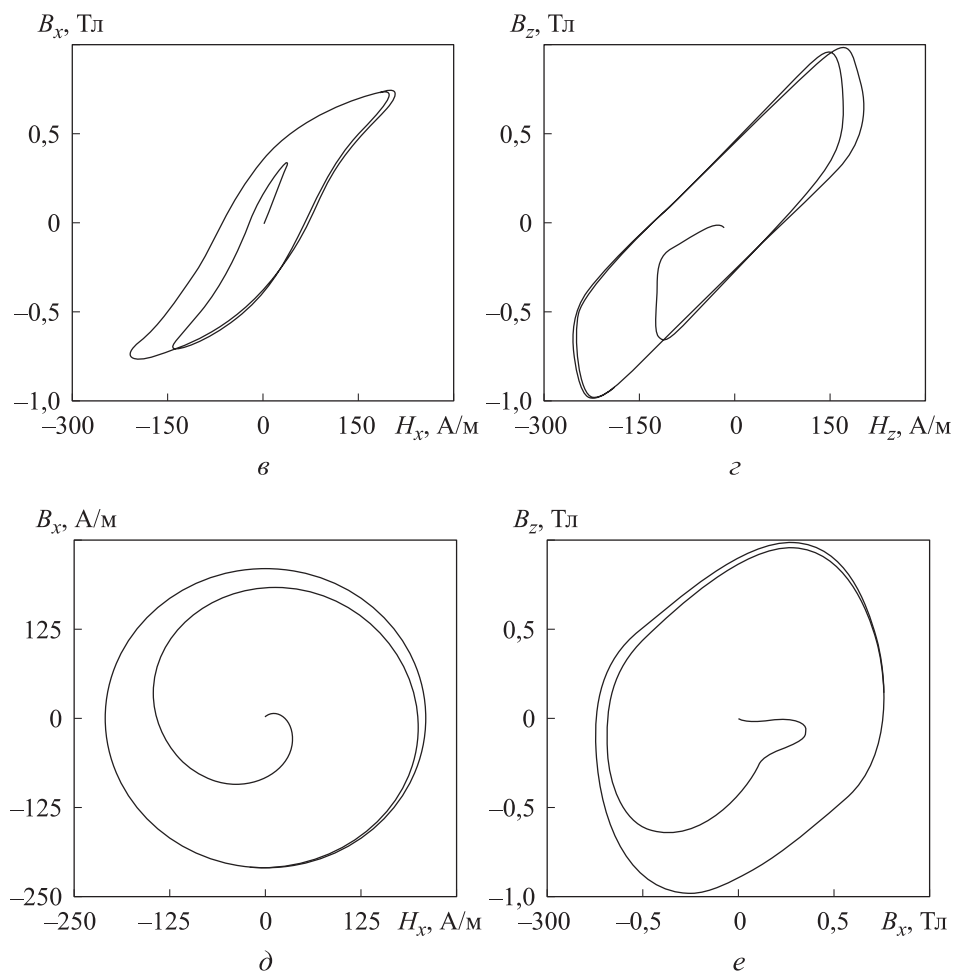


Рис. 6 (окончание). Результаты моделирования

**Заключение.** Предложены математические модели и алгоритмы, описывающие нелинейные свойства ферромагнитной среды, которые позволяют учитывать скалярный и векторный магнитные гистерезисы. Параметры имитационной модели определяются по экспериментальным данным ограниченного объема, согласно методике из [38]. Численные исследования показывают, что модели достаточно точно воспроизводят реальные гистерезисные зависимости для разных ферромагнитных материалов, погрешность в пределах 2 % [39]. Разработаны алгоритмы построения обобщенной модели векторного магнитного гистерезиса для изотропных и анизотропных материалов на основе скалярной модели Джайлса — Атертона в трехмерной (3D) постановке. Выполнена проверка адекватности анизотропной 3D-модели и алгоритма на модельной тестовой задаче, реализованной в программном комплексе метода ПИУ, получены результаты, хорошо со-

