УДК 519.24

П. А. Лёвин, И. В. Павлов

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕСУРСА ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ПЕРЕМЕННОМ РЕЖИМЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Рассмотрена проблема построения доверительных границ для основных показателей ресурса, а также остаточного ресурса технических систем в переменном режиме функционирования. Доказана теорема, на основе которой строятся доверительные полосы с заданным коэффициентом доверия для функции надежности системы и соответствующие доверительные границы для среднего и гамма-процентного ресурсов системы в переменном режиме ее функционирования. Решена задача для среднего и гамма-процентного остаточного ресурса системы.

Ключевые слова: численный алгоритм, надежность, доверительные границы, остаточный ресурс, доверительные множества.

Рассмотрим техническую систему, функционирующую в переменном режиме, когда действующая на систему нагрузка меняется во времени. Предполагается, что система может работать в одном из m возможных режимов. В момент V_j происходит переключение с j-го на $(j+1)$-й режим. На интервале времени (V_{j-1}, V_j) система работает в j-м режиме с постоянной нагрузкой U_j и интенсивностью отказов λ_j, $j = 1, \ldots, m$. При этом все моменты переключения режимов V_j известны. Отметим, что испытания системы непосредственно в прогнозируемом переменном режиме на момент прогноза (например, на этапе проектирования) чаще всего затруднительны или вообще нереализуемы, а возможны лишь стендовые испытания системы в отдельных статических режимах. Кроме того, если испытания системы в переменном режиме и осуществимы, то в лучшем случае лишь для одного или нескольких фиксированных переменных режимов, в то время как необходимо уметь строить прогноз надежности для любого переменного режима с произвольными моментами переключения V_j.

Предположим, что на испытания в j-м режиме ставят N_j идентичных образцов системы. В момент отказа образец немедленно восстанавливается (заменяется новым), и испытания продолжаются. Испытания проводятся в течение периода времени T_j.

Требуется построить нижнюю доверительную границу для показателей надежности и ресурса системы по результатам испытаний в отдельных режимах, т.е. функцию вектора $d = (d_1, d_2, \ldots, d_m)$ результатов испытаний, где d_j — число отказов системы полученных во время испытаний в j-м режиме функционирования.

В рамках общего метода доверительных множеств (см., например, [1, 2]) в работах [3, 4] были предложены два основных подхода —

метод прямоугольника (МП) и метод плоскости (МПЛ), которые позволяют строить нижнюю γ-доверительную границу $\underline{R}(t)$ для функции надежности системы $P(t)$ в каждый фиксированный момент времени $t > 0$. В соответствии с первым из указанных методов (МП) нижняя γ-доверительная граница надежности системы строится как

$$\underline{R}(d,t) = \exp[-\overline{f}(d,t)], \tag{1}$$

где $\overline{f}(d,t)$ — верхняя γ-доверительная граница в точке $t > 0$ для функции ресурса системы:

$$\overline{f}(d,t) = \max_{\lambda \in H_1(d)} f(\lambda, t)\,. \tag{2}$$

Функция ресурса $f(\lambda, t)$ определяется по формуле

$$f(\lambda, t) = \sum_{i=1}^{k} c_i \lambda_i, \tag{3}$$

где $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m)$ — вектор параметров интенсивности отказов в различных режимах; $k = k(t)$ — индекс режима, на который попадает данный момент времени t. Другими словами, k определяется из неравенств $V_k < t \leqslant V_{k+1}$ (V_k — момент времени перехода система в $(k+1)$-й режим). Коэффициенты c_j имеют вид

$$c_j = \begin{cases} V_{j+1} - V_j, & j = 1, \ldots, k-1; \\ t - V_k, & j = k; \\ 0, & j = k+1, \ldots, m. \end{cases} \tag{4}$$

Максимум в (2) берется по доверительному множеству $H_1(d)$ в пространстве параметров λ, которое задается неравенствами [3]

$$0 \leqslant \lambda_j \leqslant \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0), \quad j = 1, \ldots, m. \tag{5}$$

