Александр Петрович Соколов родился в 1983 г., окончил в 2005 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Вычислительная математика и математическая физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор ряда научных работ в области вычислительной математики и автоматизации проектирования.

A.P. Sokolov (b. 1983) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2005. Post-graduate of “Computational Mathematics and Mathematical Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of a number of publications in the field of computational mathematics and design automation.

УДК 621.396

А. А. Грешилов, П. А. Плохута

МНОГОСИГНАЛЬНАЯ ПЕЛЕНГАЦИЯ НА ОДНОЙ ЧАСТОТЕ КАК ЗАДАЧА РАЗЛОЖЕНИЯ СИГНАЛА НА СУММУ ЭКСПОНЕНТ

Рассматривается некорректная задача многосигнальной пеленгации источников радиоизлучения, работающих на одной частоте, посредством антенных систем, состоящих из слабонаправленных элементов (вибраторов). Предложен метод решения задачи пеленгации, основанный на алгоритме оценки показателей суммы экспоненциальных функций. Приведены алгоритмы получения точечных и интервальных оценок амплитуд и пеленгов сигналов.

Многосигнальная пеленгация источников радиоизлучения (ИРИ) имеет место в процессе мониторинга радиоэлектронной обстановки при многолучевом распространении радиоволн, воздействии преднамеренных и непреднамеренных помех, отражениях сигнала от различных объектов и слоев атмосферы [1–4].

Задача пеленгации ИРИ, работающих на одной частоте, состоит в определении амплитуд сигналов, азимутов (пеленгов) и углов места в выбранной системе координат радиотехническими методами, основываясь на учете амплитудно-фазовых соотношений между радиосигналами, зарегистрированными некоторой антенной системой (АС).

Повышение эффективности пеленгования требует разработки алгоритмов цифровой обработки сигналов, которые способствовали бы повышению разрешающей способности и точности радиопеленгации и обеспечивали бы надежную интервальную оценку параметров сигналов. Желательно, чтобы производительность алгоритма была достаточно высокой для получения результатов в реальном времени.

Задача радиопеленгации является некорректной. Понятие корректной постановки задач было введено Ж. Адамаром [5]. Задача определения решения x из пространства X по исходным данным y из пространства Y называется корректно поставленной на паре метрических пространств (X, Y), если удовлетворяются требования (условия) [5]:

1) для всякого элемента $y \in Y$ существует решение x из пространства X;

2) решение определяется однозначно;

3) задача устойчива на пространствах (X, Y).

Задачи, не удовлетворяющие перечисленным требованиям, называются некорректно поставленными [5]. Некорректность проявляется в том, что небольшим изменениям в исходных данных могут соответствовать бесконечно большие изменения в решении (оно может потерять физический смысл).

Большинство методов многосигнальной пеленгации на одной частоте, описанных в литературе, опираются на статистические методы проверки гипотез (критерий отношения правдоподобий [2, 3, 6, 7]), на метод максимума правдоподобия (в действительности применялся метод наименьших квадратов (МНК) [4]) и др. Однако задача пеленгации ИРИ как некорректная задача не может быть решена надежно ни статистическими методами, достоверность результата которых определяется точностью полученной оценки параметров сигналов, ни МНК в силу нелинейности и плохой обусловленности решаемой системы уравнений.

В настоящей статье рассматривается параметрический метод многосигнального пеленгования на одной частоте. Сигналы рассматриваются как детерминированные, подверженные аддитивной помехе, оценки параметров которых подлежат определению. В качестве антенной системы рассматриваются линейная и круговая АС [8], состоящая из нескольких слабонаправленных элементов (вибраторов).

В качестве фазового центра (точки, относительно которой происходит измерение фаз сигналов, приходящих на элементы АС) выбирается один из вибраторов.

Определяются параметры присутствующих в эфире ИРИ — амплитуды (мощности) излучаемых сигналов и азимуты (пеленги) ИРИ.

