

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В ХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ВДУВЕ С КАТАЛИТИЧЕСКОЙ СТЕНКИ

Представлены результаты исследований физико-химических процессов в пристеночном слое при движении летательных аппаратов с большой сверхзвуковой скоростью. Рассмотрено влияние вдува с поверхности на тепловой поток, и проведен анализ распределения концентраций химических компонентов по толщине пограничного слоя с учетом механизма протекания гетерогенных каталитических реакций в условиях поверхностного массообмена.

Постановка задачи. Характерной особенностью задач аэродинамики и теплообмена больших сверхзвуковых скоростей является необходимость совместного учета диссипативных процессов, обусловленных вязкостью, теплопроводностью и диффузией, а также физико-химических процессов в газе и на поверхности, которые могут приводить к качественно новым эффектам по сравнению с течениями совершенного газа [1–8]. В таких задачах мы имеем дело с многокомпонентной, высокотемпературной, химически реагирующей смесью в высокоскоростном потоке, в котором могут протекать различные газодинамические процессы. В случае неравновесного потока необходимо учитывать ряд процессов передачи химической энергии, которые не учитываются в равновесных потоках или при течении идеального газа. В частности, при взаимодействии неразрушаемой поверхности с потоком существенными оказываются ее каталитические свойства. На траектории полета в атмосфере режимы течения около аппаратов меняются: скорости — от дозвуковой до гиперзвуковой, состояние среды от сплошной до сильно разреженной, режим течения от ламинарного до турбулентного. При этом в широком диапазоне изменяются числа Маха, Кнудсена, Рейнольдса и Дамкелера. Примерные границы влияния различных физико-химических процессов в зоне торможения газового потока в окрестности критической точки сферы с радиусом затупления 30,5 см при полете в атмосфере Земли в зависимости от скорости V и высоты h полета приведены на рис. 1 [4, 9]. Здесь в области A имеет место химическое и термодинамическое равновесие; в области B — термодинамическое равновесие, но химические реакции протекают неравновесно; в области C — химическое и термодинамическое неравновесие, при этом возбуждение колебательных

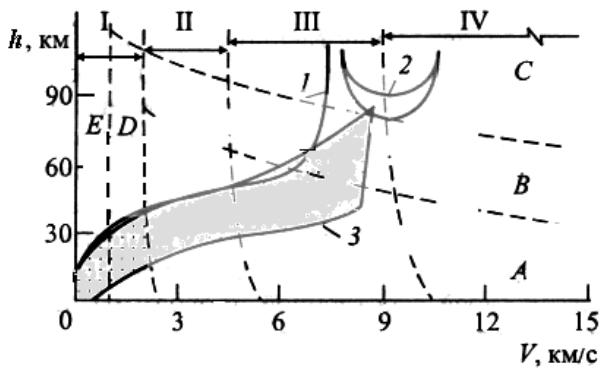


Рис. 1. Области режимов течения и термохимических явлений в зоне торможения газового потока

степеней свободы необходимо учитывать уже в области II. Заметим, что в области I воздух еще не диссоциирован, его основными компонентами являются молекулы O_2 , N_2 , однако моделью совершенного газа можно пользоваться только в области E. В области II наблюдается диссоциация воздуха и необходимо использовать уже пятикомпонентную модель для его описания (O_2 , N_2 , NO , O , N). В последующих областях наблюдается ионизация. Например, в области III необходимо учитывать 7 компонентов, а в области IV — 11 компонентов. На рис. 1 кривой 1 показана траектория аппарата “Спейс Шаттл”, область 2 — типичный летный коридор космических транспортных аппаратов с аэродинамическим торможением, а область 3 — летный коридор для аэрокосмического планера.

По сравнению с кинетикой гомогенных реакций механизм и скорости процессов, определяющих взаимодействие газа с поверхностью, гораздо менее изучены и выражены количественно. Тем не менее понимание этих процессов и контроль за ними имеют решающее значение для разработки и создания теплозащитных систем, применяемых при входе космических аппаратов в атмосферу планет. Тепловой поток к лобовой поверхности аппарата за счет использования некаталитического покрытия может быть снижен в несколько раз на значительной части траектории спуска, включая область максимальных тепловых нагрузок. Эффект уменьшения конвективного теплового потока при вдуве газа с поверхности тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком, достаточно подробно изложен в работах [2, 4–6].

Влияние каталитической рекомбинации обычно описывают с помощью введения коэффициентов рекомбинации, которые показывают долю атомов, рекомбинирующих на поверхности. Коэффициенты, характеризующие процессы на поверхности, зависят от свойств поверхности, условий в газовой фазе и интенсивности вдува. Следовательно, при анализе результатов лабораторных и летных испытаний требуется

применять как можно более точные теоретические модели течения и методы расчета теплообмена с соответствующими газофазными реакциями.

