

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФЛЯЦИЯ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО ПОТЕНЦИАЛА СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

И.В. Фомин¹

fomin_iv@bmstu.ru

В.Л. Глушков¹

glushkov-vl@bmstu.ru

Е.С. Денцель¹

edentsel@bmstu.ru

Г.Д. Манучарян^{1,2}

gdmanucharyan@bmstu.ru

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

² ГАИШ МГУ, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрена космологическая модель инфляции с обобщенным потенциалом скалярного поля, основанная на точных решениях, которые получены из уравнений космологической динамики. Предложенный обобщенный потенциал подразумевает возможность реализации различных инфляционных механизмов в рамках одной космологической модели. На основе предложенного метода получен вид эффективного обобщенного потенциала скалярного поля, включающего в себя описание различных физических эффектов: спонтанного нарушения электрослабой симметрии, тахионной конденсации, спонтанного нарушения суперсимметрии и др. На реализацию конкретного физического механизма в течение инфляции влияет выбор параметров модели. Показано, что предложенные космологические модели соответствуют современным наблюдательным ограничениям на значения параметров космологических возмущений. В рамках гравитации Эйнштейна объединение различных физических эффектов на основе одного обобщенного эффективного потенциала возможно только для сверхпланковских скалярных полей. Тем не менее, используя гравитацию Эйнштейна — Гаусса — Бонне, возможно построение рассматриваемых моделей для субпланковских скалярных полей. Для рассмотренных инфляционных моделей ожидаемый вклад реликтовых гравитационных волн в поляризацию и анизотропию реликтового излучения существенно меньше современных наблюдательных ограничений

Ключевые слова

Космологическая инфляция, скалярные поля, космологические возмущения, гравитация Эйнштейна — Гаусса — Бонне, реликтовые гравитационные волны

Поступила 22.11.2024

Принята 16.04.2025

© Автор(ы), 2025

Введение. Теория космологической инфляции является наиболее последовательным подходом к описанию эволюции ранней вселенной, объяснению происхождения крупномасштабной структуры вселенной, появления элементарных частиц, в рамках которого также дается решение проблем теории большого взрыва [1–3]. Существует большое число различных инфляционных сценариев, в основе которых как гравитация Эйнштейна [3], так и модифицированные теории гравитации [4]. Наиболее простые космологические модели инфляции основаны на анализе эволюции одного скалярного поля в качестве материального источника гравитационного поля и его возмущений на временах, близких к планковским [5].

Обычным методом анализа различных физических процессов, происходящих на инфляционной стадии, является построение эффективного действия, соответствующего этим процессам [1]. Для таких моделей со скалярными полями выбор эффективного лагранжиана модели сводится к построению эффективных потенциалов, соответствующих рассматриваемым процессам [5]. Такой подход активно применяется в большом числе различных моделей, описывающих раннюю вселенную [5, 6].

Экспериментальное открытие бозона Хиггса [7, 8] послужило дополнительной возможностью для обоснования использования скалярных полей в космологических моделях [8, 9]. Рассматривая бозон Хиггса в качестве инфлатона, в рамках инфляционного сценария можно объяснить процессы спонтанного нарушения симметрии и появления элементарных частиц и их массы (механизм Браута — Энглера — Хиггса) [10]. Следует отметить, что на высоких энергетических масштабах ($> 10^{11}$ ГэВ) поле Хиггса становится тахионным и неустойчивым [11], а появление бозонов Хиггса обусловлено механизмами, связанными с тахионной неустойчивостью и эволюцией тахионной фазы поля Хиггса к бозонам стандартной модели как на инфляционной, так и постинфляционной стадии эволюции вселенной [12, 13].

Проблемой инфляционного сценария на основе потенциала Хиггса является предсказание вклада реликтовых гравитационных волн в поляризацию и анизотропию реликтового излучения, которое не подтверждается современными экспериментальными данными [2, 3]. Для построения непротиворечивых инфляционных сценариев рассматривают различные модификации исходной модели, включающие в себя учет неминимальной связи кривизны и скалярного поля [14, 15] и комбинирование неминимально связанного поля Хиггса с моделью гравитации Старобинского [16, 17].

Следует отметить, что для построения многих инфляционных моделей рассматривают приближенные решения уравнений динамики, а в качестве инструмента анализа используют приближение медленного скатывания [1–3]. Хотя методы приближенного анализа эффективны, в указанных моделях особое значение имеют параметры космологических возмущений, полученные из точных решений уравнений динамики. Затем эти параметры сравниваются с наблюдательными данными для того, чтобы верифицировать модель ранней вселенной [1–3]. Кроме того, одним из критериев корректности модели является возможность построения точных решений, на основе которых оценивается погрешность приближенных методов решения.

В работе рассмотрены точные решения космологических уравнений динамики для обобщенного эффективного потенциала скалярного поля, который, с одной стороны, обобщает инфляцию на основе поля Хиггса за счет поправок к потенциалу, с другой — позволяет рассматривать альтернативный инфляционный сценарий без привлечения поля Хиггса. Каждый компонент этого потенциала соответствует реализации таких физических процессов в ранней вселенной, как тахионная конденсация, спонтанное нарушение суперсимметрии, спонтанное нарушение электрослабой симметрии и др.

Показано, что при определенном выборе постоянных параметров предложенная модель инфляции, основанная на гравитации Эйнштейна, соответствует наблюдательным ограничениям на значения спектральных параметров космологических возмущений для сверхпланковских скалярных полей. Учет неминимальной связи высших членов по кривизне (скаляр Гаусса — Бонне), т. е. модификация теории гравитации Эйнштейна, со скалярным полем позволяет редуцировать скалярное поле в предложенной инфляционной модели до субпланковских значений. Эффекты неминимального взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса — Бонне проявляются только на стадии космологической инфляции, а на постинфляционных временах теория гравитации соответствует случаю общей теории относительности.

Инфляционные модели на основе обобщенного потенциала скалярного поля. В системе единиц $c = 8\pi G = M_P^{-2} = 1$ (M_P — масса Планка) рассмотрим действие, соответствующее инфляционным моделям со скалярным полем, которое основано на гравитации Эйнштейна [1–3]:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right],$$

где R — скаляр Риччи; $g^{\mu\nu}$ — метрический тензор пространства-времени; ϕ — скалярное поле; $V(\phi)$ — потенциал.

Метрика Фридмана — Робертсона — Уокера для однородной изотропной пространственно-плоской вселенной

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j, \quad (1)$$

где $a(t)$ — масштабный фактор.

В такой модели космологические уравнения динамики для пространственно-плоской вселенной с метрикой (1) можно записать следующим образом [3]:

$$3H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (2)$$

$$X = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 = -\dot{H}, \quad (3)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'_\phi = 0, \quad (4)$$

где точка обозначает производную по космическому времени; $H \equiv \dot{a}/a$ — параметр Хаббла; $V'_\phi \equiv dV(\phi)/d\phi$, $V(\phi)$, $X = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ — потенциал и кинетическая энергия скалярного поля. Потенциал $V(\phi)$ определяется с точностью до постоянной величины $V(\phi) \rightarrow V(\phi) + \text{const}$, связанной с ненулевой энергией вакуума.

Два уравнения из трех независимые, поэтому уравнение (4) можно получить из уравнений (2), (3), на основе которых рассмотрим космологическую динамику.

Запишем уравнения (2), (3) на основе подхода Иванова — Салопека — Бонда [3]:

$$V(\phi) = 3H^2 - 2H'_\phi{}^2, \quad (5)$$

$$\dot{\phi} = -H'_\phi.$$

Рассмотрим скалярное поле вида

$$\phi(t) = \phi_0 \exp(\exp(\beta t) - \mu), \quad (6)$$

которое, исходя из (3), определим с точностью до константы $\phi(t) \rightarrow \phi(t) + \text{const}$, космическое время также находим с точностью до константы $t \rightarrow t - \tau$, τ — некоторый характерный временной масштаб; ϕ_0 , β , μ — некоторые положительные постоянные.