гласующиеся с результатами из [38]. Предложенные модели и реализующие их численные алгоритмы также могут быть использованы в качестве компонентных моделей, задающих нелинейные характеристики магнитных материалов при расчете магнитных цепей так, как это выполнено в [43, 44].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Пеккер И.И. Расчет магнитных систем методом интегрирования по источникам поля. *Известия вузов. Электромеханика*, 1964, № 6, с. 1047–1051.
- [2] Пеккер И.И. К расчету магнитных систем методом интегрирования по источникам поля. *Известия вузов. Электромеханика*, 1968, № 9, с. 940–943.
- [3] Пеккер И.И. Расчет магнитных систем путем интегрирования по источникам поля. *Известия вузов. Электромеханика*, 1969, № 6, с. 618–623.
- [4] Курбатов П.А., Аринчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей. М., Энергоатомиздат, 1984.
- [5] Подберезная И.Б., Ковалев О.Ф., Гринченков В.П. Моделирование электромагнитных систем с постоянными магнитами модифицированным методом интегральных уравнений. *Известия вузов. Электромеханика*, 2004, № 4, с. 6–9.
- [6] Подберезная И.Б. Применение пространственных интегральных уравнений для расчета квазистационарных электромагнитных полей в электромеханических устройствах. *Известия ЮФУ. Технические науки*, 2014, № 3, с. 250–264.
- [7] Подберезная И.Б., Ершов Ю.К., Павленко А.В. Метод пространственных интегральных уравнений на примере задачи расчета магнитного поля в призме прямоугольного сечения. *Известия вузов. Электромеханика*, 2014, № 2, с. 3–15.
- [8] Подберезная И.Б., Ершов Ю.К., Павленко А.В. Расчет распределения магнитного поля в призме прямоугольного сечения методом пространственных интегральных уравнений при различных формах входного сигнала. *Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Сер. Технические науки*, 2014, № 5, с. 15–21.
- [9] Подберезная И.Б., Ершов Ю.К., Павленко А.В. Оценка погрешности метода пространственных интегральных уравнений при его численной реализации. *Известия вузов. Электромеханика*, 2015, № 5, с. 17–24.  
DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2015-5-17-24>
- [10] Красносельский М.А., Покровский А.В. Системы с гистерезисом. М., Наука, 1983.
- [11] Mayergoyz I.D. Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view. *J. Appl. Phys.*, 1985, vol. 57, iss. 8, pp. 3803–3805.  
DOI: <https://doi.org/10.1063/1.334925>
- [12] Brown W.F., Jr. Micromagnetics, domains, and resonance. *J. Appl. Phys.*, 1959, vol. 30, iss. 4, pp. 62–69. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.2185970>
- [13] Aharoni A. Some recent developments in micromagnetics at the Weizmann Institute of Science. *J. Appl. Phys.*, 1959, vol. 30, iss. 4, pp. 70–78.  
DOI: <https://doi.org/10.1063/1.2185971>