О системе уравнений для многокомпонентных химически реагирующих смесей газов. В настоящей работе предложен алгоритм численного расчета и сделана попытка количественной оценки теплового потока при вдуве в пограничный слой различных компонентов на графитовой поверхности. Рассматривалась одномерная задача о пограничном слое конечной толщины при наличии равномерно распределенного вдува в окрестности критической точки для случая пятикомпонентной химически реагирующей смеси газов в приближении бинарной диффузии и при условиях, когда колебательные степени свободы молекул возбуждены равновесно и вдув не влияет на параметры пограничного слоя на внешней границе.

Необходимые условия моделирования теплообмена в окрестности критической точки затупленного тела, обтекаемого гиперзвуковым потоком, сформулированы в работах [1–3, 6]. Эти условия требуют воспроизведения в численном эксперименте на внешней границе пограничного слоя модели натуральных значений энтальпии h_δ , давления p_δ , концентраций химических компонентов $c_{i\delta}$ и градиента скорости растекания. При математической постановке задачи поверхностная активность входит в граничные условия системы уравнений, описывающей многокомпонентное реагирующее течение у каталитической поверхности, в том числе и с учетом вдува.

Уравнения диффузии и сохранения энергии имеют вид

$$\rho u \frac{\partial c_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Sc_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) + (\dot{w}_{\text{хим}})_i; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_{p\delta}} \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \\ & = - \frac{1}{\bar{c}_{p\delta}} u \rho_\delta u_\delta \frac{du_\delta}{dx} + \frac{\mu}{\bar{c}_{p\delta}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_{p\delta}} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \\ & - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\bar{c}_{p\delta}} h_i (\dot{w}_{\text{хим}})_i + \sum_{i=1}^N \frac{c_{pi}}{\bar{c}_{p\delta}} \frac{\mu}{Sc_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}, \end{aligned} \quad (2)$$

где число Прандтля $Pr = \frac{\mu \bar{c}_p}{\lambda}$, число Льюиса–Семенова для i -го компонента $Le_i = \frac{\rho D_i \bar{c}_p}{\lambda}$ и диффузионное число Шмидта для i -го компонента $Sc_i = \frac{\mu}{\rho D_i}$ связаны между собой формулой $Pr = Sc_i Le_i$.

Константы равновесия реакций компонентов воздуха

Реакция	K_c , моль/см ³
$O_2 + A_i \xrightleftharpoons[k_{rIi}]{k_{fIi}} 2O + A_i$	$\frac{1,2 \cdot 10^3}{T^{1/2}} \exp\left(-\frac{59000}{T}\right)$
$N_2 + A_i \xrightleftharpoons[k_{rIIi}]{k_{fIIi}} 2N + A_i$	$18 \exp\left(-\frac{112450}{T}\right)$
$NO + A_i \xrightleftharpoons[k_{rIIIi}]{k_{fIIIi}} N + O + A_i$	$4,0 \exp\left(-\frac{75000}{T}\right)$
$N + O_2 \xrightleftharpoons[k_{rIV}]{k_{fIV}} NO + O$	$4,2 \exp\left(-\frac{16010}{T}\right)$
$O + N_2 \xrightleftharpoons[k_{rV}]{k_{fV}} NO + N$	$4,5 \exp\left(-\frac{37500}{T}\right)$

Массовая концентрация каждого компонента удовлетворяет соотношениям $c_i = \frac{\rho_i}{\rho}$, $\sum_{i=1}^N c_i = 1$, $\rho_i = n_i M_i$, $\rho = \sum_{i=1}^N \rho_i = \sum_{i=1}^N n_i M_i$, где n_i — число молей в единице объема, M_i — молекулярный вес; μ — вязкость.

Коэффициент средней теплоемкости $\bar{c}_p = \sum_{i=1}^N c_i c_{pi}$.

Таким образом, для расчета скоростей образования компонент $(\dot{w}_{хим})_i$ необходимо задать зависимости констант скоростей k_r и констант равновесия K_c химических реакций от температуры смеси газов. В табл. 1 и 2 приведены константы равновесия и константы скоростей обратных реакций [7].

Таблица 2

Сводка констант скоростей обратных реакций

Номер реакции	Реакция	A_i	$k_{r, (см^3)^{-1}/с^{-1}}$
I	$O_2 + A_i \xrightleftharpoons[k_{rIi}]{k_{fIi}} 2O + A_i$	N_2 O_2 O	$1,7 \cdot 10^{-32} T^{-1/2}$ $2,2 \cdot 10^{-28} T^{-3/2}$ $6,2 \cdot 10^{-32} T^{-3/2}$
II	$N_2 + A_i \xrightleftharpoons[k_{rIIi}]{k_{fIIi}} 2N + A_i$	N_2 N NO, O	$7,6 \cdot 10^{-32} T^{-1/2}$ $7,6 \cdot 10^{-27} T^{-3/2}$ $8,3 \cdot 10^{-32} T^{-1/2}$
III	$NO + A_i \xrightleftharpoons[k_{rIIIi}]{k_{fIIIi}} N + O + A_i$	N_2, O_2, O NO	$3,0 \cdot 10^{-32} T^{-1/2}$ $5,5 \cdot 10^{-27} T^{-3/2}$
IV	$N + O_2 \xrightleftharpoons[k_{rIV}]{k_{fIV}} NO + O$	N_2, O_2, N	$2,8 \cdot 10^{-28} T^{-3/2}$
V	$O + N_2 \xrightleftharpoons[k_{rV}]{k_{fV}} NO + N$	N_2, O_2, N	$2,2 \cdot 10^{-14} T \exp\left(-\frac{3560}{T}\right)$

