УДК 537.874; 535.3

А. М. Макаров, Л. А. Лунёва,
К. А. Макаров

О НЕКОТОРЫХ ЭФФЕКТАХ ПРИ ПАДЕНИИ ПЛОСКОЙ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДИЭЛЕКТРИК–ПРОВОДНИК

Проведено исследование взаимодействия плоской гармонической электромагнитной волны с плоской поверхностью раздела диэлектрик–проводник. Показано, что при падении плоской гармонической P-поляризованной электромагнитной волны на границу раздела диэлектрик–проводник на поверхности раздела сред имеет место поверхностная плотность стороннего электрического заряда, которая изменяется по гармоническому закону.

Ключевые слова: электромагнитная волна, диэлектрическая среда, электропроводящая среда, поверхность раздела, формулы Френеля, отражение, преломление.

Описание взаимодействия плоской гармонической электромагнитной волны с плоской поверхностью раздела диэлектрик–проводник давно вошло в фундаментальные руководства по общему курсу физики и оптике [1–4]. Использование комплексной диэлектрической проницаемости среды при описании гармонических плоских волн в проводящей среде является общепринятым приемом, позволяющим формально распространить результаты Френеля для взаимодействия электромагнитной волны с границей раздела двух диэлектриков на случай взаимодействия с границей диэлектрик–проводник.

В работе [5] обнаружена принципиальная возможность возникновения поверхностной плотности сторонних электрических зарядов на границе раздела двух проводящих сред. Рассмотрим систему уравнений классической электродинамики в линейном приближении для случая однородной изотропной среды в отсутствие сторонних электрических токов:

$$\begin{gathered}\mathrm{div}\vec{D} = \rho; \quad \mathrm{div}\vec{B} = 0;\\ \mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t};\\ \vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}; \quad \vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}; \quad \vec{j} = \gamma\vec{E}.\end{gathered} \tag{1}$$

Все физические величины в системе уравнений (1) — действительные величины, обозначения — общепринятые (γ — электропроводность среды), коэффициенты в материальных уравнениях среды не зависят от пространственных координат и времени.

Решение системы уравнений (1) ищем в форме бегущих плоских гармонических волн вида

$$\vec{a} = \vec{a}_0 \exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)), \tag{2}$$

где $\vec{a}_0$ — постоянная амплитуда; $\vec{k}$ — волновой вектор; $\vec{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения; ω — круговая частота; t — время. Волновой вектор $\vec{k}$ считается постоянной векторной величиной. Система уравнений (1) переходит в алгебраическую систему для комплексных амплитуд (или мгновенных физических величин)

$$i\vec{k} \cdot \vec{D} = \rho; \tag{3}$$

$$i\vec{k} \cdot \vec{B} = 0; \tag{4}$$

$$i\vec{k} \times \vec{E} = i\omega\vec{B}; \tag{5}$$

$$i\vec{k} \times \vec{H} = \vec{j} - i\omega\vec{D}. \tag{6}$$

Материальные уравнения (1) не меняют своей формы.

Следствием предположения о том, что материальная среда рассматривается как однородная и изотропная, а материальные уравнения среды линейны, является обращение в нуль объемной плотности сторонних электрических зарядов:

$$\rho = 0. \tag{7}$$

Система уравнений (3)–(6) становится однородной, нетривиальное решение которой возможно только при выполнении дисперсионного уравнения

$$\vec{k} \cdot \vec{k} = \frac{\omega^2 n^2}{c^2}\left(1 + i\alpha\right), \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \quad n = \sqrt{\varepsilon\mu}, \quad \alpha = \frac{\gamma}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}, \tag{8}$$

где c — скорость распространения электромагнитной волны в вакууме; n — действительный показатель преломления материальной среды; α — безразмерный параметр проводимости среды. Отметим, что дисперсионное уравнение (8) имеет место при выполнении условия обобщенной поперечности электромагнитной волны:

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = 0; \quad \vec{k} \cdot \vec{H} = 0. \tag{9}$$

В рассматриваемом случае условия (9) выполняются. Форма дисперсионного уравнения (8) приводит к необходимости рассматривать волновой вектор $\vec{k}$ как комплексный:

$$\vec{k} = \vec{q} + i\vec{p}, \tag{10}$$

где векторные величины $\vec{q}$ и $\vec{p}$ — действительные векторные величины, не обязательно совпадающие друг с другом по направлению в пространстве. Вектор $\vec{q}$ перпендикулярен плоскости равных фаз, а вектор

$\vec{p}$ перпендикулярен плоскости равных амплитуд. Ниже использованы определения следующих математических операций:

$$\vec{k}\cdot\vec{r}=\vec{q}\cdot\vec{r}+i\vec{p}\cdot\vec{r};\quad \vec{k}\times\vec{a}=\vec{q}\times\vec{a}+i\vec{p}\times\vec{a};$$
$$\vec{k}\cdot\vec{k}=(\vec{q}+i\vec{p})\cdot(\vec{q}+i\vec{p})=q^2-p^2+i\cdot 2\vec{q}\cdot\vec{p}=q^2-p^2+i\cdot 2qp\cos\psi;$$
$$\cos\psi=\frac{\vec{q}\cdot\vec{p}}{qp}=\frac{q_xp_x+q_yp_y+q_zp_z}{\sqrt{q_x^2+q_y^2+q_z^2}\,\sqrt{p_x^2+p_y^2+p_z^2}}. \tag{11}$$

Угол ψ (действительная величина) — угол между направлениями действительных векторов $\vec{q}$ и $\vec{p}$.