Поскольку на результаты измерений неизбежно накладывается помеха, а также имеют место ошибки измерений, обусловленные используемой аппаратурой, необходимо получить не только точечные оценки искомых параметров, но и их ковариационные матрицы или, по крайней мере, дисперсии.

Рассмотрим задачу пеленгации в следующей постановке. В эфире присутствует K ИРИ с пеленгами $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1\ \theta_2\ \ldots\ \theta_K]^{\mathrm{T}}$, углами места $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1\ \beta_2\ \ldots\ \beta_K]^{\mathrm{T}}$ и амплитудами излучаемых сигналов $\mathbf{u} = [u_1\ u_2\ \ldots\ u_K]^{\mathrm{T}}$; $\mathbf{y} = [y_1\ y_2\ \ldots\ y_M]^{\mathrm{T}}$ — вектор комплексных напряжений на выходах элементов АС, M — число элементов АС. Используемый вид модуляции (амплитудная, частотная, фазовая и др.) не имеет принципиального значения.

Пусть ИРИ излучают чисто гармонические (не модулированные) сигналы, имеющие постоянные амплитуды. В общем случае математическая модель задачи имеет следующий вид:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}, t)\mathbf{u} + \mathbf{n}(t) = \mathbf{y}(t), \quad t = \{t_1;\, t_2;\, \ldots;\, t_T\}, \tag{1}$$

где матрица $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}, t)$ формируется с учетом вида сигналов пеленгуемых ИРИ и пространственной конфигурации АС, $\mathbf{n}(t)$ — вектор аддитивной помехи с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей вида $\sigma^2\mathbf{I}$; $\mathbf{I}$ — единичная матрица; σ — среднее квадратическое отклонение (СКО). Система (1) — система нелинейных уравнений относительно неизвестных $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\beta}$ и $\mathbf{u}$.

Для линейной АС с фазовым центром, расположенным на вибраторе, элементы матрицы $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}, t)$ имеют вид

$$a_{mk}\left(\theta_k, \beta_k, t\right) =$$
$$= \exp\left\{j\left[2\pi f_0 t + \varphi_k + (m-1)\left(2\pi/\lambda\right) d\cos\theta_k\cos\beta_k\right]\right\},$$
$$m = 1,\, 2,\, \ldots,\, M; \quad k = 1,\, 2, \ldots,\, K;$$

для круговой АС

$$a_{mk}\left(\theta_k, \beta_k, t\right) =$$
$$= \exp\left\{j\left[2\pi f_0 t + \varphi_k + \left(2\pi R/\lambda\right)\cos\left(\theta_k - \gamma_m\right)\cos\beta_k\right]\right\},$$

где $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица; f_0 — частота сигналов, излучаемых пеленгуемыми ИРИ; φ_k — начальная фаза k-го сигнала; R — радиус окружности, вдоль которой расположены элементы АС; λ — длина волны сигналов ИРИ; d — расстояние между соседними элементами АС; γ_i, $i = 1,\, 2,\, \ldots,\, M$, — угол между линией отсчета пеленгов и линией, проведенной через центр окружности и i-й элемент АС (для круговой АС).

В задаче (1) требуется отыскать для каждого из одновременно поступивших на АС сигналов амплитуду u_k, пеленг θ_k и угол места β_k. Функционал для определения оценок перечисленных параметров имеет сложный вид и при неудачном выборе начального приближения алгоритм может привести к решению в локальном минимуме, т.е. полученные пеленги будут неверны.

Таким образом, основная трудность (кроме некорректности задачи), возникающая при решении задачи (1) классическими методами [8], заключается в нелинейной зависимости минимизируемого функционала от пеленгов ИРИ.