Из уравнения (3) для эволюции скалярного поля (6) получим выражение для параметра Хаббла

$$H(t) = \lambda - \frac{\beta\phi_0^2}{4} e^{-2\mu} \left[\exp(\beta t + 2e^{\beta t}) - \frac{1}{2} \exp(2e^{\beta t}) \right], \quad (7)$$

где второе слагаемое определяет отклонение динамики ускоренного расширения от стадии экспоненциального (де ситтеровского) расширения ранней вселенной, которому соответствуют условия $\beta = 0$, $H = \lambda$, $a(t) \propto \exp(\lambda t)$.

Масштабный фактор, соответствующий параметру Хаббла (7), следует из определения $H(t) = \dot{a} / a$, что дает

$$a(t) \propto \exp \left(\lambda t - \frac{\phi_0^2}{8} e^{-2\mu} \left[\exp(2e^{\beta t}) + \text{Ei}(1, -2e^{\beta t}) \right] \right).$$

Здесь Ei — интегральная показательная функция.

Для произвольных констант модели производная параметра Хаббла (7):

$$\dot{H} = -\frac{\beta^2\phi_0^2}{2} \exp(-2\mu + 2\beta t + 2e^{\beta t}) < 0.$$

Условие $\dot{H} < 0$ соответствует возможности выхода из стадии ускоренного расширения ранней вселенной для космического времени $t = t_{end}$, которое определяется из условия

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2 + \dot{H} = 0. \quad (8)$$

Далее на основе (6), (7) определим параметр Хаббла как функцию скалярного поля

$$H(\phi) = \lambda - \frac{1}{8} \beta \phi^2 \left[2\mu + 2 \ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) - 1 \right] \quad (9)$$

и из уравнения (5) получим точное выражение для потенциала скалярного поля

$$V(\phi) = \frac{3\beta^2}{64} \left[2 \ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) + 2\mu - 1 \right]^2 \phi^4 + \frac{1}{2} \left[3\lambda\beta \left(-\ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) - \mu + \frac{1}{2} \right) - \beta^2 \left(\ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) + \mu \right)^2 \right] \phi^2 + 3\lambda^2. \quad (10)$$

Для анализа возможных физических процессов, происходящих на инфляционной стадии и соответствующих потенциалу (8), представим его в виде суммы

$$V(\phi) = \sum_{k=1}^5 V_k(\phi) \quad (11)$$

с компонентами

$$V_1(\phi) = \frac{3}{8}\beta^2 \left[\frac{\alpha}{4} \left(\mu - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \mu (\mu - 1) + \eta + \frac{1}{8} \right] \phi^4 - \frac{1}{2}\beta \left[3\lambda \left(\mu - \frac{1}{2} \right) + \beta\mu(\mu + \omega) + \frac{3}{2}\omega\lambda \right] \phi^2 + k_1\lambda^2, \quad (12)$$

$$V_2(\phi) = -\frac{1}{2}\beta^2\phi^2 \ln^2 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right), \quad (13)$$

$$V_3(\phi) = \frac{3}{16}\beta^2\phi^4 \left[\ln^2 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) - \eta \right], \quad (14)$$

$$V_4(\phi) = \beta \left(\beta\mu + \frac{3}{2}\lambda \right) \phi^2 \left[-\frac{\omega}{2} + \ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \right] + k_2\lambda^2, \quad (15)$$

$$V_5(\phi) = \frac{3}{8}\beta^2 \left(\mu - \frac{1}{2} \right) \phi^4 \left[\ln \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) - \frac{\alpha}{4} \right] + k_3\lambda^2, \quad (16)$$

где α , ω , η — некоторые положительные постоянные; $k_1 + k_2 + k_3 = 3$.

Рассмотрим физическую трактовку каждого компонента обобщенного потенциала (11), которые также являются потенциалами скалярного поля.

В случае специального выбора констант потенциал (12) можно записать в виде потенциала Хиггса

$$V_1(\phi) = \frac{\lambda_H}{4} (\phi^2 - \sigma^2)^2, \quad (17)$$

где λ_H — постоянная самодействия скалярного поля; $\sigma \ll \phi$ — вакуумное среднее [10, 14, 15].

Рассматривая поле Хиггса в качестве инфлатона, можно описать механизм спонтанного нарушения симметрии и появление массы элементарных частиц [10, 14, 15]. Космологические модели инфляции с полем Хиггса рассмотрены в различных работах (например, в [8, 9]).

Потенциал (13) соответствует инфляции на открытой тахионной струне [18, 19]. Обычный вакуум открытой струны нестабилен, однако в [18] пока-

зано, что существует стабильный вакуум с нулевой плотностью энергии. Инфляционный сценарий реализуется за счет механизма тахионной конденсации с эффективным потенциалом скалярного поля (13).

Потенциал (14) эффективного скалярного поля в $N=1$ суперсимметричных моделях с полями Янга — Миллса позволяет объяснить механизм спонтанного нарушения электрослабой симметрии [20]. Модели космологической инфляции на основе потенциала (14) рассмотрены в [5, 21].

В моделях с бегущей массой на основе потенциала (15) в виде

$$V(\phi) = \frac{m^2}{2} \ln(\phi)\phi^2 + \text{const}$$

масса m скалярного поля ϕ зависит от масштаба его перенормировки. Такие модели описывают спонтанное нарушение суперсимметрии на стадии космологической инфляции [22]. Инфляционные сценарии на основе скалярного поля с потенциалом (13) рассмотрены в [22–24].

В качестве модификации механизма Хиггса с учетом радиационных поправок также рассмотрен эффективный потенциал Коулмана — Вайнберга (16), на основе которого описан механизм спонтанного нарушения электрослабой симметрии [25]. Инфляционные космологические модели на основе потенциала Коулмана — Вайнберга рассмотрены в [25–27].

Конкретный вид инфляционного сценария определяется выбором постоянных параметров рассматриваемой модели, а потенциал (11) соответствует обобщенной модели, включающей в себя возможность реализации различных физических процессов.

Следует отметить, что постоянный параметр ϕ_0 определяет значение энергетического масштаба поправок к потенциалу (12). Рассматривая скалярное поле $\phi \approx \phi_0$ вблизи минимума потенциала $V(\phi \approx \phi_0) \approx V_{\min} = 0$ в состоянии истинного вакуума, из выражения (10) получаем

$$V(\phi) \approx \frac{\lambda_H}{4} (\phi^2 - \sigma^2)^2,$$

где

$$\lambda_H = \frac{27\lambda^2 (16\mu^4 - 32\mu^3 + 24\mu^2 - 8\mu + 1)}{16\mu^4}; \quad \sigma^2 = \frac{8\mu^2}{3(4\mu^2 - 4\mu + 1)}$$

для соотношения между постоянными параметрами модели $\beta = -(3(2\mu - 1)\lambda)/\mu^2$.

Вблизи минимума потенциала имеем потенциал Хиггса, а на больших энергетических масштабах учитываются поправки (13)–(16).

Рассматривая условия

$$\frac{\alpha}{4} \left(\mu - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \mu (\mu - 1) + \eta + \frac{1}{8} = 0, \quad 3\lambda \left(\mu - \frac{1}{2} \right) + \beta\mu (\mu + \omega) + \frac{3}{2} \omega\lambda = 0,$$

для обобщенного потенциала (11) можно исключить компоненту (12) из инфляционного сценария и исследовать реализацию механизма спонтанного нарушения симметрии на основе механизма Коулмана — Вайнберга.