Если значение угла ψ считать известным, решение дисперсионного уравнения можно записать в виде

$$q=\frac{n\omega}{c}\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{\cos^2\psi}}},\quad p=\frac{n\omega}{c}\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{-1+\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{\cos^2\psi}}}. \tag{12}$$

Для малых значений безразмерного параметра α имеют место асимптотические зависимости

$$q\cong\frac{n\omega}{c}\left(1+\frac{\alpha^2}{8\cos^2\psi}\right);\quad p\cong\frac{n\omega}{c}\frac{\alpha}{2\cos\psi},\quad \alpha\ll 1. \tag{13}$$

Зависимости (13) упрощают переход от поглощающей среды к прозрачной.

При малых значениях параметра α в выражении (12) для модуля мнимой части комплексного волнового вектора необходимо вычислять корень квадратный из разности близких величин. В этом случае удобнее эквивалентная форма записи второго из соотношений (12)

$$p=\frac{n\omega}{c}\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left(\cos\psi\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{\cos^2\psi}}}\right)^{-1}.$$

Отметим, что в прозрачной материальной среде (проводимость среды равна нулю) волновой вектор $\vec{k}$ может принимать форму (10); при этом либо вектор $\vec{p}$ отличен от нуля и перпендикулярен вектору $\vec{q}$, либо вектор $\vec{p}$ обращается в нуль. Первый случай, в частности, имеет место при полном внутреннем отражении электромагнитной волны от границы раздела двух диэлектриков.

Рассмотрим наклонное падение плоской однородной электромагнитной волны из первой, прозрачной среды на неподвижную плоскую границу раздела диэлектрик–проводник. Система уравнений (3)–(6) и соотношения (12) могут быть записаны отдельно как для первой, так и для второй среды, причем в первой среде имеют место падающая и отраженная волны. Параметры падающей волны даны без верхнего индекса, параметры отраженной волны помечены штрихом, параметры преломленной волны — двойным штрихом.

На плоской неподвижной границе раздела двух сред, вектор единичной нормали к которой обозначен как $\vec{\nu}$ (направлен из первой среды во вторую), должны выполняться условия сопряжения для результирующего электромагнитного поля:

— условие непрерывности касательных компонент векторов напряженности электрического поля

$$\vec{\nu} \times (\vec{\nu} \times \vec{E}_1) = \vec{\nu} \times (\vec{\nu} \times \vec{E}_2), \quad \vec{E}_1 = \vec{E} + \vec{E}', \quad \vec{E}_2 = \vec{E}''; \tag{14}$$

— условие непрерывности нормальных компонент векторов магнитной индукции

$$\vec{\nu} \cdot \vec{B}_1 = \vec{\nu} \cdot \vec{B}_2, \quad \vec{B}_1 = \vec{B} + \vec{B}', \quad \vec{B}_2 = \vec{B}''; \tag{15}$$

— условие непрерывности касательных компонент векторов напряженности магнитного поля, если на поверхности раздела сред отсутствуют поверхностные токи проводимости (последнее должно быть установлено в процессе решения задачи),

$$\vec{\nu} \times (\vec{\nu} \times \vec{H}_1) = \vec{\nu} \times (\vec{\nu} \times \vec{H}_2), \quad \vec{H}_1 = \vec{H} + \vec{H}', \quad \vec{H}_2 = \vec{H}''; \tag{16}$$

— условие для скачка нормальных компонент векторов $\vec{D}$ с учетом возможности существования на границе раздела поверхностной плотности сторонних электрических зарядов

$$\vec{\nu} \cdot \vec{D}_2 - \vec{\nu} \cdot \vec{D}_1 = \sigma, \quad \vec{D}_1 = \vec{D} + \vec{D}', \quad \vec{D}_2 = \vec{D}''; \tag{17}$$

— условие сохранения электрического заряда на поверхности раздела

$$\vec{\nu} \cdot \vec{j}_2 - \vec{\nu} \cdot \vec{j}_1 = i\omega\sigma, \quad \vec{j}_1 = 0, \quad \vec{j}_2 = \vec{j}''. \tag{18}$$

Условие (18) записано с учетом гармонического характера изменения во времени поверхностной плотности сторонних электрических зарядов, т.е.

$$\sigma = \sigma_0 \exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r}_0 - \omega t)), \tag{19}$$

и предположения, что отсутствует поверхностное растекание зарядов, которое оправдано, если выполняется условие отсутствия поверхностных токов проводимости на границе раздела двух сред (вектор $\vec{r}_0$ — радиус-вектор произвольной точки поверхности раздела).