Чтобы преодолеть названные трудности, сведем задачу определения пеленгов к задаче разложения зарегистрированного сигнала на сумму экспонент, предложенной А.А. Грешиловым в работе [14], где получена оценка пеленгов посредством решения алгебраических уравнений (квадратных, кубических, четвертой степени и т.д.) с введением новых переменных ξ_i, $i = 1, 2, \ldots, K$, таких, что если шаг задания этих переменных будет равномерным, то задача сводится к решению полного алгебраического уравнения (линейная АС), если же шаг для ξ_i неравномерный, то — неполного алгебраического уравнения или уравнения с дробными показателями (нелинейная АС). Корни полученного алгебраического уравнения — значения ξ_i.

Будем искать решение на основе единственного синхронного измерения напряжения на выходах элементов АС в момент времени $t = 0$. Напряжение на выходе m-го элемента линейной АС

$$y_m(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{K} u_i \exp\left(j\,(2\pi/\lambda)\,d\,(m-1)\cos\theta_i\cos\beta_i\right), \qquad (2)$$

где u_i — амплитуда i-го сигнала на m-м вибраторе.

Обозначим $\xi_i = \exp\left(j\,(2\pi/\lambda)\,d\cos\theta_i\cos\beta_i\right)$, $i = 1, 2, \ldots, K$ и запишем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{K} u_i = y_1(u,\theta,\beta); \\ \sum\limits_{i=1}^{K} u_i\xi_i = y_2(u,\theta,\beta); \\ \sum\limits_{i=1}^{K} u_i\xi_i^2 = y_3(u,\theta,\beta); \\ \sum\limits_{i=1}^{K} u_i\xi_i^3 = y_4(u,\theta,\beta); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum\limits_{i=1}^{K} u_i\xi_i^{M-1} = y_M(u,\theta,\beta). \end{cases} \qquad (3)$$

Введем полином $P(\xi) = \prod\limits_{i=1}^{K}(\xi - \xi_i) = \xi^K + C_{K-1}\xi^{K-1} + \ldots + C_2\xi^2 + {}$ $+C_1\xi + C_0 = 0$. Для определения коэффициентов C_i, $i = 0, 1, \ldots, K-1$, построим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с K неизвестными и для ее решения применим метод сдвига [10]. Умножим первые $K+1$ уравнений системы (3) на $C_0, C_1, \ldots, C_{K-1}$ и 1 соответственно и, сложив их, получим

$$\sum_{i=0}^{K-1} C_i y_{i+1}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = -y_{K+1}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}). \qquad (4)$$

При следующем сдвиге умножим $K+1$ уравнений на $C_0, C_1, \ldots, C_{K-1}$ и 1 соответственно, начиная со 2-го уравнения. В результате получим

$$\sum_{i=0}^{K-1} C_i y_{i+2}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right) = -y_{K+2}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right). \tag{5}$$

Продолжая данный процесс, получаем СЛАУ относительно коэффициентов полинома C_0, C_1, C_2, $\ldots$, C_{K-1}:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{K-1} C_i y_{i+1}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right) = -y_{K+1}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right); \\ \sum\limits_{i=0}^{K-1} C_i y_{i+2}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right) = -y_{K+2}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right); \\ \sum\limits_{i=0}^{K-1} C_i y_{i+3}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right) = -y_{K+3}\left(u, \theta, \beta\right); \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum\limits_{i=0}^{K-1} C_i y_{i+M-K}\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right) = -y_M\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right). \end{cases} \tag{6}$$

Элементы матрицы левой части системы (6) получаются путем сдвига значений измеренных амплитуд (матрица Теплица). Такой вид матрицы системы позволяет быстро получить решение (для обращения матриц Теплица разработаны эффективные алгоритмы [11]). Напомним, что величины $y_i\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}\right)$, $i = 1, 2, \ldots, M$, известны (это результаты измерений выходов элементов АС).