- [14] Aharoni A. Introduction to the theory of ferromagnetism. Oxford Univ. Press, 2000.
- [15] Jiles D.C. A self consistent generalized model for the calculation of minor loop excursions in the theory of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1992, vol. 28, iss. 5, pp. 2602–2604. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.179570>
- [16] Jiles D.C. Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media. *IEEE Trans. Magn.*, 1994, vol. 30, iss. 6, pp. 4326–4328. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.334076>
- [17] Jiles D.C., Ramesh A., Shi Y., et al. Application of the anisotropic extension of the theory of hysteresis to the magnetization curves of crystalline and textured magnetic materials. *IEEE Trans. Magn.*, 1997, vol. 33, iss. 5, pp. 3961–3963. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.619629>
- [18] Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. *J. Magn. Magn. Mater.*, 1986, vol. 61, iss. 1-2, pp. 48–60. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(86\)90066-1](https://doi.org/10.1016/0304-8853(86)90066-1)
- [19] Jiles D.C., Thoeke J.B. Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of model parameters from experimental hysteresis loops. *IEEE Trans. Magn.*, 1989, vol. 25, iss. 5, pp. 3928–3930. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.42480>
- [20] Jiles D.C., Atherton D.L. Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1983, vol. 19, iss. 5, pp. 2183–2185. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.1983.1062594>
- [21] Chan J.H., Vladirimescu A., Gao X.-C., et al. Nonlinear transformer model for circuit simulation. *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst.*, 1991, vol. 10, iss. 4, pp. 476–482. DOI: <https://doi.org/10.1109/43.75630>
- [22] Leite J.V., Sadowski N., Kuo-Peng P., et al. Inverse Jiles — Atherton vector hysteresis model. *IEEE Trans. Magn.*, 2004, vol. 40, iss. 4, pp. 1769–1775. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.830998>
- [23] Leite J.V., Benabou A., Sadowski N. Transformer inrush currents taking into account vector hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 2010, vol. 46, iss. 8, pp. 3237–3240. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2010.2046401>
- [24] Leite J.V., Benabou A., Sadowski N., et al. Implementation of an anisotropic vector hysteresis model in a 3-D finite-element code. *IEEE Trans. Magn.*, 2008, vol. 44, iss. 6, pp. 918–921. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2007.915810>
- [25] Lin D., Zhou P., Fu W.N., et al. A dynamic core loss model for soft ferromagnetic and power ferrite materials in transient finite element analysis. *IEEE Trans. Magn.*, 2004, vol. 40, iss. 2, pp. 1318–1321. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.825025>
- [26] Подберезная И.Б., Павленко А.В. К расчету динамических характеристик быстродействующих электромагнитов тяговых автоматических выключателей. *Известия вузов. Электромеханика*, 2019, № 2, с. 21–28. DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2019-2-21-28>
- [27] Wilson P.R., Neil Ross J., Brown A.D. Optimizing the Jiles — Atherton model of hysteresis by a genetic algorithm. *IEEE Trans. Magn.*, 2001, vol. 37, iss. 2, pp. 989–993. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.917182>

- [28] Salvini A., Fulginei R.F. Soft computing for the identification of the Jiles — Atherton model parameters. *IEEE Trans. Magn.*, 2005, vol. 41, iss. 3, pp. 1100–1108. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.843345>
- [29] Shuying C., Boweng W., Rongge Y., et al. Optimization of hysteresis parameters for the Jiles — Atherton model using a genetic algorithm. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 2004, vol. 14, iss. 2, pp. 1157–1160. DOI: <https://doi.org/10.1109/TASC.2004.830462>
- [30] Salvini A., Fulginei F. R. Genetic algorithms and neural networks generalizing the Jiles — Atherton model of static hysteresis for dynamic loops. *IEEE Trans. Magn.*, 2002, vol. 38, iss. 2, pp. 873–876. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.996225>
- [31] Grimaldi D., Michaeli L., Palumbo A. Automatic and accurate evaluation of the parameters of a magnetic hysteresis model. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2000, vol. 49, iss. 1, pp. 154–160. DOI: <https://doi.org/10.1109/19.836327>
- [32] Mordjaoui M., Chabane M., Boudjema B., et al. Qualitative ferromagnetic hysteresis modeling. *J. Comput. Sci.*, 2007, vol. 3, no. 6, pp. 399–405. DOI: <https://doi.org/10.3844/JCSSP.2007.399.405>
- [33] Marion R., Siauve N., Raulet M.-A., et al. A comparison of identification techniques for the Jiles — Atherton model of hysteresis. *XX Symp. EPNC*, 2008. URL: <https://hal.science/hal-00359384> (дата обращения: 15.12.2022).
- [34] Chwastek K., Szczygłowski J., Najgebauer M. A direct search algorithm for estimation of Jiles — Atherton hysteresis model parameters. *Mater. Sci. Eng. B*, 2006, vol. 131, iss. 1-3, pp. 22–26. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mseb.2005.11.030>
- [35] Амелин С.А., Новиков А.А. К расчету динамических характеристик быстродействующих электромагнитов тяговых автоматических выключателей. *Электричество*, 1995, № 9, с. 46–51.
- [36] Амелин С.А., Новиков А.А., Строев К.Н. и др. Модификация модели Джилса — Атертона для учета частотных свойств ферромагнетиков. *Электричество*, 1995, № 11, с. 60–63.
- [37] Bergqvist A.J. A simple vector generalization of the Jiles — Atherton model of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1996, vol. 32, iss. 5, pp. 4213–4215. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.539337>
- [38] Podbereznaya I.B., Medvedev V.V., Pavlenko A.V., et al. Selection of optimal parameters for the Jiles — Atherton magnetic hysteresis model. *Russ. Electr. Engin.*, 2019, vol. 90, no. 1, pp. 80–85. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068371219010115>
- [39] Podbereznaya I.B., Pavlenko A.V. Accounting for dynamic losses in the Jiles — Atherton model of magnetic hysteresis. *J. Magn. Magn. Mater.*, 2020, vol. 513, art. 167070. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167070>
- [40] Mayergoyz I.D. Mathematical models of hysteresis. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, vol. 56, iss. 15, pp. 1518–1521. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.56.1518>
- [41] Mayergoyz I.D. Mathematical models of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1986, vol. 22, iss. 5, pp. 603–608. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.1986.1064347>

