УДК 519.2

П. А. Лёвин, И. В. Павлов

ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ В ПЕРЕМЕННОМ РЕЖИМЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Рассмотрена задача доверительного оценивания и прогноза надежности технической системы в переменном режиме функционирования по результатам ее испытаний в отдельных статических режимах. При этом предполагается, что имеется один определяющий внешний переменный фактор, например, действующая на систему внешняя нагрузка и т.п. Предложено два новых метода доверительного оценивания надежности системы, дающих значительный выигрыш по сравнению с ранее применявшимися.

Рассматривается техническая система (далее ТС), которая может работать в нескольких режимах функционирования, при этом различные режимы определяются теми или иными значениями действующей на систему нагрузки U. Режим назовем статическим, если действующая на систему в этом режиме нагрузка постоянна во времени. Предполагается, что интенсивность λ отказов системы в том или ином режиме является некоторой функцией нагрузки $\lambda = \lambda(U)$. Если нагрузка U на систему постоянна, то интенсивность отказов системы в этом режиме также предполагается постоянной. Тем самым, время безотказной работы системы в каждом статическом режиме имеет экспоненциальное распределение с функцией надежности $P(t) = e^{-\lambda(U)t}$. Относительно функции $\lambda(U)$ предполагается только то, что она монотонно возрастающая; это соответствует естественному физическому допущению о возрастании интенсивности отказов системы при возрастании действующей на нее нагрузки. Точный вид функции $\lambda(U)$ в большинстве случаев неизвестен. В реальных эксплуатационных условиях ТС чаще всего функционирует в переменном режиме, когда действующая на систему нагрузка меняется во времени. Предполагается, что система может работать в одном из m возможных режимов. В момент τ_j происходит переключение с j-го на $(j+1)$-й режим. На интервале времени (τ_{j-1}, τ_j) система работает в j-м режиме с постоянной нагрузкой U_j и интенсивностью отказов $\lambda_j = \lambda(U_j)$, $j = 1, \ldots, m$. При этом все моменты переключения режимов τ_j известны. Но поскольку зависимость интенсивности отказов системы от действующей внешней нагрузки $\lambda = \lambda(U)$ не известна, то значения параметров интенсивности отказов в различных режимах λ_j также не известны.

Заметим, что испытания системы непосредственно в прогнозируемом переменном режиме на момент прогноза (например, на этапе проектирования) чаще всего затруднительны или вообще невозможны, а возможны лишь стендовые испытания системы в отдельных статистических режимах. Кроме того, если испытания системы в переменном режиме и возможны, то лишь, в лучшем случае, для одного или нескольких фиксированных переменных режимов, в то время как желательно уметь строить прогноз надежности для любого переменного режима с произвольными моментами переключения τ_j.

Требуется построить нижнюю доверительную границу для функции надежности системы $P_c(t)$ в том или ином переменном режиме функционирования с заданными моментами переключения режимов τ_j по результатам ее испытаний в отдельных статических режимах, что далее позволяет находить гарантированный (с заданным коэффициентом доверия γ) прогноз для вероятности безотказной работы системы в переменном режиме к тому или иному моменту времени t, а также для таких основных показателей надежности, как средний ресурс и гамма-процентный ресурс системы в переменном режиме.

Функция надежности системы в переменном режиме при заданных моментах переключения режимов τ_j имеет вид $P_c(t) = \exp[-f(\lambda, t)]$ где $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m)$ — вектор неизвестных параметров интенсивности отказов в различных режимах; $f(\lambda, t) = \sum\limits_{j=1}^{k-1} (\tau_j - \tau_{j-1})\lambda_j + (t - \tau_{k-1})\lambda_k$ — функция “ресурса”, где $k = k(t)$ — индекс режима, на который попадает данный момент времени t, или, другими словами, индекс, для которого момент t удовлетворяет неравенству $\tau_k \leqslant t < \tau_{k+1}$ [3, 4].