В общем случае система (6) плохо обусловлена. Число обусловленности N зависит от разности значений ξ_i, $i = 1, 2, \ldots, K$, и интенсивности помехи. Эта система может быть переопределена, если зарегистрированы значения y_i, $i > M$, желательно до $i = kM$, $k = 2, 3, \ldots$ Для задачи пеленгации каждое уравнение системы (3) — это запись сигнала с одного вибратора. Увеличения числа уравнений в системе достигают путем учета значений комплексных амплитуд в различные моменты времени.

Определяя из системы (6) коэффициенты C_0, C_1, $\ldots$, C_{K-1}, получаем полином $P\left(\xi\right)$ в явном виде. Далее находим корни полинома ξ_i, $i = 1, 2, \ldots, K$, методом, описанным в работе [12].

Отметим, что элементы матрицы системы (6) получены в результате измерений и включают в себя погрешность (являются случайными величинами). Методы получения точечных оценок и ковариационной матрицы (дисперсии) решения СЛАУ, когда элементы матрицы системы являются случайными величинами, описаны в [9, 13, 14]. Точные формулы для вычисления ковариационной матрицы оценок решений достаточно громоздки, но можно получить и упрощенную формулу. Пусть СКО элементов матрицы системы (6) $\mathbf{A}_C$ равно σ_y. Воспользуемся свойствами оператора дисперсии для ее переноса из левой части

СЛАУ (6) в правую. Тогда формула для вычисления ковариационной матрицы решения с учетом погрешности элементов матрицы системы примет вид

$$\mathbf{D}_C = \left(\sigma_y^2 + \sigma_y^2 \sum_{i=0}^{K-1} C_i^2\right) \left(\mathbf{A}_C^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_C\right)^{-1} =$$

$$= \sigma_y^2 \left(1 + \|\mathbf{C}\|_2^2\right) \left(\mathbf{A}_C^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_C\right)^{-1}, \quad (7)$$

где σ_y^2 — СКО элементов вектора комплексной огибающей выходных сигналов элементов линейной АС; $\mathbf{A}_C = \begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_K \\ y_2 & \cdots & y_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{M-K} & \cdots & y_{M-1} \end{bmatrix}$ — матрица СЛАУ (6); $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_0 & \ldots & C_{K-1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$. Приведенный метод вычисления ковариационной матрицы оценок решения справедлив лишь в том случае, если решение СЛАУ (6) проводится МНК. Если же решать СЛАУ (6), например, одним из методов регуляризации, то ковариационную матрицу решения можно вычислить как матрицу, обратную матрице вторых производных функции правдоподобия [13], которая в данном случае строится для заданного регуляризирующего функционала.

Корни ξ_i полученного полинома можно записать как функции случайных величин C_i, $i = 0, 1, \ldots, K-1$, и вычислить дисперсии значений корней как функций случайных аргументов [13]. Зная ξ_i, найдем произведение $\cos\theta_i \cos\beta_i$, $i = 1, 2, \ldots, K$. Если $\beta_i = 0$, то значение θ_i можно вычислить по формуле

$$\theta_i = \arccos \frac{\ln \xi_i}{j\,(2\pi/\lambda)\,d}, \quad i = 1, 2, \ldots, K, \quad (8)$$

где $\ln \xi_i = \ln |\xi_i| + j \arg \xi_i$. Амплитуды для каждого сигнала находим из решения системы (3), подставив значения ξ_i. Относительно неизвестных амплитуд система (3) также является СЛАУ. Зная аналитические выражения для пеленгов и амплитуд, определяют их дисперсии.

Следует отметить важную особенность рассматриваемого метода решения задачи пеленгации ИРИ. Функция $\arccos z$ (формула (8)) единственному значению z ставит в соответствие два угла. Таким образом, необходимо либо явно задавать диапазон пеленгации (его ширина не должна превышать 180°), либо сформулировать какой-либо критерий выбора одного из двух получаемых пеленгов для каждого ИРИ, в частности в линейной АС использовать смещенный вибратор.