[42] Bastos J.P., Sadowski N., Leite J.V., et al. A differential permeability 3-D formulation for anisotropic vector hysteresis analysis. *IEEE Trans. Magn.*, 2014, vol. 50, iss. 2, art. 7008304. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2282697>

[43] Подберезная И.Б., Ткачев А.Н. Моделирование переходных и установившихся периодических процессов в нелинейном индуктивном элементе электрической цепи с учетом магнитного гистерезиса. *Известия вузов. Электромеханика*, 2022, т. 65, № 1, с. 3–12. DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2022-1-3-12>

[44] Подберезная И.Б., Ткачев А.Н. Моделирование феррорезонансных режимов в нелинейных электрических цепях с учетом магнитного гистерезиса. *Известия вузов. Электромеханика*, 2022, т. 65, № 1, с. 13–24. DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2022-1-13-24>

**Подберезная Ирина Борисовна** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Электромеханика и электрические аппараты» ЮРГПУ (НПИ) (Российская Федерация, 346428, Новочеркасск, Ростовская обл., ул. Просвещения, д. 132).

**Павленко Александр Валентинович** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Электромеханика и электрические аппараты» ЮРГПУ (НПИ) (Российская Федерация, 346428, Новочеркасск, Ростовская обл., ул. Просвещения, д. 132).

**Батищев Денис Владимирович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Электромеханика и электрические аппараты» ЮРГПУ (НПИ) (Российская Федерация, 346428, Новочеркасск, Ростовская обл., ул. Просвещения, д. 132).

**Крамаров Андрей Сергеевич** — аспирант, младший научный сотрудник НИИ электромеханики ЮРГПУ (НПИ) (Российская Федерация, 346428, Новочеркасск, Ростовская обл., ул. Просвещения, д. 132).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Подберезная И.Б., Павленко А.В., Батищев Д.В. и др. Модифицированный алгоритм трехмерной модели векторного магнитного гистерезиса применительно к методу пространственных интегральных уравнений. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2023, № 3 (108), с. 37–60. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2023-3-37-60>

**MODIFIED ALGORITHM OF THE VECTOR MAGNETIC HYSTERESIS  
3D MODEL APPLIED TO THE SPATIAL INTEGRAL EQUATIONS  
METHOD**

**I.B. Podberezная**

**A.V. Pavlenko**

**D.V. Batishchev**

**A.S. Kramarov**

[podberezнаяib@mail.ru](mailto:podberezнаяib@mail.ru)

[eea.srspu@gmail.com](mailto:eea.srspu@gmail.com)

[d.batishchev@npi-tu.ru](mailto:d.batishchev@npi-tu.ru)

[drun.kramarov@mail.ru](mailto:drun.kramarov@mail.ru)