Предполагается, что испытания системы в различных режимах проводились [1] по планам типа $[N_j B T_j]$, т.е. на испытания в j-м режиме было поставлено N_j образцов данной системы, испытания проводились с восстановлением отказавших образцов в течение времени T_j, в результате чего наблюдалось d_j отказов ($j = 1, \ldots, m$). Исходя из вектора результатов испытаний системы $d = (d_1, d_2, \ldots, d_m)$ требуется построить нижнюю γ-доверительную границу для функции надежности системы в переменном режиме $P_c(t)$. Данная задача сводится к построению верхней γ-доверительной границы для указанной выше функции $f(\lambda, t)$ вектора неизвестных параметров λ.

Метод доверительных множеств. Для решения задачи далее используется подход, основанный на общем методе доверительных множеств, в соответствии с которым искомая доверительная граница определяется как

$$\overline{f} = \max_{\lambda \in H(d)} f(\lambda, t), \tag{1}$$

где максимум берется по всем значениям вектора параметров λ принадлежащим γ-доверительному множеству $H(d)$ в пространстве параметров λ [1, 2]. Наиболее простым вариантом данного подхода является метод, основанный непосредственно на частных доверительных границах для параметра надежности отдельных режимов λ_j. В этом случае множество $H(d)$ задается неравенствами $0 \leqslant \lambda_j \leqslant \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0)$ $(j = 1, ..., m)$, где $\overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0)$ — стандартная верхняя доверительная граница с коэффициентом доверия γ_0, вычисленная по результатам испытаний d_j в j-м режиме. При этом результирующий коэффициент доверия для $\overline{f}$ определяется как $\gamma = \gamma_0^m$. Доверительная граница $\overline{f}$ для показателя надежности системы вычисляется при этом путем простой подстановки частных доверительных границ для отдельных параметров λ_j в функцию $f(\lambda, t)$. В задаче оценки надежности для случая переменного режима данный подход ("метод прямоугольника" или сокращенно МП) использовался ранее в работах [3], [4] и др. Аналогичный подход использовался также в ряде работ, связанных с оценкой надежности сложных систем по результатам испытаний их отдельных компонентов: [1], [2], [7–16] и др. Недостатком этого метода является снижение эффективности при увеличении размерности задачи (количества различных режимов) m.

Отметим, что в рассматриваемой здесь постановке данный метод может быть значительно улучшен за счет указанной выше дополнительной априорной информации о монотонном возрастании интенсивности отказов системы $\lambda(U)$ при возрастании внешней нагрузки. Исходя из этого, значения параметров интенсивности отказов в различных режимах λ_j можно считать упорядоченными. Для определенности рассматривается случай, когда это упорядочение имеет вид $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_m$. С учетом указанных неравенств искомая доверительная граница далее вычисляется в соответствии с (1), где максимум берется при ограничениях

$$0 \leqslant \lambda_j \leqslant \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0), \quad j = 1, \ldots, m; \tag{2}$$

$$\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_m. \tag{3}$$

Нетрудно видеть, что получаемая таким образом верхняя доверительная граница $\overline{f}$ будет заведомо лучше (меньше) по сравнению с указанным выше обычным МП. Данный подход назовем "модифицированным методом прямоугольника" (ММП). В отличие от обычного МП, для которого $\overline{f}$ легко находится аналитически, для ММП эта величина в общем случае не вычисляется аналитически, но может быть достаточно просто найдена с помощью численного алгоритма на основе следующей далее теоремы 1. Пусть $\lambda' = (\lambda'_1, \lambda'_2, \ldots, \lambda'_m)$ — точка, в которой достигается максимум (1) для исходной задачи МП.

Нетрудно видеть, что $\lambda'_j = \overline{\lambda}_j(d_j, t)$, $j = 1, \ldots, m$. Обозначим через $\lambda^* = (\lambda^*_1, \lambda^*_2, \ldots, \lambda^*_m)$ точку, в которой достигается максимум (1) для ММП.