При этом функция надежности системы $P(\lambda, t)$ связана с функцией ресурса формулой

$$P(\lambda, t) = \exp[-f(\overline{\lambda}, t)], \tag{6}$$

где $\overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0) = \chi^2_\gamma(2d_j + 2)/(2N_jT_j)$ — стандартная верхняя γ-доверительная граница для параметра интенсивности отказов λ_j в j-м режиме, построенная по результатам испытаний в этом режиме; $\chi^2_\gamma(n)$ — квантиль уровня γ для χ^2-распределения с n степенями свободы; γ_0 — начальный коэффициент доверия, используемый при построении отдельных частных доверительных границ $\overline{\lambda}_j = \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0)$ для параметров λ_i различных режимов; $\gamma = \gamma_0^m$ — результирующий коэффициент доверия нижней доверительной границы $\underline{R}(t)$ для функции надежности системы $P(t)$ в переменном режиме.

Для второго метода (МПЛ) нижняя γ-доверительная граница функции надежности в переменном режиме также определяется в соответствии с (1), где

$$\overline{f}(d,t) = \max_{\lambda \in H_2(d)} f(\lambda,t)\,. \tag{7}$$

При этом максимум в (7) берется по доверительному множеству $H_2(d)$, которое задается следующими ограничениями в пространстве параметров λ:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{m} N_j T_j \lambda_j \leqslant \chi^2_\gamma (2\sum\limits_{j=1}^{m} d_j + 2)\Big/2; \\ \lambda_j \geqslant 0,\ j = 1,\ldots,m. \end{cases} \tag{8}$$

Построенная с использованием (1), (2) (или (1), (7)) функция результатов испытаний и времени $\underline{R}(d,t)$ удовлетворяет неравенству (см. [3, 4])

$$P\left\{\underline{R}(d,t) \leqslant P(t)\ \right\} \geqslant \gamma$$

при всех $t > 0$ и всех возможных значениях вектора параметров λ, где $P(t)$ — функция надежности системы в переменном режиме. Тем самым $\underline{R}(d,t)$ дает нижнюю γ-доверительную границу для функции надежности системы $P(t)$ в каждый фиксированный момент времени $t > 0$.

Доверительное оценивание основных показателей ресурса системы. Полученные ранее в работах [3, 4] доверительные границы для функции надежности системы, строго говоря, еще не позволяют строить соответствующие доверительные границы для таких показателей надежности системы, как средний и q-процентный ресурсы, так как эти границы являются доверительными границами для каждого фиксированного момента времени t, но не дают еще доверительной полосы для $P(t)$. Следующая далее теорема 1 показывает, что для обоих указанных выше методов (МП и МПЛ) построенная нижняя γ-доверительная граница $\underline{R}(d,t)$ фактически удовлетворяет более сильному неравенству

$$P_\lambda\left\{\underline{R}(d,t) \leqslant P(\lambda,t) \ \text{ при всех } t > 0\right\} \geqslant \gamma \tag{9}$$

при любом λ. Другими словами, $\underline{R}(d,t)$ дает соответствующую γ-доверительную полосу для функции надежности $P(\lambda,t)$.

Теорема 1. *Пусть имеется система множеств $H(\ d\ )$ в пространстве параметров λ, такая, что*

$$P_\lambda\left\{\lambda \in H(d)]\ \right\} \geqslant \gamma \tag{10}$$

при любом λ. Тогда функция

$$\underline{R}(d,t) = \inf_{\lambda \in H(d)} P(\lambda,t) \tag{11}$$

удовлетворяет неравенству (9) *при любом значении вектора параметров* λ.