**SRSPU (NPI), Novocherkassk, Rostov Region, Russian Federation**

## Abstract

The paper proposes mathematical models of the scalar and vector magnetic hysteresis to solve the problems of calculating the three-dimensional magnetic field in electrical devices by the method of spatial integral equations. A system of spatial integral equations is presented describing processes in the electrical devices. Basic and modified algorithms of the Jiles — Atherton scalar model implementation are considered. The model parameters were tuned using a genetic algorithm. Algorithms for constructing the Jiles — Atherton direct and inverse vector model in the three-dimensional setting were presented in accordance with the Mayergoyz approach. Generalized model of the vector 3D hysteresis makes it possible to describe the nonlinear properties of ferromagnetic medium for the isotropic and anisotropic materials. An example of the magnetic system calculation is provided taking into account the vector magnetic hysteresis. The simulation model parameters were determined from experimental data of the limited scope. Adequacy of the computational models was checked using a test problem. Results of the numerical studies demonstrated that the models were quite accurately reproducing real hysteresis dependences for various ferromagnetic materials. Proposed models and numerical algorithms implementing them were used as the component models that specified nonlinear characteristics of the magnetic materials in a software package that implemented the spatial integral equations method

## Keywords

*Spatial integral equations method, magnetic hysteresis, numerical methods, convergence, stability*

Received 12.09.2022

Accepted 21.10.2022

© Author(s), 2023

---

*The work was prepared based on the results of research obtained in the course of fulfilling the state task for conducting scientific research within the framework of the project “Power Plants on Hydrogen Fuel Cells for Small Unmanned Vehicles: Modeling, Development, Research” program with the support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, scientific code FENN-2020-0022*

## REFERENCES

- [1] Pekker I.I. Calculation of magnetic systems by the method of integration over field sources. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 1964, no. 6, pp. 1047–1051 (in Russ.).

- [2] Pekker I.I. On the calculation of magnetic systems by the method of integration over field sources. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 1968, no. 9, pp. 940–943 (in Russ.).
- [3] Pekker I.I. Calculation of magnetic systems by integration over field sources. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 1969, no. 6, pp. 618–623 (in Russ.).
- [4] Kurbatov P.A., Arinchin S.A. Chislenny raschet elektromagnitnykh poley [Numerical calculation of electromagnetic fields]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984.
- [5] Podbereznaya I.B., Kovalev O.F., Grinchenkov V.P. Simulation of electromagnetic systems with permanent magnets by modified method of integral equations. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 2004, no. 4, pp. 6–9 (in Russ.).
- [6] Podbereznaya I.B. Application of the spatial integrated equations for calculation of quasistationary electromagnetic fields in electromechanical devices. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFEDU. Engineering Sciences], 2014, no. 3, pp. 250–264 (in Russ.).
- [7] Podbereznaya I.B., Ershov Yu.K., Pavlenko A.V. The method of spatial integral equations on the example of the problem of calculating the magnetic field in a rectangular prism. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 2014, no. 2, pp. 3–15 (in Russ.).
- [8] Podbereznaya I.B., Ershov Yu.K., Pavlenko A.V. Calculation of distribution of a magnetic field in a prism of rectangular section a method of the spatial integrated equations at various forms of an entrance signal. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Ser. Tekhnicheskie nauki* [Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences], 2014, no. 5, pp. 15–21 (in Russ.).
- [9] Podbereznaya I.B., Ershov Yu.K., Pavlenko A.V. Estimation of borders of applicability of a method of the spatial integrated equations at its numerical realization. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 2015, no. 5, pp. 17–24 (in Russ.).  
DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2015-5-17-24>
- [10] Krasnoselskiy M.A., Pokrovskiy A.V. Sistemy s gisterezisom [Systems with hysteresis]. Moscow, Nauka Publ., 1983.
- [11] Mayergoyz I.D. Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view. *J. Appl. Phys.*, 1985, vol. 57, iss. 8, pp. 3803–3805.  
DOI: <https://doi.org/10.1063/1.334925>
- [12] Brown W.F. Micromagnetics, domains, and resonance. *J. Appl. Phys.*, 1959, vol. 30, iss. 4, pp. 62–69. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.2185970>
- [13] Aharoni A. Some recent developments in micromagnetics at the Weizmann Institute of Science. *J. Appl. Phys.*, 1959, vol. 30, iss. 4, pp. 70–78.  
DOI: <https://doi.org/10.1063/1.2185971>