Теорема 1. *Если в решении λ' задачи для МП при некотором индексе $l \in (1, 2, \ldots, m)$ выполняется неравенство $\lambda'_l \geqslant \lambda'_{l+1}$, то в решении λ^* задачи для ММП выполняется равенство $\lambda^*_l = \lambda^*_{l+1}$.*

Доказательство. Предположим противное:

$$\lambda^*_l < \lambda^*_{l+1} \tag{4}$$

(в силу ограничений задачи не может быть $\lambda^*_l > \lambda^*_{l+1}$). Отметим, что неравенство $\lambda'_l > \lambda'_{l+1}$ эквивалентно неравенству

$$\overline{\lambda}_l(d_l, \gamma_0) > \overline{\lambda}_{l+1}(d_{l+1}, \gamma_0). \tag{5}$$

Далее, в силу ограничений задачи должны выполняться неравенства

$$\lambda^*_l \leqslant \overline{\lambda}_l(d_l, \gamma_0), \quad \lambda^*_{l+1} \leqslant \overline{\lambda}_{l+1}(d_{l+1}, \gamma_0). \tag{6}$$

Из (4)–(6), в свою очередь, следуют неравенства $\lambda^*_l < \lambda^*_{l+1} \leqslant \leqslant \overline{\lambda}_{l+1}(d_{l+1}, \gamma_0) < \overline{\lambda}_l(d_l, \gamma_0)$. Тем самым, величина λ^*_l одновременно удовлетворяет двум неравенствам $\lambda^*_l < \lambda^*_{l+1}$ и $\lambda^*_l < \overline{\lambda}_l(d_l, \gamma_0)$. Это означает, что из точки $\overline{\lambda}^*$ можно сдвинуться в пространстве параметров, не нарушая ограничений задачи для ММП, так, что значение целевой функции увеличится. Зафиксируем все координаты точки λ^* с индексами $j \neq l$, а l-й координате λ^*_l дадим приращение $\varepsilon > 0$, где $\varepsilon < \min[\lambda^*_{l+1} - \lambda^*_l, \overline{\lambda}_l(d_l, \gamma_0) - \lambda^*_l]$. Новая точка $\overline{\lambda}^{**}$ с координатами $\lambda^{**}_j = \lambda^*_j$, $j \neq l$, и $\lambda^{**}_l = \lambda^*_l + \varepsilon$ по-прежнему удовлетворяет всем ограничениям задачи для ММП, но значение целевой функции в этой точке строго больше, чем в исходной точке λ^*. Тем самым предположение (4) приводит к тому, что λ^* не может быть точкой, в которой достигается максимум в задаче для ММП, что противоречит условию теоремы. Таким образом, должно выполняться равенство $\lambda^*_l = \lambda^*_{l+1}$. Теорема доказана.

В соответствии с теоремой 1 численное нахождение доверительной границы для ММП сводится к не более чем m-кратному решению значительно более простой задачи для обычного МП, (каждый раз размерности, меньшей на единицу). Соответствующий численный алгоритм строится следующим образом. На первом шаге решается задача для обычного МП. Если полученное решение λ' удовлетворяет ограничениям (3), то оно одновременно дает решение и для ММП. Если это не так, то находим первый индекс l, для которого $\lambda^*_l > \lambda^*_{l+1}$. Далее при решении задачи полагаем $\lambda_l = \lambda_{l+1}$ и возвращаемся к началу алгоритма; снова решаем аналогичную задачу (меньшей размерности) сначала для обычного МП и так далее до тех пор, пока на некотором шаге не будут выполнены все дополнительные ограничения вида (3). В результате решение задачи будет получено не более чем за m шагов. Таким образом, с ростом размерности задачи (числа различных режимов) m вычислительная трудоемкость ММП возрастает не быстрее, чем линейно.

Модифицированный метод плоскости. Еще один, рассматриваемый далее подход основан на том, что статистика $D = d_1 + d_2 + \ldots + d_m$ имеет пуассоновское распределение с параметром $\sum\limits_{i=1}^{m} \Lambda_i = \sum\limits_{i=1}^{m} N_i T_i \lambda_i$. Исходя из этого максимум в (1) берется по доверительному множеству $H(d)$, заданному неравенствами

$$\sum_{j=1}^{m} N_j T_j \lambda_j \leqslant A; \quad \lambda_j \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m,$$