Доказательство. Обозначим

$$D = \{d : d_j = 0, 1, 2, \ldots; \quad j = 1, \ldots, m\}$$

множество всех возможных результатов испытаний d и рассмотрим систему подмножеств $A(t, \lambda) \in D$, определяемых из условия

$$A(t, \lambda) = \{d : \underline{R}(d, t) \leqslant P(\lambda, t)\}\,. \tag{12}$$

Введем также множество $B(\lambda) \subset D$, имеющее вид

$$B(\lambda) = \{d : \lambda \in H(d)]\}\,. \tag{13}$$

При каждом фиксированном λ и $t > 0$ выполняется соотношение включения

$$B(\lambda) = \{d : \lambda \in H(d)\} \subset \left\{d : \inf_{\nu \in H(d)} P(\nu, t) \leqslant P(\lambda, t)\right\},$$

откуда в соответствии с определением нижней доверительной границы в (11) следует, что

$$B(\lambda) \subset \{d : \underline{R}(d, t) \leqslant P(\lambda, t)\ \}\,.$$

Тем самым, при каждом фиксированном $\lambda \in \Lambda$ и $t > 0$ выполняется соотношение

$$B(\lambda) \subset A(t, \lambda). \tag{14}$$

Из (14) получаем

$$B(\lambda) \subset \bigcap_{t>0} A(t, \lambda),$$

откуда с учетом соотношений (10), (12), (13) следует, что при любом $\lambda \in \Lambda$ справедливо неравенство

$$P_\lambda \{\ \underline{R}(d, t) \leqslant P(\lambda, t) \ \text{ при всех } t > 0\} =$$
$$= P_\lambda \left\{\ \bigcap_{t>0} A(t, \lambda)\ \right\} \geqslant P_\lambda \{\ B_\lambda\ \} = P_\lambda \{\ \lambda \in H(d)\ \} \geqslant \gamma\,,$$

что доказывает теорему.

Далее на основе доверительной полосы $\underline{R}(d, t)$ в (9) достаточно просто могут быть построены соответствующие доверительные границы для основных показателей ресурса системы в переменном режиме функционирования. Нижняя γ-доверительная граница для среднего ресурса μ системы в переменном режиме находится по формуле

$$\underline{\mu}(d) = \int_0^\infty \underline{R}(d, t)dt. \tag{15}$$

Аналогично нижняя γ-доверительная граница $\underline{t}_q = \underline{t}_q(d)$ для q-процентного ресурса t_q системы в переменном режиме определяется как решение уравнения относительно t

$$\underline{R}(d, t) = q. \tag{16}$$

Рассмотрим далее важный частный случай, когда известно, что на систему действует один основной определяющий переменный фактор (например, действующая на систему внешняя нагрузка U). При этом интенсивность отказов системы λ_j в том или ином режиме тем больше, чем больше действующая на систему в этом режиме нагрузка, т.е.

$$\lambda_j = \lambda(U_j),$$

где U_j — нагрузка, действующая на систему в j-м режиме; $\lambda(U)$ — некоторая монотонно возрастающая (не обязательно строго) функция нагрузки U. При этом точный вид функции $\lambda(U)$ чаще всего не известен.

В силу монотонной зависимости функции интенсивности отказов от действующей на систему нагрузки U параметры интенсивности отказов системы в различные моменты времени могут считаться упорядоченными:

$$\lambda_{j_1} \leqslant \lambda_{j_2} \leqslant \ldots \leqslant \lambda_{j_m}$$

в соответствии с упорядочением различных режимов $j_1, j_2, \ldots, j_m$ по возрастанию действующей нагрузки в этих режимах. Далее для простоты выкладок будем считать, что это упорядочение имеет вид

$$\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_m.$$

Указанные выше системы γ-доверительных множеств (5) и (8) в этом случае задаются ограничениями

$$\begin{cases} 0 \leqslant \lambda_j \leqslant \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0), \quad j = 1, \ldots, m; \\ \lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_m, \end{cases} \tag{17}$$

где $\gamma = \gamma_0^m$, и

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{m} N_j T_j \lambda_j \leqslant \chi^2_\gamma(2 \sum\limits_{j=1}^{m} d_j + 2) \Big/ 2; \\ 0 \leqslant \lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_m, \quad j = 1, \ldots, m. \end{cases} \tag{18}$$

Основанные на системах γ-доверительных множеств (17) и (18) алгоритмы вычисления нижней γ-доверительной границы надежности системы $\underline{R}(d, t)$ будем называть соответственно модифицированным методом прямоугольника (ММП) и модифицированным методом плоскости (ММПЛ). На основании вышеизложенного соответствующие нижние доверительные границы $\underline{\mu} = \underline{\mu}(d)$ и $\underline{t}_q = \underline{t}_q(d)$ для основных показателей ресурса μ и t_q системы в переменном режиме в соответствии с теоремой 1 далее можно вычислять по формулам (15) и (16).