Следовательно, обобщенный потенциал скалярного поля (11) подразумевает возможность реализации различных физических процессов на ранней стадии эволюции вселенной в рамках одной модели.

Параметры космологических возмущений. Расчет параметров космологических возмущений — важный этап анализа моделей инфляции, поскольку непосредственное наблюдение поляризации и анизотропии реликтового излучения позволяет определить ограничения на значения параметров, используемых для проверки корректности различных инфляционных сценариев, основанных на теории космологических возмущений [1–3].

В случае линейного порядка теория космологических возмущений показывает, что каждый тип возмущений (скалярный, тензорный и векторный) распространяется независимо. Векторные возмущения быстро затухают, поэтому в линейном порядке рассматривают только два первых типа возмущений [1–3].

Современные ограничения на параметры космологических возмущений оцениваются как [28, 29]

$$\wp_S = 2,1 \cdot 10^{-9}, \quad (18)$$

$$n_S = 0,9663 \pm 0,004, \quad (19)$$

$$r < 0,032, \quad (20)$$

где \wp_S — спектр мощности скалярных возмущений; n_S — спектральный индекс скалярных возмущений; r — тензорно-скалярное отношение, равное отношению квадратов амплитуд скалярных возмущений и тензорных возмущений, т. е. реликтовых гравитационных волн.

С учетом квазиэкспоненциального характера расширения ранней вселенной определим значения параметров (18)–(20) при $k = aH$, что соответствует пересечению радиуса Хаббла [3]:

$$\begin{aligned} \wp_S &= \frac{1}{2\epsilon_*} \left(\frac{H_*}{2\pi} \right)^2, \\ n_S - 1 &= -4\epsilon_* + 2\delta_*, \end{aligned} \quad (21)$$

$$r = 16\epsilon_*, \quad (22)$$

где $\epsilon = -\dot{H} / H^2$; $\delta = -\ddot{H} / (2\dot{H}H)$ — параметры медленного скатывания, которые рассчитываются на пересечении радиуса Хаббла для космического времени $t = t_*$.

Параметры ϵ и δ также можно определить в терминах потенциала скалярного поля [3]:

$$\epsilon \approx \frac{1}{2V^2(\phi)} \left(\frac{dV(\phi)}{d\phi} \right)^2, \quad \delta \approx \frac{1}{V(\phi)} \left(\frac{d^2V(\phi)}{d\phi^2} \right) - \frac{1}{2V^2(\phi)} \left(\frac{dV(\phi)}{d\phi} \right)^2. \quad (23)$$

Для инфляции на основе потенциала Хиггса (17), с учетом условия $\sigma \ll \phi$, из выражений (23) получим соотношение между параметрами медленного скатывания $\epsilon \approx 2\delta$, которое справедливо на пересечении радиуса Хаббла $\epsilon_* \approx 2\delta_*$.

Подставляя (23) в выражения (21), (22), получаем зависимость параметров космологических возмущений для произвольных параметров модели

$$r \approx \frac{16}{3} (1 - n_S). \quad (24)$$

С учетом наблюдательных данных (19), рассматривая $n_S \approx 0,97$, из (24) определяем оценку $r \approx 0,16 > 0,032$. Таким образом, космологическая модель инфляции на основе потенциала Хиггса (17) не соответствует наблюдательным ограничениям на значение тензорно-скалярного отношения (20).

Рассмотрим параметры возмущений для моделей с обобщенным потенциалом (11). В этом случае отсутствует явная функциональная зависимость ϵ от δ . Поэтому оценку параметров космологических возмущений необходимо проводить для определенных значений постоянных параметров инфляционной модели.84

Запишем ϵ и δ с параметром Хаббла (7) в терминах эффективного времени $\nu = \exp(\beta t) > 0$.

Параметры медленного скатывания для произвольного времени:

$$\epsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{8\phi_0^2\beta^2\nu^2e^{-2\mu+2\nu}}{\left(\beta\phi_0^2(\nu-1/2)e^{-2\mu+2\nu} - 4\lambda\right)^2}, \quad (25)$$

$$\delta = -\frac{\dot{H}}{2\dot{H}H} = \frac{8\beta(v+1)}{2\beta\phi_0^2(v-1/2)e^{-2\mu+2v} - 8\lambda}. \quad (26)$$

Поскольку $t = t_*$ (или $v = v_*$) соответствует пересечению радиуса Хаббла, то

$$\epsilon_* = \frac{8\phi_0^2\beta^2v_*^2e^{-2\mu+2v_*}}{(\beta\phi_0^2(v_*-1/2)e^{-2\mu+2v_*} - 4\lambda)^2}, \quad (27)$$

$$\delta_* = -\frac{\dot{H}}{2\dot{H}H} = \frac{8\beta(v_*+1)}{2\beta\phi_0^2(v_*-1/2)e^{-2\mu+2v_*} - 8\lambda}. \quad (28)$$

Из выражений (27), (28) определим постоянные

$$\lambda = -\frac{\beta(4v_*^3\delta_* - 2v_*^3\epsilon_* + 4v_*^2\delta_* - 3v_*^2\epsilon_* + \epsilon_*)}{4v_*^2\delta_*^2}, \quad (29)$$

$$\mu = v_* - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2\epsilon_*(v_*^2 + 2v_* + 1)}{v_*^2\phi_0^2\delta_*^2} \right). \quad (30)$$

После подстановки (29) и (30) в выражение для параметра Хаббла (7) при $t = t_*$ получим

$$H_* = -\frac{\beta(v_*+1)}{\delta_*}, \quad v_* = -\frac{H_*\delta_* + \beta}{\beta}. \quad (31)$$

Из наблюдательного ограничения (18) и уравнений (22) и (31) следует значение параметра Хаббла на пересечении радиуса Хаббла

$$H_* = \xi\sqrt{\epsilon_*} = \xi\sqrt{\frac{r}{16}},$$

где $\xi = 0,0004$ — постоянная.

Из выражения (31) запишем выражение, соответствующее времени пересечения радиуса Хаббла

$$t_* = \frac{1}{\beta} \ln \left(-\frac{\xi\sqrt{\epsilon_*}\delta_* + \beta}{\beta} \right)$$

или в терминах эффективного времени

$$v_* = -\frac{\xi\sqrt{\epsilon_*}\delta_* + \beta}{\beta}.$$

С учетом соотношений (21), (22) получим связь параметров космологических возмущений и медленного скатывания:

$$\epsilon_* = \frac{r}{16}, \quad (32)$$

$$\delta_* = \frac{r}{8} + \frac{n_S}{2} - \frac{1}{2}. \quad (33)$$

Следовательно, исходя из (27)–(33) постоянные параметры модели запишем в виде

$$\beta = -\frac{\xi\sqrt{r}(r+4n_S-4)}{32(v_*+1)}, \quad (34)$$

$$\lambda = \frac{3\xi\sqrt{r}[(r+16n_S/3-16/3)v^2-rv/6+r/6]}{16(r+4n_S-4)v^2}, \quad (35)$$

$$\mu = v_* - \frac{3}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{r(v_*+1)^2}{[r+4(n_S-1)]^2 v_*^2 \phi_0^2} \right\}. \quad (36)$$

Теперь соотношения (34)–(36) подставим в уравнение (25) и в результате запишем

$$\epsilon(v) = \frac{v^2 r (r+4n_S-4)^2 v_*^2 e^{2(v-v_*)}}{\left[(v-1/2)(v_*+1) r e^{2(v-v_*)} + (3v_*^2 - (1/2)v_* + 1/2) r + 16v_*^2 (n_S-1) \right]^2}.$$

Эффективное время окончания инфляции v_{end} определяется из условия $\epsilon(v=v_{end})=1$, что соответствует завершению ускоренного расширения ранней вселенной.