где $A = \chi^2_\gamma(2\sum\limits_{j=1}^{m} d_j + 2)\Big/2$; $\chi^2_\gamma(n)$ — квантиль уровня γ стандартного χ^2-распределения с n степенями свободы. Данный подход (“метод плоскости” или сокращенно МПЛ) использовался ранее в [1–4], [9–11], [15–16] и др. В рассматриваемой здесь постановке для задачи оценки надежности в переменном режиме данный метод также может быть значительно улучшен за счет использования дополнительной априорной информации вида (3). При этом искомая доверительная граница находится в соответствии с (1) , где максимум берется при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{m} N_j T_j \lambda_j \leqslant A; \quad \lambda_j \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, m; \tag{7}$$

$$\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_m. \tag{8}$$

Поскольку исходное доверительное множество $H(d)$ при этом сужается, то получаемая при этом верхняя граница $\overline{f}$ соответственно будет лучше по сравнению с исходным МПЛ. Данный подход назовем “модифицированным методом плоскости” (ММПЛ).

Пусть λ' — точка, в которой достигается максимум (1) для МПЛ. Этот максимум достигается в одной из крайних точек области (4) вида $\lambda' = (0, \ldots, 0, \widehat{\lambda}_j, 0, \ldots, 0)$ где $\widehat{\lambda}_j = A/N_j T_j$. Обозначим также через $\lambda^* = (\lambda^*_1, \lambda^*_2, \ldots, \lambda^*_m)$ точку, в которой достигается максимум (1) для ММПЛ.

Теорема 2. *Если в решении λ' задачи для исходного МПЛ при некотором индексе l выполняется неравенство $\lambda'_l > \lambda'_{l+1}$ (другими словами, $l < m$), то в решении λ^* задачи для ММПЛ выполняется равенство $\lambda^*_l = \lambda^*_{l+1}$.*

Доказательство. Предположим противное: $\lambda_l^* < \lambda_{l+1}^*$ (в силу ограничений задачи не может быть $\lambda_l^* > \lambda_{l+1}^*$). Покажем, что тогда из точки λ^* можно сдвинуться в пространстве параметров (не нарушая ограничений задачи) так, что значение целевой функции $f(\lambda, t)$ увеличится. Далее будем использовать сокращенное обозначение: $V_j = N_j T_j$ — объем испытаний в j-м режиме. Заметим, что в силу монотонности функции $f(\lambda, t)$ максимум (1) заведомо достигается среди точек, лежащих на "плоскости" (в m-мерном пространстве) вида $\sum\limits_{j=1}^{m} V_j \lambda_j = A$. Таким образом, точка λ^* принадлежит указанной "плоскости". Введем точку $\lambda'' = (\lambda_1'', \lambda_2'', \ldots, \lambda_m'')$, также лежащую на этой "плоскости" такую, что $\lambda_j'' = \lambda_j^*$ при всех $j \neq l, l+1$ и $\lambda_l'' = \lambda_{l+1}'' = \Big(A - \sum\limits_{j=1}^{l-1} V_j \lambda_j^* - \sum\limits_{j=l+2}^{m} V_j \lambda_j^*\Big)(V_l + V_{l+1})^{-1}$. Отметим, что точка $\bar{\lambda}''$ по-прежнему удовлетворяет всем ограничениям (7)–(8). Введем направляющий вектор $n = (n_1, n_2, \ldots, n_m)$ единичной длины $\|n\| = 1$ с координатами $n_j = 0$ при $j \neq l, l+1$ и $n_l = V_{l+1}/\sqrt{V_l^2 + V_{l+1}^2}$, $n_{l+1} = -V_l/\sqrt{V_l^2 + V_{l+1}^2}$. Введем коэффициенты $c_j = \tau_j - \tau_{j-1}$ при $j = 1, \ldots, k-1$, $c_k = t - \tau_{k-1}$, $c_j = 0$ при $j = k+1, \ldots, m$. Отметим, что решение задачи для обычного метода МПЛ (т.е. нахождение максимума в (1), (4)) может быть записано через указанные коэффициенты в виде

$$\overline{f} = \max_{j=1,\ldots,m} \frac{c_j}{V_j} = \frac{c_l}{V_l}. \tag{9}$$

Формулу (9) можно интерпретировать так. Для МПЛ нижняя доверительная граница надежности системы в переменном режиме к моменту времени t вычисляется как для одного l-го режима (при этом считаем, что для него на испытаниях наблюдалось число отказов, равное сумме отказов во всех режимах $\sum\limits_{j=1}^{m} d_j$). Индекс указанного режима l определяется из условия $\min\limits_{j=1,\ldots,m} V_j' = V_l'$, где $V_j' = \dfrac{V_j}{c_j}$ — приведенный объем испытаний в j-м режиме или, другими словами, объем испытаний $V_j = N_j T_j$, отнесенный к длительности этого режима (до момента времени t).