Рассмотрим некоторые численные примеры, иллюстрирующие применение рассмотренных методов доверительного оценивания ресурса технической системы в переменном режиме функционирования.

Пример 1. Рассмотрим случай безотказных испытаний. Моменты переключения режимов, число отказов, число образцов, поставленных на испытание, и время испытания представлены в табл. 1. В табл. 2 приведены нижние γ-доверительные (с результирующим коэффициентом доверия $\gamma = 0{,}9$) границы для основных показателей ресурса системы.

Таблица 1

Номер режима i	1	2	3	4	5
Моменты переключения V_j	0–10	10–20	20–30	30–40	Более 40
Число отказов d_i	0	0	0	0	0
Число образцов N_i	2	1	1	3	1
Время испытания T_i	10	10	10	10	10

Таблица 2

Наименование метода	МП	ММП	МПЛ	ММПЛ
Средний ресурс $\underline{\mu}$	4,67	7,49	11,75	22,01
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,9}$	0,52	0,79	0,9	3,17
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,95}$	0,25	0,38	0,44	1,54
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,99}$	0,05	0,07	0,08	0,3

Пример 2. Рассмотрим случай испытаний с малым числом отказов в испытываемых режимах. Входные данные приведены в табл. 3. В табл. 4 представлены нижние γ-доверительные (с результирующим коэффициентом доверия $\gamma = 0,9$) границы для основных показателей ресурса системы.

Таблица 3

Номер режима i	1	2	3	4	5
Моменты переключения V_j	0–10	10–20	20–30	30–40	Более 40
Число отказов d_i	0	1	0	1	0
Число образцов N_i	2	1	1	3	1
Время испытания T_i	10	10	10	10	10

Таблица 4

Наименование метода	МП	ММП	МПЛ	ММПЛ
Средний ресурс $\underline{\mu}$	4,56	5,18	4,12	10,94
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,9}$	0,52	0,54	0,39	1,38
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,95}$	0,25	0,26	0,19	0,67
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,99}$	0,05	0,05	0,03	0,13

Вычисление доверительных границ для основных показателей остаточного ресурса в переменном режиме. Предположим, что система выработала ресурс τ. Тогда остаточная функция надежности системы в переменном режиме функционирования $P_\tau(t)$ может быть найдена на основе известной формулы

$$P_\tau(t) = \frac{P(\tau+t)}{P(\tau)} = \exp\left\{-\Lambda(t+\tau) - \Lambda(t)\right\},$$

где $\Lambda(t) = \int\limits_0^t \lambda(U)dU$ — функция ресурса системы, $\lambda(t)$ — функция интенсивности отказов системы, откуда находим

$$P_\tau(\lambda, t) = \exp[-g(\tau, \lambda, t)], \tag{19}$$

где

$$g(\tau, \lambda, t) = \sum_{i=1}^{m} b_i \lambda_i. \tag{20}$$

Коэффициент b_j обозначает длину интервала времени, образуемого путем пересечения интервала $(t, t+\tau)$ и интервала i-го режима (V_i, V_{i+1}). Другими словами, коэффициент b_j вычисляется по формуле

$$b_j = [\min(V_{j+1}, \tau+t) - \max(V_j, \tau)]^+ \tag{21}$$

где $z^+ = \max(z, 0)$ — положительная часть z. В частном случае при $\tau = 0$ из выражений (19), (20) и (21) следуют формулы (3), (4) и (6).