Исходя из формулы (8), можно утверждать, что $\theta_i = \theta_i\,(C_0, C_1, C_2)$, $i = 1, 2, 3$. Для нахождения дисперсии пеленгов θ_i воспользуемся следующей формулой [13]:

$$D_{\theta_i} = \sum_{j=0}^{2} \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial C_j} \right)^2 D_C^{j+1,j+1} + \sum_{k=0}^{2} \sum_{l=0}^{2} \frac{\partial \theta_i}{\partial C_k} \frac{\partial \theta_i}{\partial C_l} D_C^{k+1,l+1}, \quad i = 1,\, 2,\, 3, \tag{9}$$

где $D_C^{i,j}$ — элемент матрицы $\mathbf{D}_C$ с индексом (i, j).

Если решать систему (3) относительно амплитуд с помощью МНК, то ковариационную матрицу решения $\mathbf{D}_u$ можно найти по формуле, аналогичной (7)

$$\mathbf{D}_u = \left(\sigma_y^2 + \sigma_\xi^2 \left\|\mathbf{u}\right\|_2^2\right) \left(\mathbf{A}_\xi^{\mathrm{T}} \mathbf{A}_\xi\right)^{-1}, \tag{10}$$

где σ_ξ^2 — СКО элементов матрицы $\mathbf{A}_\xi$; $\mathbf{u} = \left[\begin{array}{ccc} u_1 & \ldots & u_K \end{array}\right]^{\mathrm{T}}$;

$\mathbf{A}_\xi = \left[\begin{array}{ccc} 1 & \ldots & 1 \\ \xi_1 & \ldots & \xi_K \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_1^{M-1} & \ldots & \xi_K^{M-1} \end{array}\right]$ — матрица СЛАУ (3).

Для модельных расчетов, на основе изложенного метода сформулирован критерий определения числа сигналов, принимаемых АС: *число сигналов, принимаемых АС, равно числу "больших" собственных чисел матрицы* $\mathbf{A}_C$. В идеальном случае (помеха отсутствует) число сигналов равно числу ненулевых собственных чисел. Под "большими" понимаются числа, превышающие некоторое заранее заданное на этапе настройки алгоритма значение, которое зависит от соотношения сигнал-шум.

Для пояснения изложенного алгоритма рассмотрим простой пример. Пусть имеет место пеленгация трех ИРИ. Решение будем осуществлять на основе единственного синхронного измерения выходов элементов АС в момент времени $t = 0$ при угле места $\beta = 0$

$$y_m\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}\right) = \sum_{i=1}^{3} u_i \exp\left(j \left(2\pi/\lambda\right) d \left(m-1\right) \cos\theta_i\right), \quad m = 1, 2, \ldots, M. \tag{11}$$

Обозначив $\xi_i = \exp\left(j\left(2\pi/\lambda\right) d \cos\theta_i\right)$, $i = 1,\, 2,\, 3$, запишем

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = y_1\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}\right); \\ u_1\xi_1 + u_2\xi_2 + u_3\xi_3 = y_2\left(u, \boldsymbol{\theta}\right) \\ u_1\xi_1^2 + u_2\xi_2^2 + u_3\xi_3^2 = y_3\left(u, \boldsymbol{\theta}\right); \\ u_1\xi_1^3 + u_2\xi_2^3 + u_3\xi_3^3 = y_4\left(u, \boldsymbol{\theta}\right); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ u_1\xi_1^{M-1} + u_2\xi_2^{M-1} + u_3\xi_3^{M-1} = y_M\left(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}\right). \end{cases} \tag{12}$$

Введем полином $\xi^3 + C_2\xi^2 + C_1\xi + C_0 = 0$. Умножим первые четыре уравнения системы (12) на C_0, C_1, C_2 и 1 соответственно. Сложив их, получим

$$C_0 y_1(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_1 y_2(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_2 y_3(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = -y_4(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}). \tag{13}$$

Далее умножим уравнения со второго по пятое на C_0, C_1, C_2 и 1 соответственно и сложим их:

$$C_0 y_2(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_1 y_3(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_2 y_4(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = -y_5(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}). \tag{14}$$