Далее из точки λ^* сдвинемся по направляющему вектору n, т.е. рассмотрим точку $\lambda_\alpha = \lambda^* + \alpha n$, где $\alpha > 0$ — параметр. Эта точка удовлетворяет всем ограничениям (5), (6) при любом $0 < \alpha < \|\lambda'' - \lambda^*\|$, а значение целевой функции в ней равно

$$f(\lambda_\alpha, t) = f(\lambda^*, t) + \alpha \sum_{j=1}^{m} n_j c_j = f(\lambda^*, t) + \alpha(n_l c_l + n_{l+1} c_{l+1}) =$$

$$= f(\lambda^*, t) + \frac{\alpha}{\sqrt{V_l^{-2} + V_{l+1}^{-2}}} \left(\frac{c_l}{V_l} + \frac{c_{l+1}}{V_{l+1}} \right),$$

откуда с учетом (9) следует, что

$$f(\lambda_\alpha, t) \geqslant f(\lambda^*, t) \tag{10}$$

при любом $\alpha > 0$. В частности, полагая $\alpha = \|\lambda'' - \lambda^*\|$, получаем из (9), (10) $\lambda_\alpha = \lambda''$ и $f(\lambda'', t) \geqslant f(\lambda^*, t)$, что доказывает теорему.

Как видно из доказательства теоремы 1, если максимум в (9) строгий, то в условиях теоремы равенство $\lambda_l^* = \lambda_{l+1}^*$ есть необходимое условие максимума в задаче для ММПЛ. Если максимум в (9) нестрогий, то максимум в задаче для ММПЛ также может быть нестрогим, но при этом равенство $\lambda_l^* = \lambda_{l+1}^*$ обязательно выполняется по крайней мере в одной из точек указанного максимума.

Отметим, что если обычный МПЛ допускает простое аналитическое решение, то более точный ММПЛ требует численного решения. На основе теоремы 2 далее легко может быть построен простой численный алгоритм для ММПЛ, который сводится к не более чем m-кратному решению задачи для обычного МПЛ. На первом шаге решаем задачу для обычного МПЛ (т.е. без дополнительных ограничений (6)). Если соответствующее решение λ' удовлетворяет всем ограничениям (5), (6), то λ' одновременно является решением и для ММПЛ, Если это не так, то находим индекс l, для которого $\lambda'_l > \lambda'_{l+1}$, после чего при решении задачи полагаем $\lambda_l = \lambda_{l+1}$ и возвращаемся к началу алгоритма, решая соответствующую задачу размерности, меньшей на единицу, и т.д. При этом решение задачи, очевидно, будет получено не более чем за m шагов. Соответственно вычислительная трудоемкость приведенного численного алгоритма возрастает не более чем линейно при увеличении размерности задачи (числа различных режимов) m. Как показывают приводимые далее примеры, полученные выше методы позволяют получить значительный выигрыш при доверительном оценивании функции надежности системы $P_c(t)$ в переменном режиме.

Пример 1. Число различных режимов равно $m = 10$. Моменты переключения режимов τ_j, число поставленных на испытание элементов N_j, время испытания T_j, наблюдаемое число отказов d_j и результаты испытаний даны в табл. 1. Графики соответствующих нижних доверительных границ $\underline{P}_c(t)$ для функции надежности в переменном режиме (с коэффициентом доверия $\gamma = 0{,}9$), рассчитанные с помощью указанных выше методов, приведены на рис. 1.