Далее рассмотренные выше подходы могут напрямую применяться и для построения нижней γ-доверительной границы $\underline{R}(\tau, d, t)$ для остаточной функции надежности $P_\tau(t)$ системы в переменном режиме. При этом полагаем

$$\underline{R}(\tau, d, t) = \exp[-\overline{g}(\tau, \lambda, t)], \tag{22}$$

где

$$\overline{g}(\tau, \lambda t) = \max_{\lambda \in H(d)} g(\tau, \lambda, t);$$

$H(d)$ — та или иная из рассмотренных выше систем γ-доверительных множеств в пространстве параметров λ. При этом в соответствии с теоремой 1 функция (22) одновременно дает γ-доверительную полосу для остаточной функции надежности, т.е.

$$P\left\{\underline{R}(\tau,d,t)\ \leqslant P_\tau(\lambda,t)\ \text{ при всех }\ t>0\right\}\geqslant\gamma$$

для любого фиксированного $\tau>0$ и вектора параметров λ. Нижняя γ-доверительная граница для остаточного среднего ресурса μ_τ системы вычисляется при данном векторе результатов испытаний d по формуле

$$\underline{\mu}_\tau(d)=\int\limits_0^\infty\underline{R}(\tau,d,t)dt.$$

Нижняя γ-доверительная граница для остаточного q-процентного ресурса определяется как решение относительно t уравнения

$$\underline{R}(\tau,d,t)=q.$$

Далее приведены численные примеры, иллюстрирующие применение полученных выше методов доверительного оценивания показателей остаточного ресурса системы в переменном режиме функционирования.

Пример 3. Рассмотрим случай, когда система проработала время $\tau=9$. Входные данные приведены в табл. 5. В табл. 6 представлены нижние γ-доверительные (с результирующим коэффициентом доверия $\gamma=0{,}9$) границы для основных показателей ресурса системы.

Таблица 5

Номер режима j	1	2	3	4	5
Моменты переключения V_j	0–10	10–20	20–30	30–40	Более 40
Число отказов d_j	0	2	0	0	1
Число образцов N_j	2	1	1	3	1
Время испытания T_j	10	10	10	10	10

Таблица 6

Наименование метода	МП	ММП	МПЛ	ММПЛ
Средний ресурс $\underline{\mu}$	2,01	7,42	2,31	8,19
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,9}$	0,52	0,79	0,31	1,1
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,95}$	0,25	0,38	0,15	0,53
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,99}$	0,04	0,06	0,02	0,09

Пример 4. В рассматриваемом примере увеличено число отказов. Выработанный ресурс $\tau=16$. Входные данные представлены в табл. 7. В табл. 8 приведены нижние γ-доверительные (с результирующим коэффициентом доверия $\gamma=0,9$) границы для основных показателей ресурса системы.

Таблица 7

Номер режима j	1	2	3	4	5
Моменты переключения V_j	0–10	10–20	20–30	30–40	Более 40
Число отказов d_j	2	0	0	1	1
Число образцов N_j	2	1	1	3	1
Время испытания T_j	10	10	10	10	10

Таблица 8

Наименование метода	МП	ММП	МПЛ	ММПЛ
Средний ресурс $\underline{\mu}$	2,51	5,15	1,42	5,23
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,9}$	0,26	0,54	0,13	0,65
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,95}$	0,12	0,26	0,06	0,32
q-процентный ресурс $\underline{t}_{0,99}$	0,02	0,05	0,01	0,06

Как видно из приведенных примеров, в случае малого числа отказов, полученных во время испытаний системы, лучшую оценку дает ММПЛ. Это обусловлено тем, что коэффициент доверия для этого метода является единым для всех режимов в отличие от модифицированного метода плоскости (ММП), где он вычисляется исходя из выражения $\gamma = \gamma_0^m$, что приводит к завышению γ_0 и, следовательно, к ухудшению получаемой доверительной границы. Из приведенных выше примеров следует, что при доверительном оценивании среднего ресурса лучшую оценку дает ММПЛ, однако при увеличении числа отказов эффективность ММП по сравнению с ММПЛ повышается. Это обусловлено тем, что в ММПЛ используется суммарное число отказов, накопленных на протяжении всех испытаний, что ведет к ухудшению доверительной границы, получаемой для последнего режима, в то время как в методе ММП используется только то число отказов, которое наблюдается во время испытаний в последнем режиме. Поэтому при увеличении суммарного числа отказов построенная доверительная граница для ММПЛ убывает быстрее, чем для ММП.