Продолжая данный процесс, получим СЛАУ относительно коэффициентов полинома C_0, C_1 и C_2

$$\begin{cases} C_0 y_1(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_1 y_2(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_2 y_3(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = -y_4(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}); \\ C_0 y_2(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_1 y_3(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_2 y_4(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = -y_5(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}); \\ C_0 y_3(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_1 y_4(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_2 y_5(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = -y_6(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}); \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_0 y_{M-3}(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_1 y_{M-2}(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) + C_2 y_{M-1}(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = -y_M(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}), \end{cases} \tag{15}$$

решив которую с пременением МНК, находим коэффициенты полинома C_0, C_1 и C_2. Далее определяем оценки ξ_i, $i = 1, 2, 3$, решая уравнения $\xi_i^3 + C_2\xi_i^2 + C_1\xi_i + C_0 = 0$, после чего вычисляем пеленги по формуле (8).

При найденных значениях ξ_i соответствующие амплитуды находим из системы (12), решив ее с помощью МНК.

Для случая пеленгации одного ИРИ метод максимально упрощается. Решение получим на основе единственного синхронного измерения выходов элементов АС в момент времени $t = 0$ и при угле места $\beta = 0$:

$$y_m(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = u\exp\left(j\,(2\pi/\lambda)\,d\,(m-1)\cos\theta\right), \quad m = 1, 2, \dots, M. \tag{16}$$

Обозначив $\xi = \exp\left(j\,(2\pi/\lambda)\,d\cos\theta\right)$, можно записать следующую систему уравнений

$$\begin{cases} u = y_1(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}); \\ u\xi = y_2(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}); \\ \dots\dots\dots\dots \\ u\xi^{M-1} = y_M(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}). \end{cases} \tag{17}$$

Введем полином $\xi + C_0 = 0$. Умножив первые два уравнения на C_0 и 1, сложим их и получим

$$C_0 y_1(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}) = -y_2(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta}), \tag{18}$$

откуда

$$C_0 = -\frac{y_2(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta})}{y_1(\mathbf{u},\boldsymbol{\theta})}. \tag{19}$$

Далее находим ξ и пеленг по формуле (8), а также амплитуду из любого уравнения системы (17).

В приведенном алгоритме полученные значения корней позволяют находить только произведение $\cos\theta_k \cos\beta_k$. Для раздельного определения пеленга θ_k и угла места β_k нужно знать значение произведения $\cos(\theta_k - \gamma_m)\cos\beta_k$, т.е. необходимо наличие хотя бы одного вибратора, смещенного относительно линии расположения остальных.

Пусть определено произведение $\cos\theta_k \cos\beta_k = z_k^1$ изложенным методом и в линейной АС имеется один вибратор, не расположенный на ее оси (смещен в сторону). Обозначим через γ угол между плоскостью линейной АС и плоскостью, проведенной через смещенный и базовый вибраторы линейной АС (фазовый центр). Очевидно, что все пеленги, определенные в системе координат, связанной со второй плоскостью, отличаются от исходных пеленгов на угол γ. К углам места это утверждение не относится, так как плоскости развернуты относительно друг друга лишь в азимутальном направлении. Произведение $\cos\tilde{\theta}_k \cos\beta_k = z_k^2$, где $\tilde{\theta}_k = \theta_k - \gamma$, определим по значению набега фазы на смещенном вибраторе. Таким образом, получим систему уравнений

$$\begin{cases} \cos\theta_k \cos\beta_k = z_k^1; \\ \cos(\theta_k - \gamma)\cos\beta_k = z_k^2, \end{cases} \qquad (20)$$

из которой находим

$$\theta_k = \operatorname{arctg} \frac{z_k^2 - z_k^1 \cos\gamma}{z_k^1 \sin\gamma}; \qquad (21)$$

$$\beta_k = \arccos \frac{z_k^1}{\cos\theta_k}. \qquad (22)$$

Для круговой АС формула (2) для i-го сигнала будет иметь вид $y_i = \xi_{i1}^{\cos\gamma_i} \xi_{i2}^{\sin\gamma_i}$; в ξ_{i1} входит $\cos\beta_i \cos\theta_i$, в ξ_{i2} — $\cos\beta_i \sin\theta_i$.