Выразим параметр Хаббла (7) в терминах эффективного времени

$$H(v) = \lambda - \frac{1}{4} \phi_0^2 \beta \left(v - \frac{1}{2} \right) e^{-2\mu+2v},$$

и с учетом соотношений (34)–(36) получим

$$H(v) = \frac{\xi\sqrt{r} \left[r(v-1/2)(v_*+1)e^{2(v-v_*)} + (3v_*^2 - (1/2)v_* + 1/2) r + 16v_*^2 (n_S-1) \right]}{16v_*^2 (r+4n_S-4)}.$$

Таким образом, разность числа e -фолдов от времени пересечения радиуса Хаббла до завершения инфляционной стадии равна

$$\Delta N = \int_{t_*}^{t_{end}} H(t) dt = \int_{v_*}^{v_{end}} H(v) \frac{dv}{\beta v} =$$

$$= \int_{v_*}^{v_{end}} - \frac{(v-1/2) \xi \phi_0^2 \sqrt{r} [r/4 + (n_S - 1)] e^{2v-2\mu} + 32\lambda(v_* + 1)}{\sqrt{r} (r + 4n_S - 4) \xi} \frac{dv}{v}$$

и не зависит от значений постоянного параметра ϕ_0 .

На основе выражения (6) имеем отношение

$$\frac{\phi(v = v_*)}{\phi(v = v_{end})} = \frac{\phi_*}{\phi_{end}} = \exp(v_* - v_{end}). \quad (37)$$

Выражение (37) позволяет определить значение скалярного поля на пересечении радиуса Хаббла ϕ_* по значению скалярного поля при завершении инфляционной стадии ϕ_{end} .

Значения параметров модели для случая минимального ($n_S = 0,9623$) и максимального ($n_S = 0,9703$) значений спектрального индекса скалярных возмущений (19) приведены в таблице.

Значения тензорно-скалярного отношения, параметров модели, числа е-фолдов и параметров медленного скатывания на пересечении радиуса Хаббла для различных спектральных индексов скалярных возмущений

r	$\beta \cdot 10^7$	$\lambda \cdot 10^5$	$\epsilon_* \cdot 10^3$	v_*	v_{end}	δ_*	ϕ_*	ϕ_{end}	ΔN
$n_S = 0,9623$									
0,020	1,29	1,49	1,25	0,83	1,76	- 0,02	6,88	14,48	67
0,025	1,39	1,68	1,56		1,67		8,00	16,83	64
0,030	1,44	1,86	1,88		0,85		1,64	9,12	19,20
0,051	1,53	2,57	3,19	0,88	1,45	- 0,01	14,40	30,30	55
$n_S = 0,9703$									
0,020	0,97	1,50	1,25	0,83	1,68	- 0,01	9,11	19,17	81
0,025	1,02	1,71	1,56	0,85	1,62		10,73	22,57	78
0,030	1,06	1,90	1,88	0,85	1,55		12,41	26,12	75
0,051	1,03	2,70	3,19	0,90	1,39		21,20	44,60	68

Согласно современным наблюдательным оценкам анизотропии реликтового излучения, для сопутствующего масштаба $k \sim 0,002$ Мпс⁻¹ число е-фолдов между пересечением радиуса Хаббла и завершением инфляционной стадии оценивается как $\Delta N \approx 60$ [30]. Рассмотрим модель инфляции для значений постоянных параметров в случае $\Delta N = 62$.

Из уравнений (2), (3) с учетом определения $\epsilon = -\dot{H} / H^2$ получим отношение кинетической энергии скалярного поля к потенциальной энергии:

$$\frac{X}{V} = \frac{\epsilon}{3 - \epsilon}. \quad (38)$$

Таким образом, при $\epsilon \ll 1$ выполняется условие медленного скатывания $X \ll V$, а на завершении инфляционной стадии $\epsilon = 1$ из выражения (38) имеем $X / V = 1 / 2$.

Подставив (36) в (9) и (6), получим

$$V(\phi) = \frac{3}{16} \left[\frac{\beta \phi^2}{2} \left(\ln \left(\frac{\phi^2 (r + 4n_s - 4)^2 v_*^2}{8r(v_* + 1)^2} \right) + \left(v_* - \frac{1}{2} \right) \right) - 4\lambda \right]^2 - \frac{\beta^2 \phi^2}{8} \left[2v_* + \ln \left(\frac{\phi^2 (r + 4n_s - 4)^2 v_*^2}{8r(v_* + 1)^2} \right) \right]^2.$$

Следовательно, потенциал скалярного поля $V(\phi)$ не зависит от значений постоянных параметров μ и ϕ_0 .

Соответствие рассмотренной модели условиям медленного скатывания $X \ll V$ и выходу из инфляционной стадии $X / V = 1 / 2$ для выбранных постоянных параметров показано на рис. 1, а.

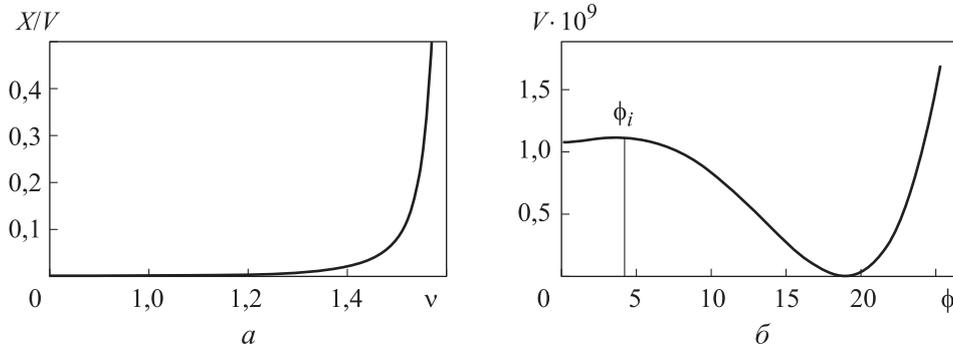


Рис. 1. Зависимости отношения кинетической энергии к потенциалу скалярного поля от эффективного времени (а) и потенциала скалярного поля от ϕ (б) для параметров модели $\phi_* = 9,12$, $\phi_{end} = 19,20$, $\beta = 1,44 \cdot 10^{-7}$, $\Delta N = 62$, $r = 0,03$, $n_s = 0,9623$, $\lambda = 1,86 \cdot 10^{-5}$ ($V = V(\phi) + V_0$, $V_0 = 1,34 \cdot 10^{-11}$, $\phi_i = 4,10$ — значение скалярного поля, соответствующего метастабильному вакуумному состоянию)

Вид потенциала (10) для рассматриваемых значений параметров инфляционной модели приведен на рис. 1, б. Скалярное поле в течение инфляции скатывается из метастабильного состояния фальшивого вакуума

$V \neq 0$ для скалярного поля $\phi_i \approx 4,10$ к состоянию истинного вакуума (минимуму потенциала $V = 0$) со значением скалярного поля $\phi_{end} \approx 20$.

Энергетический масштаб инфляции оценим по энергии метастабильного состояния фальшивого вакуума $E_{inf} = V^{1/4} \approx 5,8 \cdot 10^{-3} = 5,8 \cdot 10^{-3} M_P = 1,4 \cdot 10^{16}$ ГэВ, что соответствует оценкам $E_{inf} \sim 10^{16}$ ГэВ для стандартных инфляционных сценариев [1].

Следует отметить, что для инфляционных моделей с малым полем изменение скалярного поля между пересечением радиуса Хаббла и завершением инфляции не должно превышать массу Планка $\Delta\phi = \phi_* - \phi_{end} \leq 1$ (в естественной системе единиц $\Delta\phi \leq M_P$) [1]. В рассмотренном случае $\Delta\phi \approx 10$, т. е. это условие для приведенных параметров модели нарушается, как и для остальных значений параметров модели, представленных в таблице.