Решение в форме бегущих плоских гармонических волн обусловливает одинаковую круговую частоту всех волн и геометрические условия сопряжения

$$\vec{\nu} \times (\vec{\nu} \times \vec{k}) = \vec{\nu} \times (\vec{\nu} \times \vec{k}') = \vec{\nu} \times (\vec{\nu} \times \vec{k}''). \tag{20}$$

Поместим начало декартовой системы координат $\{x, y, z\}$ на границу раздела; положительное направление оси z совпадает с направлением нормали к границе раздела; нижнее полупространство заполнено средой *1*, верхнее — средой *2* (рис. 1).

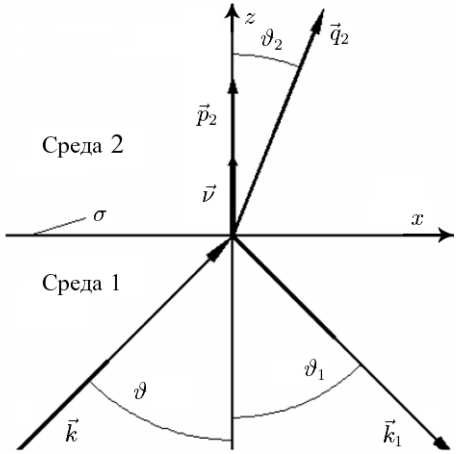

Рис. 1. Схема распространения излучения при падении электромагнитной волны на границу раздела двух сред

В развернутой форме соотношения (20) с учетом условия однородности падающей и отраженной волн ($\vec{p} = 0$, $\vec{p}\,' = 0$) имеют вид

$$\begin{gathered} q_x = q'_x;\ q_y = q'_y;\ q_x = q''_x; \\ p''_x = 0;\ q_y = q''_y;\ p''_y = 0. \end{gathered} \tag{21}$$

Кроме того, нормальные компоненты волнового вектора падающей волны и волны, отраженной от поверхности раздела двух сред, связаны условием

$$q_z = -q'_z. \tag{22}$$

Соотношение (22) справедливо, поскольку модули рассматриваемых векторов одинаковы в силу распространения волн в одной и той же среде (дисперсионные уравнения тождественны друг другу), а касательные компоненты одинаковы в силу условий (21).

Величины q''_z и p''_z подлежат определению с учетом дисперсионного уравнения для второй (проводящей) среды и условий сопряжения электромагнитного поля на границе раздела. Из системы условий (21)–(22) следуют известные результаты: угол падения равен углу отражения, волновые векторы падающей и отраженной волн лежат в одной плоскости. Легко видеть, что действительная часть волнового вектора преломленной волны лежит в той же плоскости, а его мнимая часть перпендикулярна поверхности раздела (т.е. плоскость равных амплитуд преломленной волны параллельна поверхности раздела). В этих условиях всегда можно выбрать систему координат, в которой плоскость падения электромагнитной волны совпадает с плоскостью $y = 0$, при этом, естественно, выполняется условие $q_y = 0$. Следствием условий (21) является также обобщенный закон преломления Снеллиуса

$$q \sin\vartheta = q'' \sin\vartheta'' \tag{23}$$

с той лишь разницей, что величина q'' должна рассматриваться как функция угла преломления ϑ'' (угол ψ в рассматриваемом случае совпадает с углом преломления ϑ'').

Из обобщенного закона преломления Снеллиуса следует зависимость

$$\sin\vartheta'' = \frac{\sqrt{2}\cdot n\sin\vartheta}{\sqrt{1+n^2\sin^2\vartheta+\sqrt{(1-n^2\sin^2\vartheta)^2+\alpha^2}}}, \quad n=\frac{n_1}{n_2}. \tag{24}$$

Для малых значений безразмерного параметра α соотношение (24) принимает вид

$$\sin\vartheta'' = n\sin\vartheta\left(1-\frac{\alpha^2}{8(1-n^2\sin^2\vartheta)}\right). \tag{25}$$

Видно, что в предельном случае $\alpha = 0$ (вторая среда является прозрачной) зависимость (25) переходит в известное соотношение

$$\sin\vartheta'' = n\sin\vartheta. \tag{26}$$

Характерная особенность полученных результатов — это эффект уменьшения углов преломления с увеличением параметра проводимости α второй среды (рис. 2).

Отметим, что геометрические соотношения (19)–(23) получены для действительных векторов и углов, при этом все математические операции обладают наглядным геометрическим содержанием (длина вектора, проекция на направление и т.д.).