Пример 1. Рассмотрим пеленгацию двух ИРИ, работающих на частоте 20 МГц. Пеленги $\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} 30^\circ & 36^\circ \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$; углы места $\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 0^\circ & 0^\circ \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ и амплитуды $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 10 \text{ мВ} & 8 \text{ мВ} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$. Помеха имеет математическое ожидание, равное нулю, и СКО $\sigma = 0{,}1$ мВ. Пеленгацию проводят в диапазоне пеленгов $[0^\circ;\ 180^\circ]$ посредством линейной АС из 16 вибраторов, отстоящих друг от друга на расстояние, равное половине длины волны сигнала (7,5 м), на основе результатов измерений, полученных в момент времени $t = 0$.

Точечные оценки параметров ИРИ:

$$\hat{u}_1 = 10{,}39\,\text{мВ};\ \hat{u}_2 = 7{,}62\,\text{мВ};$$
$$\hat{\theta}_1 = 29{,}60^\circ;\ \hat{\theta}_2 = 36{,}67^\circ.$$

Запишем СКО оценок, полученные по формулам (9), (10):

$$\sigma\left(\hat{u}_1\right) = 1{,}83 \text{ мВ};\ \sigma\left(\hat{u}_2\right) = 1{,}71 \text{ мВ};$$
$$\sigma\left(\hat{\theta}_1\right) = 0{,}26^\circ;\ \sigma\left(\hat{\theta}_2\right) = 0{,}23^\circ,$$

и СКО оценок, полученные методом статистических испытаний:

$$\sigma^*\left(\hat{u}_1\right) = 2{,}34 \text{ мВ};\ \sigma^*\left(\hat{u}_2\right) = 2{,}13 \text{ мВ};$$
$$\sigma^*\left(\hat{\theta}_1\right) = 0{,}38^\circ;\ \sigma^*\left(\hat{\theta}_2\right) = 0{,}20^\circ.$$

Пример 2. Рассмотрим пеленгацию одного ИРИ, работающего на частоте 20 МГц. Пеленг $\theta = 120^\circ$, угол места $\beta = 35^\circ$ и амплитуда $u = 25$ мВ; помеха отсутствует. Пеленгацию проводится в диапазоне пеленгов $[0^\circ;\ 180^\circ]$ и углов места $[0^\circ;\ 90^\circ]$ посредством линейной АС, состоящей из 16 вибраторов, отстоящих друг от друга на расстояние, равное половине длины волны сигнала (7,5 м), на основе результатов измерений, полученных в момент времени $t = 0$.

В данном примере угол места не равен нулю, т.е. в случае применения формулы (8) для нахождения пеленга, будет получен ошибочный результат. Значение ошибки зависит от косинуса угла места. Воспользуемся изложенным выше подходом к определению величин θ и β.

Положив $\gamma = 45^\circ$, вычислим $z_1 = -0{,}4096$, $z_2 = 0{,}212$, тогда $\theta = 120^\circ$. Зная пеленг θ, находим угол места $\beta = 35^\circ$.