В общем случае нарушение условия $\Delta\phi \leq 1$ рассматривают в контексте различных модификаций теории гравитации с учетом квантовых поправок к классической гравитации Эйнштейна [1]. Изучим возможность модификации на основе неминимальной связи скаляра Гаусса — Бонне и скалярного поля для решения обратной задачи, т. е. редуцирования скалярного поля на субпланковские значения с выполнением указанного условия.

Учет поправок, индуцированных скаляром Гаусса — Бонне. В общем случае космологические модели можно рассматривать на основе действия $S = \int d^4x (L_g + L_m + L_{int})$, где L_g определяет тип гравитации, L_m — материальные источники гравитационного поля, L_{int} — вид неминимальной связи между геометрией пространства и материальными полями (в случае гравитации Эйнштейна $L_{int} = 0$).

Плотность лагранжиана гравитационной части действия можно разложить по кривизне [1]:

$$L_g(R) = \Lambda + \frac{1}{2} R + \alpha_1 R^2 + \alpha_2 R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \alpha_3 R_{\mu\nu\rho\sigma} R^{\mu\nu\rho\sigma} + \dots$$

Нулевой член разложения $L_g(0) = \Lambda$ соответствует космологической постоянной, второй член разложения — гравитации Эйнштейна, остальные члены разложения — высшим поправкам по кривизне.

В частном случае, поправки высших порядков по кривизне можно рассматривать как скаляр Гаусса — Бонне $R_{GB}^2 = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$, который является топологическим инвариантом [1].

Отметим, что скаляр Гаусса — Бонне возникает в рамках низкоэнергетического эффективного действия, применяемого для гетеротических струн [31, 32] и во втором порядке теории гравитации Лавлока [33].

Скаляр Гаусса — Бонне влияет на параметры космологических моделей в пространстве с числом измерений более четырех для случая минимальной связи $L_{\text{int}} = 0$ или в пространстве с произвольным числом измерений для случая неминимальной связи $L_{\text{int}} \neq 0$ с материальными полями [1].

Для учета поправок, индуцированных скаляром Гаусса — Бонне, рассмотрим действие [34–37]

$$S_{GB} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi_{GB} \partial_\nu \phi_{GB} - V_{GB}(\phi_{GB}) - \frac{1}{2} \xi(\phi_{GB}) R_{GB}^2 \right],$$

что позволяет записать уравнения, определяющие космологическую динамику в четырехмерном пространстве-времени с метрикой (1) в виде

$$3H_{GB}^2 = \frac{1}{2} \dot{\phi}_{GB}^2 + V_{GB} + 12\dot{\xi}H_{GB}^3, \quad (39)$$

$$\ddot{\phi}_{GB} = -2\dot{H}_{GB} + 4\ddot{\xi}H_{GB}^2 + 4\dot{\xi}H_{GB} (2\dot{H}_{GB} - H_{GB}^2), \quad (40)$$

$$\ddot{\phi}_{GB} + 3H_{GB}\dot{\phi}_{GB} + \frac{\partial V_{GB}(\phi_{GB})}{\partial \phi_{GB}} + 12H_{GB}^2 (\dot{H}_{GB} + H_{GB}^2) \frac{\partial \xi(\phi_{GB})}{\partial \phi_{GB}} = 0. \quad (41)$$

Ввиду независимости только двух из трех уравнений системы (39)–(41) ее можно представить как [34–37]

$$V_{GB}(\phi_{GB}) = 3H_{GB}^2 + \dot{H}_{GB} - 10H_{GB}^3\dot{\xi} - 2H_{GB}^2\ddot{\xi} - 4H_{GB}\dot{H}_{GB}\dot{\xi},$$

$$\frac{1}{2} \dot{\phi}_{GB}^2 = -\dot{H}_{GB} - 2H_{GB}^3\dot{\xi} + 4H_{GB}\dot{H}_{GB}\dot{\xi} + 2H_{GB}^2\ddot{\xi},$$

где инфляционные параметры, соответствующие модифицированной гравитации Эйнштейна — Гаусса — Бонне, обозначены индексом GB ; ξ — функция неминимального взаимодействия между скалярным полем ϕ_{GB} и скаляром Гаусса — Бонне R_{GB} .

Отметим, что при $\xi = \text{const}$ уравнения (39)–(41) переходят в уравнения космологической динамики, соответствующие гравитации Эйнштейна (2)–(4). Соотношения между космологическими параметрами для гравитации Эйнштейна и Эйнштейна — Гаусса — Бонне рассмотрены в [34–37].

В случае слабой связи между скалярным полем и скаляром Гаусса — Бонне, которая является следствием соблюдения условий медленного скачивания, в соответствии с результатами, полученными в [38], можно опре-

делить связь между космологическими параметрами для случая гравитаций Эйнштейна — Гаусса — Бонне и Эйнштейна

$$V_{GB} = V - \alpha_{GB} \dot{H}_E \approx V, \quad H_{GB} = H(1 + \alpha_{GB} \epsilon) \approx H,$$

$$\phi_{GB} = \phi \sqrt{1 - \alpha_{GB}}, \quad \xi(\phi_{GB}) = \frac{\alpha_{GB}}{4H^2(\phi_{GB})} + \xi_0,$$

при $\epsilon \ll 1$, α_{GB} — безразмерная константа связи ϕ_{GB} и R_{GB} .

В таком случае эволюция скалярного поля (6) определяется как

$$\phi_{GB}(v) = \phi_0 \sqrt{1 - \alpha_{GB}} \exp(v - \mu), \quad (42)$$

а функция неминимальной связи — как

$$\xi(\phi_{GB}) = \frac{\alpha_{GB}}{4 \left(\lambda - \frac{\beta \phi_{GB}^2}{8(1 - \alpha_{GB})} \left(2\mu + 2 \ln \left[\frac{\phi_{GB}}{\phi_0 \sqrt{1 - \alpha_{GB}}} \right] - 1 \right) \right)^2} + \xi_0. \quad (43)$$

Исходя из (42) и (43), находим зависимость функции неминимальной связи от эффективного времени

$$\xi(v) = \frac{\alpha_{GB}}{4 \left(\lambda - \frac{1}{8} \beta \phi_0^2 (2v - 1) e^{2v - 2\mu} \right)^2} + \xi_0. \quad (44)$$

При $v \gg 1$ из (44) следует, что $\xi(v) \rightarrow \xi_0$. Таким образом, на постинфляционных стадиях эволюции вселенной рассмотренная гравитация Эйнштейна — Гаусса — Бонне переходит к случаю общей теории относительности.

Параметры космологических возмущений:

$$\delta \mathcal{S}(GB) = \delta \mathcal{S}, \quad n_{\mathcal{S}(GB)} = n_{\mathcal{S}},$$

$$r_{GB} = 16(1 - \alpha_{GB}) \epsilon = (1 - \alpha_{GB}) r_E, \quad (45)$$

т. е. неминимальная связь ϕ_{GB} и R_{GB} влияет только на тензорно-скалярное отношение и значение скалярного поля.

Далее, определяя константу связи α_{GB} так, чтобы значение скалярного поля в окрестности, в которой потенциал стремится к минимуму, было порядка единицы (или массы Планка), можно определить соответствующие значения космологических параметров для инфляции с учетом неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса — Бонне.

Основываясь на значении скалярного поля в конце инфляции $\phi_{end} = 19,20$ для $r = 0,03$, $n_s = 0,9623$, можно оценить значение константы связи как $\alpha_{GB} \approx 0,997684$, которое позволяет нормировать скалярное поле с учетом ограничения $\phi_{end}^{(GB)} \leq 1$, что соответствует выполнению условия $\Delta\phi_{GB} \leq 1$ для возрастающего скалярного поля (42).