Условия (14) и (16) в рассматриваемой системе координат приводят к уравнениям

$$E_x + E'_x = E''_x; \quad E_y + E'_y = E''_y; \tag{27}$$

$$H_x + H'_x = H''_x; \quad H_y + H'_y = H''_y. \tag{28}$$

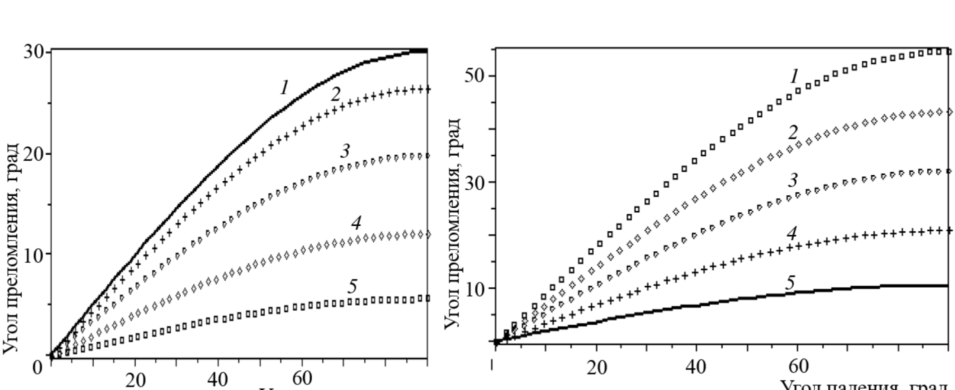

Рис. 2. Зависимость угла преломления от угла падения при изменении физических параметров среды:
а — $n = 0,5$; $\alpha = 0$, 1, 3, 10, 50 (соответственно кривые *1, 2, 3, 4, 5*); *б* — $\alpha = 1$; $n = 0,2$; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0 (соответственно кривые *1; 2; 3; 4; 5*)

Далее соотношения (27) и (28) будем рассматривать в качестве основополагающих, привлекая по мере необходимости уравнения (3)–(6) для каждой из рассматриваемых волн с учетом среды распространения и условий (15), (17) и (18).

***S*-поляризация.** Если плоско поляризованная электромагнитная волна падает на границу раздела из диэлектрика и при этом направление колебаний вектора напряженности электрического поля перпендикулярно плоскости падения, образованной вектором нормали и волновым вектором падающей волны (по определению они действительные), то говорят о S-поляризации. Важно учесть, что электромагнитная волна является поперечной в обобщенном смысле — скалярные произведения комплексного волнового вектора $\vec{k}$ и вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$, комплексного волнового вектора $\vec{k}$ и вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ должны обращаться в нуль в силу условий (9).

В рассматриваемом случае (вектор нормали к границе раздела сред имеет единственную компоненту вдоль оси z, действительные компоненты волновых векторов падающей, отраженной и преломленной волн не имеют компонент вдоль оси y, мнимая составляющая волнового вектора преломленной волны совпадает по направлению с направлением нормали к границе раздела) можно положить

$$\vec{E}_\perp = E\vec{e}_y. \tag{29}$$

Видно, что для действительных значений волнового вектора направление колебаний вектора напряженности электрического поля перпендикулярно плоскости падения в общепринятом понимании. Для вектора напряженности электрического поля $\vec{E}_\perp$ падающей волны справедливы соотношения

$$i\vec{k}\cdot\vec{E}_\perp = 0; \quad \vec{\nu}\cdot\vec{E}_\perp = 0; \quad \vec{E}_\perp\cdot\vec{E}_\perp = E^2. \tag{30}$$

Аналогичные соотношения справедливы для отраженной и преломленной волн.

Используя уравнение (5) и соответствующее материальное уравнение среды (1), получаем выражение для вектора напряженности магнитного поля S-поляризованной падающей волны

$$\vec{H}_\perp = \frac{\vec{k}\times\vec{E}_\perp}{\omega\mu_0\mu_1}. \tag{31}$$

Для рассматриваемого электромагнитного поля справедливо условие ортогональности векторов напряженностей электрического и магнитного полей

$$\vec{E}_\perp\cdot\vec{H}_\perp = 0. \tag{32}$$

Соотношение (32) действительно имеет место, поскольку выражение

$$(\vec{\nu} \times \vec{k}) \cdot (\vec{k} \times \vec{E}_\perp) \equiv (\vec{\nu} \cdot \vec{k}) \cdot (\vec{k} \cdot \vec{E}_\perp) - (\vec{\nu} \cdot \vec{E}_\perp) \cdot (\vec{k} \cdot \vec{k})$$

обращается в нуль в силу соотношений (30).

Допустим, что электромагнитное поле отраженной волны описывается соотношениями (29) и (31) (с добавлением одного штриха в качестве верхнего индекса у соответствующих величин), а описание электромагнитного поля преломленной волны потребует использования двойного штриха в качестве верхнего индекса и учета физических свойств второй среды. Легко проверить, что отраженная волна является поперечной, а векторы напряженностей электрического и магнитного полей ортогональны по отношению друг к другу. В преломленной волне выполнены условия

$$i\vec{k}'' \cdot \vec{E}''_\perp = 0; \quad \vec{\nu} \cdot \vec{E}''_\perp = 0; \quad \vec{E}''_\perp \cdot \vec{E}''_\perp = E''^2; \quad \vec{E}''_\perp \cdot \vec{H}''_\perp = 0 \tag{33}$$

с учетом комплексной величины волнового вектора $\vec{k}''$.