Таблица 1

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ_j	10	20	30	40	50	60	70	80	90	∞
N_j	100	100	100	100	100	100	100	100	200	100
T_j	100	100	100	100	100	100	100	100	200	100
d_j	1	0	1	0	0	2	1	0	3	0

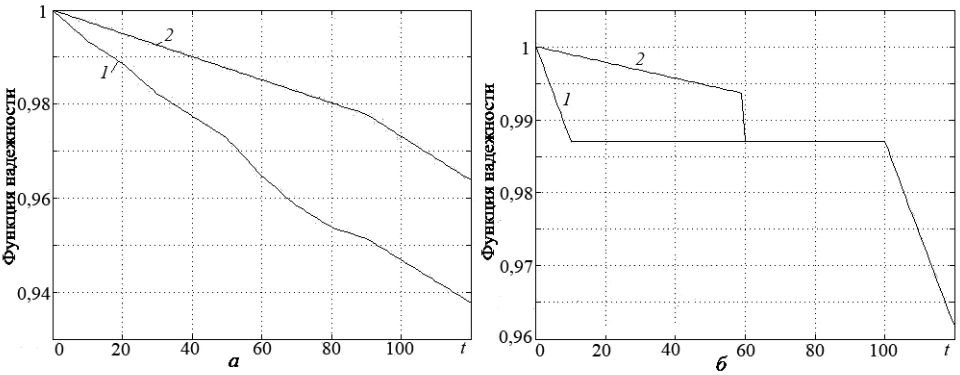

Рис. 1. Графики нижних доверительных границ функции надежности:
а — МП (*1*) и ММП (*2*); *б* — МПЛ (*1*) и ММПЛ (*2*)

Пример 2. Число различных режимов равно $m = 20$. Числа τ_j, N_j, T_j и результаты испытаний d_j приведены в табл. 2. Графики соответствующих нижних доверительных границ $\underline{P}_c(t)$ для функции надежности в переменном режиме (с коэффициентом доверия $\gamma = 0{,}9$) представлены на рис. 2.

Таблица 2

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
τ_j	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	12	130	140	150	160	170	180	190	∞
N_j	100	100	100	100	100	100	100	100	200	100	100	150	100	100	100	100	100	100	100	200
T_j	100	100	100	100	100	100	100	100	150	100	100	200	100	100	100	100	200	300	100	100
d_j	1	0	1	0	0	2	1	0	0	0	1	0	0	2	0	1	0	0	2	0

Как видно из приведенных примеров, предложенные выше модифицированные методы дают существенный выигрыш по сравнению с их предыдущими аналогами. В случае безотказных испытаний во всех режимах и в области малых чисел отказов чаще всего наиболее предпочтительным является ММПЛ.

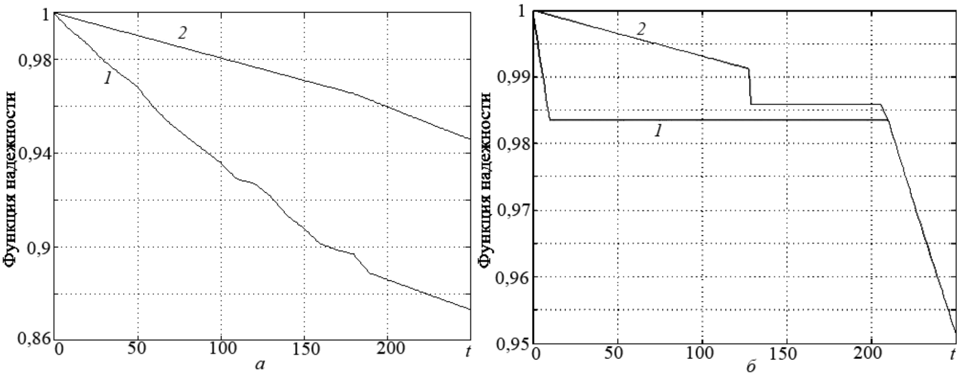

Рис. 2. Графики нижних доверительных границ функции надежности:
а — МП (*1*) и ММП (*2*); *б* — МПЛ (*1*) и ММПЛ (*2*)