Рассматривая значение константы связи $\alpha_{GB} = 0,997684$ с учетом соотношений (42) и (45) для остальных космологических параметров, аналогичных случаю гравитации Эйнштейна, можно оценить значения тензорно-скалярного отношения для скалярного поля $\phi_{end}^{(GB)} \leq 1$ в модели как $r_{GB} \leq 6,95 \cdot 10^{-5}$.

Потенциал скалярного поля с учетом его неминимальной связи со скаляром Гаусса — Бонне показан на рис. 2. Форма и значения потенциала $V_{GB} = V_{GB}(\phi_{GB})$ совпадают с потенциалом (10). Таким образом, физические эффекты на инфляционной стадии аналогичны случаю гравитации Эйнштейна.

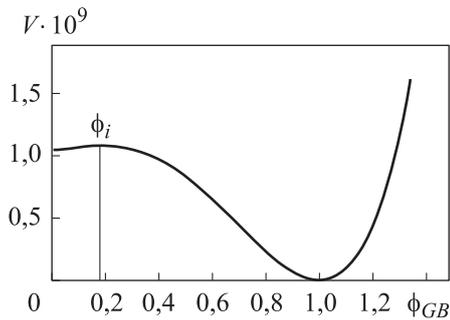


Рис. 2. Зависимость потенциала скалярного поля от ϕ_{GB} для константы неминимальной связи $\alpha_{GB} = 0,997684$ и параметров модели $\beta = 1,07 \cdot 10^{-7}$, $r = 0,003$, $n_s = 0,9623$, $\lambda = 1,97 \cdot 10^{-5}$ ($V = V(\phi) + V_0$, $V_0 = 1,25 \cdot 10^{-11}$, $\phi_i = 0,18$ — значение скалярного поля, соответствующего метастабильному вакуумному состоянию)

В соответствии с представленными значениями учет неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса — Бонне при таких ограничениях приводит к существенному уменьшению тензорно-скалярного отношения. Следовательно, рассмотренные космологические модели инфляции предсказывают вклад реликтовых гравитационных волн в поляризацию и анизотропию реликтового излучения на три порядка меньше современных наблюдательных ограничений. Дальнейшее увеличение точности измерения этого вклада позволит непосредственно определить корректность предложенных моделей.

Заключение. Рассмотрены модели космологической инфляции с обобщенным потенциалом скалярного поля, содержащего в качестве компонент эффективные потенциалы, которые соответствуют реализации раз-

личных физических эффектов, характерных для теоретических моделей эволюции ранней вселенной. Отметим, что обобщенный потенциал получен исходя из точных решений уравнений динамики в отличие от стандартного способа анализа инфляционных моделей на основе приближения медленного скатывания.

В отличие от инфляции на основе гравитации Эйнштейна с потенциалом Хиггса, не удовлетворяющей ограничениям на значения параметров космологических возмущений, инфляционные модели на основе обобщенного потенциала удовлетворяют этим ограничениям для случая сверхпланковских скалярных полей.

Результаты изучения влияния неминимального взаимодействия скалярного поля и скаляра Гаусса — Бонне на параметры космологической модели показали, что в отличие от гравитации Эйнштейна предложенные модели могут рассматриваться в качестве верифицированных по наблюдательным данным для субпланковских полей. Необходимо отметить, что учет влияния неминимальной связи скалярного поля и скаляра Гаусса — Бонне редуцирует ожидаемое значение вклада реликтовых гравитационных волн по сравнению со скалярными возмущениями до значений $r_{GB} \leq 6,95 \cdot 10^{-5}$, что подразумевает существенно меньшую амплитуду реликтовых гравитационных волн, чем современные наблюдательные ограничения $r < 0,032$. Инфляционные модели на основе поля Хиггса, неминимально связанного с кривизной, дают другую оценку тензорно-скалярного отношения $r = 3 \cdot 10^{-3}$ [15]. В качестве проверки корректности моделей необходимо рассматривать непосредственную регистрацию реликтовых гравитационных волн, что возможно только при существенном развитии методов их детектирования [39, 40].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Baumann D., McAllister L. *Inflation and string theory*. Cambridge Univ. Press, 2015.
- [2] Фомин И.В., Червон С.В., Морозов А.Н. *Гравитационные волны ранней вселенной*. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018.
- [3] Chervon S., Fomin I., Yurov V., et al. *Scalar field cosmology*. World Scientific, 2019.
- [4] Odintsov S.D., Oikonomou V.K., Giannakoudi I., et al. Recent advances in inflation. *Symmetry*, 2023, vol. 15, iss. 9, art. 1701. DOI: <https://doi.org/10.3390/sym15091701>
- [5] Martin J., Ringeval C., Vennin V. *Encyclopædia inflationaris*. *Phys. Dark Universe*, 2014, vol. 5-6, pp. 75–235. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dark.2014.01.003>

- [6] Mazumdar A., Rocher J. Particle physics models of inflation and curvaton scenarios. *Phys. Rep.*, 2011, vol. 497, iss. 4-5, pp. 85–215.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2010.08.001>
- [7] Aad G., Abbot B., Abdallah J., et al. Measurements of the Higgs boson production and decay rates and coupling strengths using pp collision data at $s = \sqrt{7}$ and 8 TeV in the ATLAS experiment. *Eur. Phys. J. C*, 2016, vol. 76, no. 1, art. 6.
DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3769-y>
- [8] Fumagalli J., Postma M. UV (in)sensitivity of Higgs inflation. *J. High Energ. Phys.*, 2016, vol. 2016, no. 5, art. 49. DOI: [https://doi.org/10.1007/JHEP05\(2016\)049](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2016)049)
- [9] Enckell V.M., Enqvist K., Nurmi S. Observational signatures of Higgs inflation. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2016, vol. 2016, no. 7, art. 047.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/07/047>
- [10] Линде А.Д. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. М., Наука, 1990.
- [11] Buttazzo D., Degrassi G., Giardino P.P., et al. Investigating the near-criticality of the Higgs boson. *J. High Energ. Phys.*, 2013, vol. 2013, no. 12, art. 89.
DOI: [https://doi.org/10.1007/JHEP12\(2013\)089](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2013)089)
- [12] Felder G.N., García-Bellido J., Greene P.B., et al. Dynamics of symmetry breaking and tachyonic preheating. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 87, no. 1, art. 011601.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.011601>
- [13] Espinosa J. R., Racco D., Riotto A. Cosmological signature of the standard model Higgs vacuum instability: primordial black holes as dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 120, no. 12, art. 121301. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.121301>
- [14] Bezrukov F., Shaposhnikov M. Standard model Higgs boson mass from inflation: two loop analysis. *J. High Energ. Phys.*, 2009, vol. 2009, no. 7, art. 089.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2009/07/089>
- [15] Mishra S.S., Sahni V., Toporensky A.V. Initial conditions for inflation in an FRW universe. *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 98, no. 8, art. 083538.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.083538>
- [16] Samart D., Channuie P. Unification of inflation and dark matter in the Higgs — Starobinsky model. *Eur. Phys. J. C*, 2019, vol. 79, no. 4, art. 347.
DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6864-7>
- [17] Lee S.M., Modak T., Oda K.Y., et al. Ultraviolet sensitivity in Higgs — Starobinsky inflation. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2023, vol. 2023, no. 8, art. 045.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/08/045>
- [18] Gerasimov A.A., Shatashvili S.L. On exact tachyon potential in open string field theory. *J. High Energ. Phys.*, 2000, vol. 2000, no. 10, art. 034.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2000/10/034>
- [19] Kutasov D., Mariño M., Moore G.W. Some exact results on tachyon condensation in string field theory. *J. High Energ. Phys.*, 2000, vol. 2000, no. 10, art. 045.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2000/10/045>