Условия непрерывности касательных составляющих векторов напряженности электрического поля на границе раздела двух материальных сред (27) в проекциях на ось y с учетом геометрических условий сопряжения (21) приводят к уравнению

$$E + E' = E''. \tag{34}$$

Условия непрерывности касательных составляющих векторов напряженности магнитного поля на границе раздела двух материальных сред (28) в отсутствие поверхностных токов проводимости в проекциях на ось x с учетом геометрических условий сопряжения (21) приводят к уравнению

$$\mu_2(k_z E + k'_z E') = \mu_1 k''_z E''. \tag{35}$$

Решение системы уравнений (34)–(35) имеет вид

$$E' = -\frac{\mu_1 k''_z - \mu_2 k_z}{\mu_1 k''_z + \mu_2 k_z} E; \quad E'' = -\frac{\mu_2(k'_z - k_z)}{\mu_1 k''_z + \mu_2 k_z} E. \tag{36}$$

Непосредственно можно проверить, что условие (15) непрерывности нормальных компонент векторов магнитной индукции на границе раздела выполнено. Вычисление величины скачка нормальных составляющих вектора $\vec{D}$ на границе раздела приводит к выводу, что нормальные составляющие вектора $\vec{D}$ непрерывны на границе раздела, а поверхностная плотность сторонних электрических зарядов равна нулю. Этот результат становится очевидным, если заметить, что в силу соотношения (29) нормальные компоненты векторов $\vec{E}$ обращаются в нуль. Отсюда следует обращение в нуль нормальных компонент вектора $\vec{D}$ и нормальных компонент векторов объемной плотности токов проводимости. Последнее согласуется с законом сохранения электрического заряда на поверхности раздела двух материальных сред.

Поскольку все составляющие электромагнитного поля определены (с точностью до произвольного сомножителя E), можно воспользоваться выражением для среднего по времени действительного вектора Умова–Пойнтинга (звездочка у векторной величины означает операцию комплексного сопряжения)

$$\vec{S} = \frac{\vec{E}_{\perp}^{*} \times \vec{H}_{\perp} + \vec{E}_{\perp} \times \vec{H}_{\perp}^{*}}{4} \tag{37}$$

отдельно для падающей, отраженной и преломленной волн и получить аналитические зависимости для коэффициентов отражения и пропускания, а также проверить условие энергетического баланса:

$$\rho_{\perp} = \frac{-S'_z}{S_z} = \frac{(q_z\mu_2 - q_{2z}\mu_1)^2 + p_{2z}^2\mu_1^2}{(q_z\mu_2 + q_{2z}\mu_1)^2 + p_{2z}^2\mu_1^2}; \tag{38}$$

$$b_{\perp} = \frac{S''_z}{S_z} = \frac{4q_z q_{2z}\mu_1\mu_2}{(q_z\mu_2 + q_{2z}\mu_1)^2 + p_{2z}^2\mu_1^2}. \tag{39}$$

$$\rho_{\perp} + b_{\perp} = 1. \tag{40}$$

В этих формулах

$$q_z = q\cos\vartheta; \quad q_{2z} = q_2\cos\vartheta''; \quad p_{2z} = p_2 \tag{41}$$

и справедливы формулы (12) для каждой из сред и формула (24) для угла преломления.

Графическая иллюстрация изменения коэффициента отражения S-поляризованной электромагнитной волны от границы раздела диэлектрик–проводник в зависимости от относительных физических параметров второй среды как функции угла падения приведена на рис. 3. Коэффициент отражения монотонно увеличивается с возрастанием угла падения, с возрастанием параметра проводимости второй среды α и с возрастанием относительного показателя преломления $n = n_2/n_1$. Отметим, что и для прозрачной второй среды, и для проводящей второй среды коэффициент отражения S-поляризованной волны нигде в нуль не обращается.

***P*-поляризация.** Если плоско поляризованная электромагнитная волна падает на границу раздела из диэлектрика и при этом колебания вектора напряженности электрического поля происходят в плоскости падения, образованной вектором нормали и волновым вектором падающей волны (по определению они действительные), то говорят о P-поляризации. Известно, что рассматриваемый случай удобно описать, положив в основу соотношения вида (29) для напряженности магнитного поля. В силу ортогональности векторов напряженностей