- [14] Aharoni A. Introduction to the theory of ferromagnetism. Oxford Univ. Press, 2000.
- [15] Jiles D.C. A self consistent generalized model for the calculation of minor loop excursions in the theory of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1992, vol. 28, iss. 5, pp. 2602–2604. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.179570>
- [16] Jiles D.C. Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media. *IEEE Trans. Magn.*, 1994, vol. 30, iss. 6, pp. 4326–4328. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.334076>
- [17] Jiles D.C., Ramesh A., Shi Y., et al. Application of the anisotropic extension of the theory of hysteresis to the magnetization curves of crystalline and textured magnetic materials. *IEEE Trans. Magn.*, 1997, vol. 33, iss. 5, pp. 3961–3963. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.619629>
- [18] Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. *J. Magn. Magn. Mater.*, 1986, vol. 61, iss. 1-2, pp. 48–60. DOI: [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(86\)90066-1](https://doi.org/10.1016/0304-8853(86)90066-1)
- [19] Jiles D.C., Thoele J.B. Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of model parameters from experimental hysteresis loops. *IEEE Trans. Magn.*, 1989, vol. 25, iss. 5, pp. 3928–3930. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.42480>
- [20] Jiles D.C., Atherton D.L. Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1983, vol. 19, iss. 5, pp. 2183–2185. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.1983.1062594>
- [21] Chan J.H., Vladirimescu A., Gao X.-C., et al. Nonlinear transformer model for circuit simulation. *IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst.*, 1991, vol. 10, iss. 4, pp. 476–482. DOI: <https://doi.org/10.1109/43.75630>
- [22] Leite J.V., Sadowski N., Kuo-Peng P., et al. Inverse Jiles — Atherton vector hysteresis model. *IEEE Trans. Magn.*, 2004, vol. 40, iss. 4, pp. 1769–1775. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.830998>
- [23] Leite J.V., Benabou A., Sadowski N. Transformer inrush currents taking into account vector hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 2010, vol. 46, iss. 8, pp. 3237–3240. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2010.2046401>
- [24] Leite J.V., Benabou A., Sadowski N., et al. Implementation of an anisotropic vector hysteresis model in a 3-D finite-element code. *IEEE Trans. Magn.*, 2008, vol. 44, iss. 6, pp. 918–921. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2007.915810>
- [25] Lin D., Zhou P., Fu W.N., et al. A dynamic core loss model for soft ferromagnetic and power ferrite materials in transient finite element analysis. *IEEE Trans. Magn.*, 2004, vol. 40, iss. 2, pp. 1318–1321. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.825025>
- [26] Podbereznaya I.B., Pavlenko A.V. To calculation of dynamic characteristics of high-speed electromagnets of traction automatic switches. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 2019, no. 2, pp. 21–28 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2019-2-21-28>