- [20] Veneziano G., Yankielowicz S. An effective Lagrangian for the pure $N = 1$ supersymmetric Yang — Mills theory. *Phys. Lett. B*, 1982, vol. 113, iss. 3, pp. 231–236. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)90828-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90828-0)
- [21] Channuie P., Jorgensen J.J., Sannino F. Composite inflation from super Yang — Mills theory, orientifold, and one-flavor QCD. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 86, no. 12, art. 125035. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.125035>
- [22] Covi L., Lyth D.H. Running-mass models of inflation and their observational constraints. *Phys. Rev. D*, 1999, vol. 59, no. 6, art. 063515. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.59.063515>
- [23] Kadota K., Stewart E.D. Inflation on moduli space and cosmic perturbations. *J. High Energ. Phys.*, 2003, vol. 2003, no. 12, art. 008. DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2003/12/008>
- [24] Covi L., Lyth D.H., Melchiorri A. New constraints on the running-mass inflation model. *Phys. Rev. D*, 2003, vol. 67, no. 4, art. 043507. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.043507>
- [25] Coleman S.R., Weinberg E.J. Radiative corrections as the origin of spontaneous symmetry breaking. *Phys. Rev. D*, 1973, vol. 7, no. 6, pp. 1888–1910. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.7.1888>
- [26] Rehman M.U., Shafi Q., Wickman J.R. GUT inflation and proton decay after WMAP5. *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 78, no. 12, art. 123516. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.123516>
- [27] Barenboim G., Chun E.J., Lee H.M. Coleman — Weinberg inflation in light of Planck. *Phys. Lett. B*, 2014, vol. 730, pp. 81–88. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2014.01.039>
- [28] Aghanim N., Akrami Y., Ashdown M., et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 2020, vol. 641, art. A6. DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>
- [29] Tristram M., Banday A.J., Górski K.M., et al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data. *Phys. Rev. D*, 2022, vol. 105, no. 8, art. 083524. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.083524>
- [30] Tanabashi M., Hagiwara K., Hikasa K., et al. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 98, no. 3, art. 030001. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030001>
- [31] Zwiebach B. Curvature squared terms and string theories. *Phys. Lett. B*, 1985, vol. 156, no. 5-6, pp. 315–317. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(85\)91616-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(85)91616-8)
- [32] Zumino B. Gravity theories in more than four dimensions. *Phys. Rep.*, 1986, vol. 137, no. 1, pp. 109–114. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(86\)90076-1](https://doi.org/10.1016/0370-1573(86)90076-1)
- [33] Lovelock D. The Einstein tensor and its generalizations. *J. Math. Phys.*, 1971, vol. 12, no. 3, pp. 498–501. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1665613>
- [34] Fernandes P.G., Carrilho P., Clifton T., et al. The 4D Einstein — Gauss — Bonnet theory of gravity: a review. *Class. Quantum Grav.*, 2022, vol. 39, no. 6, art. 063001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ac500a>

- [35] Glavan D., Lin C. Einstein — Gauss — Bonnet gravity in four-dimensional spacetime. *Phys. Rev. Lett.*, 2020, vol. 124, no. 8, art. 081301.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.081301>
- [36] Laurentis M.D., Paoletta M., Capozziello S. Cosmological inflation in $F(R, G)$ gravity. *Phys. Rev. D*, 2015, vol. 91, no. 8, art. 083531.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.083531>
- [37] Fomin I.V., Chervon S.V. Reconstruction of general relativistic cosmological solutions in modified gravity theories. *Phys. Rev. D*, 2019, vol. 100, no. 2, art. 023511.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.023511>
- [38] Fomin I. Gauss — Bonnet term corrections in scalar field cosmology. *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, no. 12, art. 1145.
DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08718-w>
- [39] Aggarwal N., Aguiar O.D., Bauswein A., et al. Challenges and opportunities of gravitational-wave searches at MHz to GHz frequencies. *Living Rev. Relativ.*, 2021, vol. 24, art. 4. DOI: <https://doi.org/10.1007/s41114-021-00032-5>
- [40] Морозов А.Н., Голяк И.С., Фомин И.В. и др. Детекторы высокочастотных гравитационных волн на основе гравитационно-оптического резонанса. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, 2022, № 41, с. 49–61.

Фомин Игорь Владимирович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Глушков Владимир Леонидович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Денцель Евгений Станиславович — старший преподаватель кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Манучарян Геворг Дереникович — ассистент кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1); инженер ГАИШ МГУ (Российская Федерация, 119234, Москва, Университетский пр-т, д. 13).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Фомин И.В., Глушков В.Л., Денцель Е.С. и др. Космологическая инфляция на основе обобщенного потенциала скалярного поля. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2025, № 6 (123), с. 76–100. EDN: YOUOEY

COSMOLOGICAL INFLATION BASED ON THE GENERALIZED SCALAR FIELD POTENTIAL

I.V. Fomin¹

V.L. Glushkov¹

E.S. Dentsel¹

G.D. Manucharyan^{1,2}

fomin_iv@bmstu.ru

glushkov-vl@bmstu.ru

edentsel@bmstu.ru

gdmanucharyan@bmstu.ru

¹BMSTU, Moscow, Russian Federation

²SAI MSU, Moscow, Russian Federation

Abstract

The article considers a cosmological inflation model with the generalized scalar field potential based on exact solutions obtained from the cosmological dynamics equations. The proposed generalized potential implies a possibility to implement various inflation mechanisms within a single cosmological model. Using the proposed method, a form of the efficient generalized scalar field potential is obtained. It includes description of various physical effects: spontaneous electroweak symmetry breaking, tachyonic condensation, spontaneous supersymmetry breaking, etc. Selection of the model parameters influences implementation of a specific physical mechanism during the inflation. The article shows that the proposed cosmological models correspond to the modern observational constraints on values of the cosmological perturbation parameters. Within the framework of the Einstein gravity, unification of various physical effects based on the single generalized effective potential becomes possible only for the Super-Planck scalar fields. However, introduction of the Einstein — Gauss — Bonnet gravity makes it possible to construct the considered model for the Sub-Planck scalar fields. For the inflation models considered, expected contribution of the relic gravitational waves to the relic irradiation polarization and anisotropy is significantly lower than the current observational constraints

Keywords

Cosmological inflation, scalar fields, cosmological perturbations, Einstein — Gauss — Bonnet gravity, relic gravitational waves

Received 22.11.2024

Accepted 16.04.2025

© Author(s), 2025

REFERENCES

- [1] Baumann D., McAllister L. Inflation and string theory. Cambridge Univ. Press, 2015.