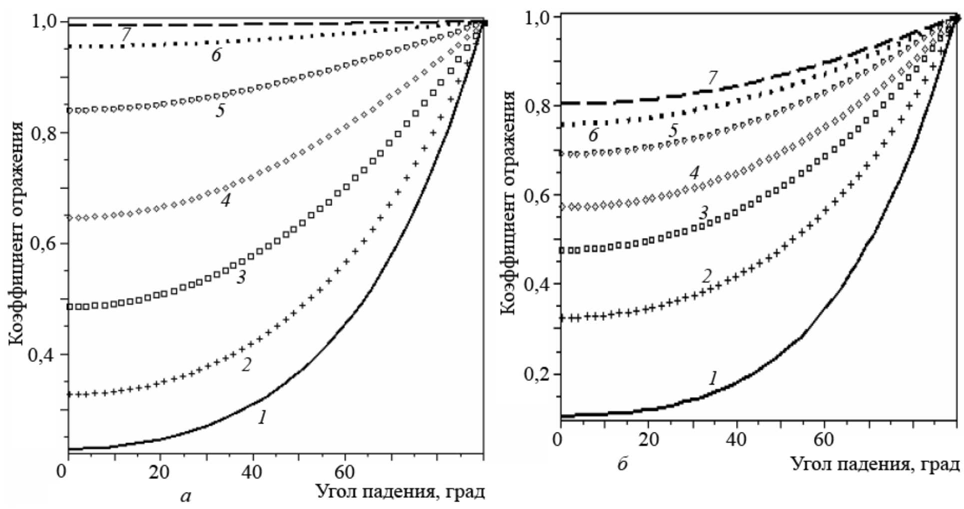

Рис. 3. Коэффициент отражения S-поляризованной волны в функции угла падения:
a — $n = 2$, $\alpha = 0$; 1, 1,5, 2, 3, 5, 10 (соответственно кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*); *б* — $\alpha = 1$, $n = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10$ (соответственно кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*)

электрического и магнитного полей ($\vec{E} \cdot \vec{H} = 0$), которая является следствием уравнения (5), ориентация вектора $\vec{H}$ в плоскости падения влечет за собой перпендикулярность плоскости падения вектору $\vec{E}$.

В рассматриваемом случае будем называть падающую электромагнитную волну P-поляризованной, если справедливо соотношение

$$\vec{H}_{\|} = H\vec{e}_y. \tag{42}$$

Для действительных значений волнового вектора направление колебаний вектора напряженности магнитного поля перпендикулярно плоскости падения в общепринятом понимании. Для вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}_{\|}$ справедливы соотношения

$$i\vec{k} \cdot \vec{H}_{\|} = 0; \quad \vec{\nu} \cdot \vec{H}_{\|} = 0; \quad \vec{H}_{\|} \cdot \vec{H}_{\|} = H_0^2. \tag{43}$$

Вектор напряженности электрического поля определим из уравнения (6) с учетом материальных уравнений среды

$$\vec{E}_{\|} = \frac{1 - i\alpha}{1 + \alpha^2} \cdot \frac{\vec{H}_{\|} \times \vec{k}}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}. \tag{44}$$

Следствием определения (44) являются соотношения

$$\vec{E}_{\|} \cdot \vec{k} = 0; \quad \vec{E}_{\|} \cdot \vec{H}_{\|} = 0; \quad \vec{E}_{\|} \cdot (\vec{k} \times \vec{\nu}) = 0. \tag{45}$$

Таким образом, выполнены условия обобщенной поперечности электромагнитной волны, взаимной ортогональности электрического и магнитного полей и условие P-поляризации электромагнитной волны. Эти условия являются необходимыми для справедливости дисперсионного уравнения (8).

Далее, рассматривая падающую, отраженную и преломленную волны, будем иметь в виду определения (42) и (44), учитывая принятое выше соглашение о верхних штриховых индексах и отмечая физические параметры первой и второй сред нижними индексами 1 или 2 соответственно.

Условия (16) непрерывности касательных составляющих векторов напряженности магнитного поля на границе раздела материальных сред в отсутствие поверхностных токов проводимости приводят к уравнению

$$H + H' = H''; \tag{46}$$

условия (14) непрерывности касательных составляющих векторов напряженности электрического поля на границе раздела материальных сред — к уравнению ($\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \alpha$)

$$H - H' = NH'', \quad N = \frac{1 - i\alpha}{1 + \alpha^2} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \frac{k''_z}{k_z}. \tag{47}$$

Решения системы уравнений (46)–(47) имеют вид

$$\frac{H'}{H} = -\frac{N-1}{N+1}, \quad \frac{H''}{H} = \frac{2}{N+1}. \tag{48}$$

Таким образом, векторы напряженности магнитного поля (42) и векторы напряженности электрического поля (44) для отраженной и преломленной электромагнитных волн в первой и соответственно второй среде определены с точностью до произвольного сомножителя H. Полученные результаты позволяют вычислить выражение для среднего по времени действительного вектора Умова–Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{\vec{E}^*_{\parallel} \times \vec{H}_{\parallel} + \vec{E}_{\parallel} \times \vec{H}^*_{\parallel}}{4} \tag{49}$$