Также отметим, что при доверительном оценивании q-процентного ресурса ММПЛ во многих случаях (см. примеры 2, 3) дает больший выигрыш по сравнению с обычным МПЛ, чем при оценке среднего ресурса, что существенно для практических приложений.

В заключение заметим, что важными направлениями дальнейших исследований, на наш взгляд, являются как дальнейшее улучшение методов доверительного оценивания показателей надежности и ресурса технической системы, так и обобщение их на случай более общих распределений, а также на случай векторной нагрузки, когда на систему одновременно действует несколько определяющих внешних переменных факторов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-08-50133а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
2. Павлов И. В. Статистические методы оценки надежности сложных систем. – М.: Радио и связь, 1982. – 168 с.
3. Павлов И. В., Левин П. А. Доверительное оценивание надежности системы в переменном режиме работы по результатам ее испытаний в отдельных режимах // Сб. трудов междунар. симпоз. "Надежность и качество" (Пенза, май 2006 г.). Изд-во ПГУ, 2006. – С. 26–28.
4. Павлов И. В., Левин П. А. Оценка надежности технической системы в переменном режиме функционирования // Сб. науч. трудов IV Всероссийской конф. "Необратимые процессы в природе и технике" (Москва, январь 2007 г.). ФИАН, 2007. – С. 406–409.
5. Карташов Г. Д. Предварительные исследования в теории форсированных испытаний. – М.: Знание, 1980. – 51 с.
6. Белов В. Н. Стохастические модели временных процессов. – Т. 2. Политехник: Волгоград, 2002. – 215 с.
7. Беляев Ю. К. Доверительные интервалы для функций от многих неизвестных параметров // Докл. АН СССР. – 1967. – Т. 196, № 4. – С. 755–758.
8. Павлов И. В. Интервальное оценивание квазивыпуклых функций в задачах надежности // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1979. – № 3.
9. Павлов И. В. Доверительные границы для выпуклых функций многих неизвестных параметров // Теор. вероятн. и ее применен. – 1980. – Т. 25, вып. 2. – С. 394–398.
10. Садыхов Г. С., Савченко В. П., Федорчук Х. Р. Непараметрический метод оценки нижней доверительной границы остаточного ресурса технических изделий // Докл. РАН. – 1995. – Т. 343. – С. 326–328.
11. Pavlov I. V., Teskin O. I., Ukolov S. N. A comparison of some exact and approximate methods for calculating confidence bounds for system reliability based on component test data // Proceeding of the first international conference, MMR'97. Bucharest, Romania – Sept., 1997. – P. 231–236.
12. Pavlov I. V., Teskin O. I., Goryainov V. B., Ukolov S. N. Confidence bounds for system reliability based on binomial components test data // Proceeding of the second international conference, MMR'2000. Bordeaux, France. – Jul., 2000. – P. 852–855.

Статья поступила в редакцию 22.07.2008

Игорь Валерианович Павлов родился в 1945 г., окончил в 1968 г. Московский физико-технический институт. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры "Высшая математика" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 70 научных работ в области теории вероятностей, математической статистики и теории надежности.

I.V. Pavlov (b. 1945) graduated the Moscow Physical and Technical Institute in 1968, D. Sc. (Phys.-Math.), professor of "Higher Mathematics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of about 70 publications in the field of probability theory, mathematical statistics and reliability theory.

Пётр Александрович Лёвин, родился в 1982 г., окончил в 2006 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры "Высшая математика" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области теории вероятностей, математической статистики и теории надежности.

P.A. Levin (b. 1982) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2006. Post-graduate of "Higher Mathematics" department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of probability theory, mathematical statistics and reliability theory.