- [2] Fomin I.V., Chervon S.V., Morozov A.N. Gravitatsionnye volny ranney vselennoy [Gravitation waves of the early Universe]. Moscow, BMSTU Publ., 2018.
- [3] Chervon S., Fomin I., Yurov V., et al. Scalar field cosmology. World Scientific, 2019.
- [4] Odintsov S.D., Oikonomou V.K., Giannakoudi I., et al. Recent advances in inflation. *Symmetry*, 2023, vol. 15, iss. 9, art. 1701. DOI: <https://doi.org/10.3390/sym15091701>
- [5] Martin J., Ringeval C., Vennin V. Encyclopædia inflationaris. *Phys. Dark Universe*, 2014, vol. 5-6, pp. 75–235. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dark.2014.01.003>
- [6] Mazumdar A., Rocher J. Particle physics models of inflation and curvaton scenarios. *Phys. Rep.*, 2011, vol. 497, iss. 4-5, pp. 85–215. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2010.08.001>
- [7] Aad G., Abbot B., Abdallah J., et al. Measurements of the Higgs boson production and decay rates and coupling strengths using pp collision data at $s = \sqrt{7}$ and 8 TeV in the ATLAS experiment. *Eur. Phys. J. C*, 2016, vol. 76, no. 1, art. 6. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3769-y>
- [8] Fumagalli J., Postma M. UV (in)sensitivity of Higgs inflation. *J. High Energ. Phys.*, 2016, vol. 2016, no. 5, art. 49. DOI: [https://doi.org/10.1007/JHEP05\(2016\)049](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2016)049)
- [9] Enckell V.M., Enqvist K., Nurmi S. Observational signatures of Higgs inflation. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2016, vol. 2016, no. 7, art. 047. DOI: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/07/047>
- [10] Linde A.D. Fizika elementarnykh chastits i inflyatsionnaya kosmologiya [Physics of elementary particles and inflationary cosmology]. Moscow, Nauka Publ., 1990. (in Russ.).
- [11] Buttazzo D., Degrassi G., Giardino P.P., et al. Investigating the near-criticality of the Higgs boson. *J. High Energ. Phys.*, 2013, vol. 2013, no. 12, art. 89. DOI: [https://doi.org/10.1007/JHEP12\(2013\)089](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2013)089)
- [12] Felder G.N., García-Bellido J., Greene P.B., et al. Dynamics of symmetry breaking and tachyonic preheating. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, vol. 87, no. 1, art. 011601. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.011601>
- [13] Espinosa J. R., Racco D., Riotto A. Cosmological signature of the standard model Higgs vacuum instability: primordial black holes as dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, 2018, vol. 120, no. 12, art. 121301. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.121301>
- [14] Bezrukov F., Shaposhnikov M. Standard model Higgs boson mass from inflation: two loop analysis. *J. High Energ. Phys.*, 2009, vol. 2009, no. 7, art. 089. DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2009/07/089>
- [15] Mishra S.S., Sahni V., Toporensky A.V. Initial conditions for inflation in an FRW universe. *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 98, no. 8, art. 083538. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.083538>
- [16] Samart D., Channuie P. Unification of inflation and dark matter in the Higgs — Starobinsky model. *Eur. Phys. J. C*, 2019, vol. 79, no. 4, art. 347. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6864-7>
- [17] Lee S.M., Modak T., Oda K.Y., et al. Ultraviolet sensitivity in Higgs — Starobinsky inflation. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2023, vol. 2023, no. 8, art. 045. DOI: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/08/045>

- [18] Gerasimov A.A., Shatashvili S.L. On exact tachyon potential in open string field theory. *J. High Energ. Phys.*, 2000, vol. 2000, no. 10, art. 034.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2000/10/034>
- [19] Kutasov D., Mariño M., Moore G.W. Some exact results on tachyon condensation in string field theory *J. High Energ. Phys.*, 2000, vol. 2000, no. 10, art. 045.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2000/10/045>
- [20] Veneziano G., Yankielowicz S. An effective Lagrangian for the pure $N = 1$ supersymmetric Yang — Mills theory. *Phys. Lett. B*, 1982, vol. 113, iss. 3, pp. 231–236.
DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(82\)90828-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(82)90828-0)
- [21] Channuie P., Jorgensen J.J., Sannino F. Composite inflation from super Yang — Mills theory, orientifold, and one-flavor QCD. *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 86, no. 12, art. 125035. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.125035>
- [22] Covi L., Lyth D.H. Running-mass models of inflation and their observational constraints. *Phys. Rev. D*, 1999, vol. 59, no. 6, art. 063515.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.59.063515>
- [23] Kadota K., Stewart E.D. Inflation on moduli space and cosmic perturbations. *J. High Energ. Phys.*, 2003, vol. 2003, no. 12, art. 008.
DOI: <https://doi.org/10.1088/1126-6708/2003/12/008>
- [24] Covi L., Lyth D.H., Melchiorri A. New constraints on the running-mass inflation model. *Phys. Rev. D*, 2003, vol. 67, no. 4, art. 043507.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.043507>
- [25] Coleman S.R., Weinberg E.J. Radiative corrections as the origin of spontaneous symmetry breaking. *Phys. Rev. D*, 1973, vol. 7, no. 6, pp. 1888–1910.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.7.1888>
- [26] Rehman M.U., Shafi Q., Wickman J.R. GUT inflation and proton decay after WMAP5. *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 78, no. 12, art. 123516.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.123516>
- [27] Barenboim G., Chun E.J., Lee H.M. Coleman — Weinberg inflation in light of Planck. *Phys. Lett. B*, 2014, vol. 730, pp. 81–88.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2014.01.039>
- [28] Aghanim N., Akrami Y., Ashdown M., et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 2020, vol. 641, art. A6.
DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>
- [29] Tristram M., Banday A.J., Górski K.M., et al. Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data. *Phys. Rev. D*, 2022, vol. 105, no. 8, art. 083524.
DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.083524>
- [30] Tanabashi M., Hagiwara K., Hikasa K., et al. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 2018, vol. 98, no. 3, art. 030001. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030001>
- [31] Zwiebach B. Curvature squared terms and string theories. *Phys. Lett. B*, 1985, vol. 156, no. 5-6, pp. 315–317. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(85\)91616-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(85)91616-8)

- [32] Zumino B. Gravity theories in more than four dimensions. *Phys. Rep.*, 1986, vol. 137, no. 1, pp. 109–114. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(86\)90076-1](https://doi.org/10.1016/0370-1573(86)90076-1)
- [33] Lovelock D. The Einstein tensor and its generalizations. *J. Math. Phys.*, 1971, vol. 12, no. 3, pp. 498–501. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1665613>
- [34] Fernandes P.G., Carrilho P., Clifton T., et al. The 4D Einstein — Gauss — Bonnet theory of gravity: a review. *Class. Quantum Grav.*, 2022, vol. 39, no. 6, art. 063001. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ac500a>
- [35] Glavan D., Lin C. Einstein — Gauss — Bonnet gravity in four-dimensional spacetime. *Phys. Rev. Lett.*, 2020, vol. 124, no. 8, art. 081301. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.081301>
- [36] Laurentis M.D., Paoletta M., Capozziello S. Cosmological inflation in $F(R, G)$ gravity. *Phys. Rev. D*, 2015, vol. 91, no. 8, art. 083531. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.91.083531>
- [37] Fomin I.V., Chervon S.V. Reconstruction of general relativistic cosmological solutions in modified gravity theories. *Phys. Rev. D*, 2019, vol. 100, no. 2, art. 023511. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.023511>
- [38] Fomin I. Gauss — Bonnet term corrections in scalar field cosmology. *Eur. Phys. J. C*, 2020, vol. 80, no. 12, art. 1145. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08718-w>
- [39] Aggarwal N., Aguiar O.D., Bauswein A., et al. Challenges and opportunities of gravitational-wave searches at MHz to GHz frequencies. *Living Rev. Relativ.*, 2021, vol. 24, art. 4. DOI: <https://doi.org/10.1007/s41114-021-00032-5>
- [40] Morozov A.N., Golyak I.S., Fomin I.V., et al. Detectors of high-frequency gravitational waves based on the gravitational-optical resonance. *Prostranstvo, vremya i fundamentalnye vzaimodeystviya* [Space, Time and Fundamental Interactions], 2022, no. 41, pp. 49–61 (in Russ.).

Fomin I.V. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Department of Physics, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Glushkov V.L. — Cand. Sc. (Phys.-Math.), Assoc. Professor, Department of Physics, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Dentsel E.S. — Assist. Professor, Department of Physics, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Manucharyan G.D. — Assist. Lecturer, Department of Physics, BMSTU (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation); Engineer, SAI MSU (Universitetskiy prospekt 13, Moscow, 119234 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Fomin I.V., Glushkov V.L., Dentsel E.S., et al. Cosmological inflation based on the generalized scalar field potential. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2025, no. 6 (123), pp. 76–100 (in Russ.). EDN: YOUOEY