отдельно для падающей, отраженной и преломленной волн и получить аналитические зависимости для коэффициентов отражения и пропускания, также проверить условие энергетического баланса:

$$\rho_{\parallel} = \frac{-S'_z}{S_z} = \frac{(q_z\varepsilon_2 - q_{2z}\varepsilon_1)^2 + (\alpha q_z\varepsilon_2 - p_{2z}\varepsilon_1)^2}{(q_z\varepsilon_2 + q_{2z}\varepsilon_1)^2 + (\alpha q_z\varepsilon_2 + p_{2z}\varepsilon_1)^2}; \tag{50}$$

$$b_{\parallel} = \frac{S''_z}{S_z} = \frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2 q_z(q_{2z} + \alpha p_{2z})}{(q_z\varepsilon_2 + q_{2z}\varepsilon_1)^2 + (\alpha q_z\varepsilon_2 + p_{2z}\varepsilon_1)^2}; \tag{51}$$

$$\rho_{\parallel} + b_{\parallel} = 1. \tag{52}$$

Графики, иллюстрирующие изменение коэффициента отражения P-поляризованной электромагнитной волны от границы раздела диэлектрик–проводник в функции угла падения, приведены на рис. 4 для разных значений относительных физических параметров второй

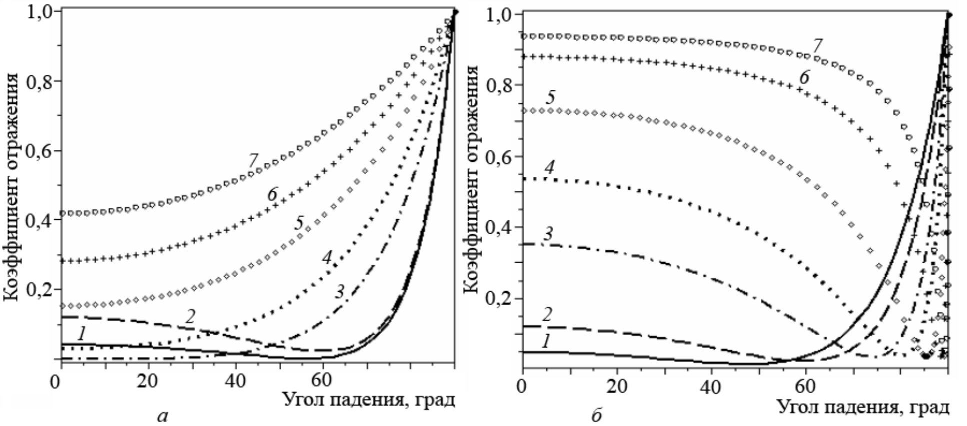

Рис. 4. Коэффициент отражения P-поляризованной волны в функции угла падения:
а — $n = 1{,}5$, $\alpha = 0$, 1, 5, 10, 25, 50, 100 (соответственно кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*;
б — $\alpha = 1{,}0$, $n = 1{,}0$, 1,5, 3, 5, 10, 25, 50 (соответственно кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*)

среды (параметр $n = n_2/n_1$). Вид графика коэффициента отражения с возрастанием угла падения заметно усложняется по сравнению со случаем S-поляризованной волны. Отметим, что только для прозрачной второй среды коэффициент отражения P-поляризованной волны обращается в нуль в единственной точке интервала изменения угла падения. Существование и положение минимума кривой $\rho_{\parallel} = \rho_{\parallel}(\vartheta)$ существенным образом зависит от конкретной комбинации безразмерных физических параметров задачи.

Поверхностная плотность сторонних электрических зарядов. Проверим оставшиеся условия сопряжения электромагнитного поля на границе раздела двух материальных сред. В силу второго из условий (43) нормальные компоненты векторов напряженности магнитного поля для всех рассматриваемых волн обращаются в нуль в соответствующих полупространствах. Условие (15) непрерывности нормальных составляющих векторов магнитной индукции на границе раздела двух однородных изотропных линейных сред в рассматриваемом случае является тривиальным. Условие (17) скачка нормальных составляющих вектора $\vec{D}$ на границе раздела двух материальных сред и условие (18) — уравнение баланса стороннего электрического заряда на поверхности раздела — для монохроматического приближения и в отсутствие поверхностных токов проводимости приводят к одному и тому же выражению для поверхностной плотности стороннего электрического заряда:

$$\sigma = -\frac{2iH}{\omega}\frac{\alpha q_x q_z \varepsilon_2}{q_z\varepsilon_2 + q_{2z}\varepsilon_1 + i(\alpha q_z \varepsilon_2 + p_{2z}\varepsilon_1)}. \qquad (53)$$

При выводе зависимости (53) использованы материальные уравнения среды и геометрические законы сопряжения. Модуль поверхностной плотности стороннего электрического заряда определяется зависимостью

$$|\sigma| = \frac{2H}{\omega} \frac{\alpha q_x q_z \varepsilon_2}{\sqrt{(q_z\varepsilon_2 + q_{2z}\varepsilon_1)^2 + (\alpha q_z \varepsilon_2 + p_{2z}\varepsilon_1)^2}}. \tag{54}$$

Из полученных соотношений следует, что поверхностная плотность стороннего электрического заряда обращается в нуль в трех случаях. Первый случай — вторая среда является прозрачной ($\alpha = 0$), при этом очевидно, что во второй среде вообще отсутствуют токи проводимости, в том числе и нормальная к границе раздела компонента объемной плотности тока проводимости. Второй случай — нормальное падение электромагнитной волны на границу раздела сред диэлектрик–проводник ($q_x = 0$). В этом случае объемная плотность токов проводимости во второй среде параллельна границе раздела (нормальная компонента объемной плотности тока проводимости равна нулю). Третий случай — "скользящее падение" электромагнитной волны на границу раздела ($q_z = 0$). При физической интерпретации этого результата следует проявлять осторожность, понимая, что этот случай — предельный ($\vartheta \to \pi/2$), в то время как точное значение $\vartheta = \pi/2$ требует отдельного изучения (теряет смысл понятие "отраженная волна").