Выводы. Изложен метод многосигнальной пеленгации ИРИ, работающих на одной частоте. Алгоритм показал высокую производительность, несмотря на то что оптимизация по быстродействию не проводилась и для его реализации использовалось программное обеспечение общего назначения (не оптимизированное по быстродействию и затратам ресурсов компьютера). Принципиальное отличие изложенного алгоритма от известных — возможность расчета оценок угла места β аналитически и получения не только точечных, но и интервальных оценок параметров сигналов (что определяет меру надежности полученных результатов), а также возможность найти решение в реальном масштабе времени в процессе пеленгации нескольких ИРИ, одновременно работающих на одной частоте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

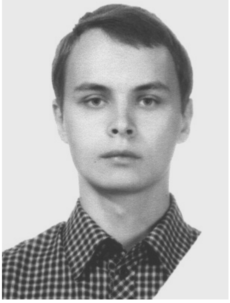
1. Ц а р ь к о в Н. М. Многоканальные радиолокационные измерители. – М.: Сов. радио, 1980. – 192 с.
2. У ф а е в В. А. Обнаружение сигналов и оценивание их параметров при многоканальном приеме. – М.: МО РФ, 1983. – 162 с.
3. Р а д з и е в с к и й В. Г., У ф а е в В. А. Алгоритмы обнаружения и пеленгования совокупности частотно неразделимых радиосигналов // Радиотехника. – 2005. – № 9. – С. 56–69.

4. Д з в о н к о в с к а я А. Л., Д м и т р и е н к о А. Н., К у з ь м и н А. В. Эффективность измерения углов прихода сигнала радиопеленгатора на основе метода максимального правдоподобия // Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, № 10. – С. 1242–1247.
5. Т и х о н о в А. Н., А р с е н и н В. Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 142 с.
6. K r i m H., V i b e r g M. Two decades of array signal processing research: The parametric approach // IEEE Signal Proc. Mag. – 1996. – Vol. 13. – No. 4. – P. 67–94.
7. W a x M., K a i l a t h T. Detection of signals by information theoretic criteria // IEEE Trans. ASSP. – 1985. – Vol. 33. – No. 2. – P. 387–392.
8. M a l i o u t o v D. M. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays. Master of Science thesis, Massachusetts Institute of Technology. – 2003. – 172 p.
9. Г р е ш и л о в А. А. Анализ и синтез стохастических систем. Параметрические модели и конфлюентный анализ. – М.: Радио и связь, 1990. – 320 с.
10. Л а н ц о ш К. Практические методы прикладного анализа: Пер. с англ. / Под ред. А.М. Лопшица. – М.: Физматлит, 1961. – 524 с.
11. H e i n i g G., R o s t K. Algebraic methods for Toeplitz–like matrices and operators. Academie–Verlag, Berlin, 1984. – 212 p.
12. F o r s y t h e G. E., M a l c o l m M. A., M o l e r C. B. Computer methods for mathematical computations. Prentice-Hall, 1976. – 183 p.
13. Г р е ш и л о в А. А. Математические методы принятия решений: Учеб. пособие для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 584 с.
14. Г р е ш и л о в А. А. Некорректные задачи цифровой обработки информации и сигналов. – М.: Радио и связь, 1984. – 162 с.

Статья поступила в редакцию 16.11.2007

Анатолий Антонович Грешилов родился в 1939 г., окончил в 1964 г. Московский инженерно-физический институт. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Вычислительная математика и математическая физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 150 научных работ, в том числе 19 монографий, 20 авторских свидетельств и патентов в области разработки математических методов строгого учета неопределенности исходной информации в задачах математической физики, распознавания образов, прогнозирования и других технических приложений.

A.A. Greshilov (b. 1939) graduated from the Moscow Institute for Engineering and Physics in 1964. D. Sc. (Eng.) professor of “Computational Mathematics and Mathematical Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 150 publications including 19 monographs, 20 author’s certificates and patents in the field of development of mathematical methods for strict account of source data uncertainty in problems of mathematical physics, image identification, forecast and other technical applications.



Павел Анатольевич Плохута родился в 1983 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2006 г. Аспирант кафедры “Вычислительная математика и математическая физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор научной работы, посвященной решению некорректных задач в области радиопеленгации.

P.A. Plokhuta (b. 1983) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2006. Post-graduate of “Computational Mathematics and Mathematical Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 1 publication.