- [27] Wilson P.R., Neil Ross J., Brown A.D. Optimizing the Jiles — Atherton model of hysteresis by a genetic algorithm. *IEEE Trans. Magn.*, 2001, vol. 37, iss. 2, pp. 989–993. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.917182>
- [28] Salvini A., Fulginei R.F. Soft computing for the identification of the Jiles — Atherton model parameters. *IEEE Trans. Magn.*, 2005, vol. 41, iss. 3, pp. 1100–1108. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.843345>
- [29] Shuying C., Boweng W., Rongge Y., et al. Optimization of hysteresis parameters for the Jiles — Atherton model using a genetic algorithm. *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 2004, vol. 14, iss. 2, pp. 1157–1160. DOI: <https://doi.org/10.1109/TASC.2004.830462>
- [30] Salvini A., Fulginei F. R. Genetic algorithms and neural networks generalizing the Jiles — Atherton model of static hysteresis for dynamic loops. *IEEE Trans. Magn.*, 2002, vol. 38, iss. 2, pp. 873–876. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.996225>
- [31] Grimaldi D., Michaeli L., Palumbo A. Automatic and accurate evaluation of the parameters of a magnetic hysteresis model. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2000, vol. 49, iss. 1, pp. 154–160. DOI: <https://doi.org/10.1109/19.836327>
- [32] Mordjaoui M., Chabane M., Boudjema B., et al. Qualitative ferromagnetic hysteresis modeling. *J. Comput. Sci.*, 2007, vol. 3, no. 6, pp. 399–405. DOI: <https://doi.org/10.3844/JCSP.2007.399.405>
- [33] Marion R., Siauve N., Raulet M.-A., et al. A comparison of identification techniques for the Jiles — Atherton model of hysteresis. *XX Symp. EPNC*, 2008. Available at: <https://hal.science/hal-00359384> (accessed: 15.12.2022).
- [34] Chwastek K., Szczygłowski J., Najgebauer M. A direct search algorithm for estimation of Jiles — Atherton hysteresis model parameters. *Mater. Sci. Eng. B*, 2006, vol. 131, iss. 1-3, pp. 22–26. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mseb.2005.11.030>
- [35] Amelin S.A., Novikov A.A. To calculate the dynamic characteristics of fast acting electromagnets for traction circuit breakers. *Elektrichestvo*, 1995, no. 9, pp. 46–51 (in Russ.).
- [36] Amelin S.A., Novikov A.A., Stroev K.N., et al. Modification of the Jiles — Atherton model to take into account the frequency properties of ferromagnets. *Elektrichestvo*, 1995, no. 11, pp. 60–63 (in Russ.).
- [37] Bergqvist A.J. A simple vector generalization of the Jiles — Atherton model of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1996, vol. 32, iss. 5, pp. 4213–4215. DOI: <https://doi.org/10.1109/20.539337>
- [38] Podbereznaia I.B., Medvedev V.V., Pavlenko A.V., et al. Selection of optimal parameters for the Jiles — Atherton magnetic hysteresis model. *Russ. Electr. Engin.*, 2019, vol. 90, no. 1, pp. 80–85. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068371219010115>
- [39] Podbereznaia I.B., Pavlenko A.V. Accounting for dynamic losses in the Jiles — Atherton model of magnetic hysteresis. *J. Magn. Magn. Mater.*, 2020, vol. 513, art. 167070. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2020.167070>

- [40] Mayergoyz I.D. Mathematical models of hysteresis. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, vol. 56, iss. 15, pp. 1518–1521. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.56.1518>
- [41] Mayergoyz I.D. Mathematical models of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, 1986, vol. 22, iss. 5, pp. 603–608. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.1986.1064347>
- [42] Bastos J.P., Sadowski N., Leite J.V., et al. A differential permeability 3-D formulation for anisotropic vector hysteresis analysis. *IEEE Trans. Magn.*, 2014, vol. 50, iss. 2, art. 7008304. DOI: <https://doi.org/10.1109/TMAG.2013.2282697>
- [43] Podbereznaya I.B., Tkachev A.N. Simulation of transient and steady-state periodic processes in nonlinear inductive element of electric circuit taking into account magnetic hysteresis. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 2022, vol. 65, no. 1, pp. 3–12 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2022-1-3-12>
- [44] Podbereznaya I.B., Tkachev A.N. Simulation of ferroresonance modes in nonlinear electrical circuits taking into account magnetic hysteresis. *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* [Bulletin of Higher Educational Institutions. Electromechanics], 2022, vol. 65, no. 1, pp. 13–24 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.17213/0136-3360-2022-1-13-24>

**Podbereznaya I.B.** — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Electromechanics and Electrical Apparatus, SRSPU (NPI) (Prosveshcheniya ul. 132, Novochoerkassk, 346428 Russian Federation).

**Pavlenko A.V.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Electromechanics and Electrical Apparatus, SRSPU (NPI) (Prosveshcheniya ul. 132, Novochoerkassk, 346428 Russian Federation).

**Batishchev D.V.** — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Electromechanics and Electrical Apparatus, SRSPU (NPI) (Prosveshcheniya ul. 132, Novochoerkassk, 346428 Russian Federation).

**Kramarov A.S.** — Post-Graduate Student, Junior Researcher, Research Institute of Electromechanics, SRSPU (NPI) (Prosveshcheniya ul. 132, Novochoerkassk, 346428 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Podbereznaya I.B., Pavlenko A.V., Batishchev D.V., et al. Modified algorithm of the vector magnetic hysteresis 3D model applied to the spatial integral equations method. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2023, no. 3 (108), pp. 37–60 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2023-3-37-60>