Графическая иллюстрация изменения модуля поверхностной плотности стороннего электрического заряда при падении P-поляризованной электромагнитной волны на границу раздела диэлектрик–проводник как функции угла падения представлена на рис. 5 для разных значений относительных физических параметров второй среды ($n = n_2/n_1$, результаты приведены для единичных значений относительных магнитных проницаемостей обеих сред, модуль σ разделен на модуль величины H и умножен на круговую частоту волны ω).

Из рис. 5 следует, что при неизменном значении безразмерного параметра проводимости ($\alpha = 1$) второй среды поверхностная плотность стороннего электрического заряда монотонно увеличивается с возрастанием n, а при заданном значении относительного коэффициента преломления ($n = 1{,}5$) поверхностная плотность стороннего электрического заряда сначала возрастает с увеличением α, а затем начинает убывать.

Выводы. 1. При падении P-поляризованной плоской гармонической электромагнитной волны на границу раздела диэлектрик–проводник на поверхности раздела сред имеет место поверхностная плотность стороннего электрического заряда, которая изменяется по гармоническому закону.

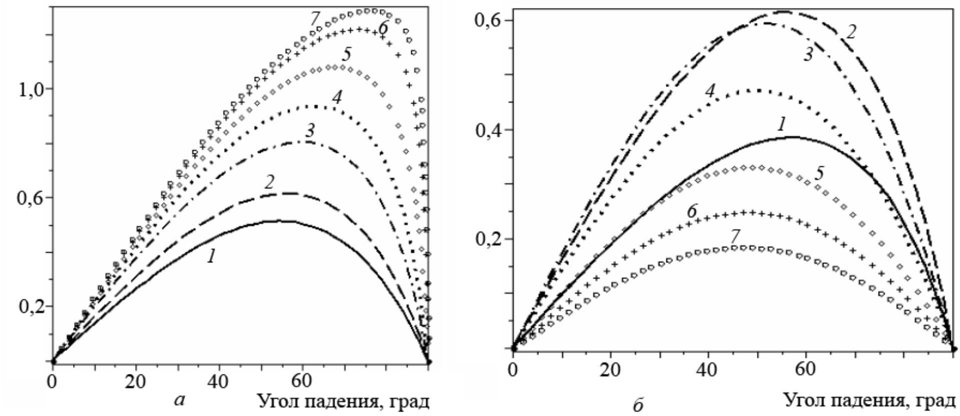

Рис. 5. Графики изменения поверхностной плотности стороннего электрического заряда при падении P-поляризованной волны на границу раздела диэлектрик–проводник в функции угла падения:
$a - \alpha = 1,0$, $n = 1$, 1,5, 3, 5, 10, 25, 50,0 (кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*); $б - n = 1,5$, $\alpha = 0,5$, 1, 5, 10, 25, 50, 100 (кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*)

2. Изменение во времени поверхностной плотности стороннего электрического заряда определяется одновременно величиной скачка нормальных компонент вектора $\vec{D}$ и законом сохранения электрического заряда.

3. Особенностью динамики изменения поверхностной плотности стороннего электрического заряда является отсутствие поверхностного растекания, т.е. отсутствие поверхностных токов проводимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б о р н М., В о л ь ф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1970. – 856 с.
2. С и в у х и н Д. В. Оптика: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., испр. – М.: Наука. – 1985. – 752 с.
3. А х м а н о в С. А., Н и к и т и н С. Ю. Физическая оптика: Учебник. – М.: Изд-во Моск. ун-та. – 1998. – 656 с.
4. К у г у ш е в А. М., Г о л у б е в а Н. С., М и т р о х и н В. Н. Основы радиоэлектроники. Электродинамика и распространение радиоволн: Учеб. пособие для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2001. – 368 с.
5. М а к а р о в А. М., Л у н ё в а Л. А., М а к а р о в К. А. О сопряжении плоских гармонических волн на поверхности раздела в классической электродинамике // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2008. – № 3. – С. 29–36.

Статья поступила в редакцию 17.06.2008

Анатолий Макарович Макаров — д-р техн. наук, профессор кафедры физики МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат государственной премии СССР в области науки и техники.

A.M. Makarov — D. Sc. (Eng.), professor of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Winner of the USSR State Prize in the field of science and technology.