Отметим, что наиболее важным с прикладной точки зрения направлением дальнейших исследований в рамках данной проблематики является случай нескольких одновременно действующих на систему переменных факторов (несколько различных видов нагрузки и т.п.), а также разработка соответствующих методов оценки основных показателей ресурса (в том числе остаточного) системы в переменном режиме функционирования по результатам испытаний системы (или ее отдельных компонентов) в различных режимах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-08-50133а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
2. Павлов И. В. Статистические методы оценки надежности сложных систем. – М.: Радио и связь, 1982. – 168 с.
3. Павлов И. В., Левин П. А. Доверительное оценивание надежности системы в переменном режиме работы по результатам ее испытаний в отдельных режимах // Сб. тр. междунар. симпозиума “Надежность и качество” (Пенза, май 2006 г.). – Пенза: изд-во ПГУ. – 2006. – С. 26–28.
4. Павлов И. В., Левин П. А. Оценка надежности технической системы в переменном режиме функционирования // Сб. науч. тр. IV Всерос. конф. “Необратимые процессы в природе и технике” (Москва, январь 2007 г.), ФИАН. – 2007. – С. 406–409.
5. Карташов Г. Д. Предварительные исследования в теории форсированных испытаний. – М.: Знание, 1980. – 51 с.
6. Белов В. Н. Стохастические модели временных процессов. – Т. 2. – Волгоград: Политехник, 2002. – 215 с.
7. Ллойд Д. К., Липов М. Надежность. – М.: Сов. радио, 1964.
8. Беляев Ю. К. Доверительные интервалы для функций от многих неизвестных параметров // ДАН СССР. – 1967. – Т. 196, № 4. – С. 755–758.
9. Беляев Ю. К., Дугина Т. М., Чепурин Е. В. Вычисление нижней доверительной оценки для вероятности безотказной работы сложных систем. Ч. I // Изв. АН СССР. Сер. “Техн. кибернетика”. – 1967. – № 2. – С. 52–59.

10. Б е л я е в Ю. К., Д у г и н а Т. М., Ч е п у р и н Е. В. Вычисление нижней доверительной оценки для вероятности безотказной работы сложных систем. Ч. II // Изв. АН СССР. Сер. “Техн. кибернетика”. – 1967. – № 3. – С. 67–78.
11. П а в л о в И. В. Доверительная оценка показателей надежности и эффективности сложных систем по результатам испытаний на надежность. В кн.: Вопросы экспериментальной оценки показателей надежности. – М.: Знание, 1979. – С. 3–55.
12. П а в л о в И. В. Интервальное оценивание квазивыпуклых функций в задачах надежности // Изв. АН СССР. Сер. “Техн. кибернетика”. – 1979. – № 3. – С. 69–79
13. П а в л о в И. В. Доверительные границы для выпуклых функций многих неизвестных параметров // Теория вероятностей и ее применение. – 1980. – Т. 25, вып. 2. – С. 394–398.
14. Д з и р к а л Э. В. Задание и проверка требований к надежности сложных изделий. – М.: Радио и связь, 1981. – 175 с.
15. P a v l o v I. V., T e s k i n O. I., U k o l o v S. N. A comparison of some exact and approximate methods for calculating confidence bounds for system reliability based on component test data // Proceeding of the first international conference, MMR’97, Bucharest, Romania – Sept., 1997. – P. 231–236.
16. P a v l o v I. V., T e s k i n O. I., G o r y a i n o v V. B., U k o l o v S. N. Confidence bounds for system reliability based on binomial components test data // Proceeding of the second international conference, MMR’2000, Bordeaux, France. – Jul., 2000. – P. 852–855.

Статья поступила в редакцию 26.09.2007

Игорь Валерианович Павлов родился в 1945 г., окончил в 1968 г. Московский физико-технический институт. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры “Высшая математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 70 научных работ в области теории вероятностей, математической статистики и теории надежности.

I.V. Pavlov (b. 1945) graduated the Moscow Physical and Technical Institute in 1968, D. Sc. (Phys.-Math.), professor of “Higher Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of about 70 publications in the field of probability theory, mathematical statistics and reliability theory.

Петр Александрович Лёвин, родился в 1982 г., окончил в 2006 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Высшая математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области теории вероятностей, математической статистики и теории надежности.

P.A. Levin (b. 1982) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2006. Post-graduate of “Higher Mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of probability theory, mathematical statistics and reliability theory.