При исследовании течения в пограничном слое смеси газов, взаимодействующего со смесью газов, вдуваемой через пористую поверхность тела, и с самой поверхностью удобно рассматривать уравнение сохранения массовой концентрации k -го химического элемента смеси газов. Поскольку в процессе химической реакции масса участвующего в реакции химического элемента не изменяется, то

$$dc_k^* = \sum_{i=1}^N b_{ki} dc_i = 0, \quad \frac{\partial c_k^*}{\partial t} = \sum_{i=1}^N b_{ki} \frac{\partial c_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho} (\dot{w}_{\text{хим}})_i = 0, \quad (3)$$

где $c_k^* = \sum_{i=1}^N b_{ki} c_i$, и, следовательно, уравнение сохранения массовой концентрации k -го химического элемента смеси газов имеет вид

$$\rho u \frac{\partial c_k^*}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_k^*}{\partial y} + \frac{\partial (J_y^*)_k}{\partial y} = 0$$

или

$$\rho u \frac{\partial c_k^*}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_k^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{i=1}^N b_{ki} \left(\frac{\mu}{Sc_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) \right), \quad (4)$$

где $(J_y^*)_k = \sum_i b_{ki} J_i = - \sum_{i=1}^N b_{ki} \left(\frac{\mu}{Sc_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \right)$ — массовый диффузионный поток k -го химического элемента смеси газов; b_{ki} — часть массы i -го компонента смеси, которую составляет химический элемент k . Если диффузионные числа Шмидта для компонентов равны между собой, то уравнение (4) можно записать как

$$\rho u \frac{\partial c_k^*}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_k^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Sc_k^*} \frac{\partial c_k^*}{\partial y} \right) \quad (5)$$

и система уравнений пограничного слоя с учетом неравновесных физико-химических процессов примет вид

$$\frac{\partial (r^j \rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (r^j \rho v)}{\partial y} = 0; \quad (6)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \rho_\delta u_\delta \frac{du_\delta}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right); \quad (7)$$

$$\rho u \frac{\partial c_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Sc_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) + (\dot{w}_{\text{хим}})_i, \quad (8)$$

где $i = 1, \dots, N - N_k$, так как $\sum_{i=1}^N c_i = 1$;

$$\rho u \frac{\partial c_k^*}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_k^*}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Sc_k^*} \frac{\partial c_k^*}{\partial y} \right), \quad (9)$$

где $k = 1, \dots, N_k - 1$, так как $\sum_{k=1}^{N_k} c_k^* = 1$;

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_{p\delta}} \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \\ & = -\frac{1}{\bar{c}_{p\delta}} u \rho_\delta u_\delta \frac{du_\delta}{dx} + \frac{\mu}{\bar{c}_{p\delta}} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_{p\delta}} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \\ & - \sum_{i=1}^N \frac{1}{\bar{c}_{p\delta}} h_i (\dot{w}_{хим})_i + \sum_{i=1}^N \frac{c_{pi}}{\bar{c}_{p\delta}} \frac{\mu}{Sc_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}. \end{aligned} \quad (10)$$

Система уравнений пятикомпонентной смеси газов на линии торможения при наличии каталитических реакций и вдува. *Граничные условия.* В этом случае релаксационные процессы в воздухе меняют направление в сторону рекомбинации, которая может происходить как в газовой фазе, так и на поверхности. Из-за различия в энергии диссоциации сначала рекомбинируют атомы азота, а затем кислорода. Кроме того, кислород, как в атомарном виде, так и в молекулярном, вступает в реакцию окисления теплозащитного покрытия с образованием оксида углерода CO. Эти реакции вносят основной вклад в скорость разрушения теплозащитного покрытия, а CO является основным углеродсодержащим компонентом газовой смеси. В этом случае система уравнений, которые описывают течение реагирующей смеси применительно к высокотемпературному воздуху, состоящему из пяти ($N = 5$) компонентов (атомы O, N и молекулы O₂, N₂, NO), на линии торможения примет соответствующий вид [4] в переменных Дородницына–Лиза в безразмерной форме. Так как компонентов пять, а химических элементов два, достаточно записать три уравнения сохранения массовой концентрации для компонентов смеси газов (атомов N, O и молекулы NO) и одно уравнение сохранения массовой концентрации для химического элемента N [4]:

$$\frac{d}{d\eta} \left(l \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right) + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} + \frac{1}{(j+1)} \left[\frac{\rho_\delta}{\rho} - \left(\frac{df}{d\eta} \right)^2 \right] = 0; \quad (11)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{l}{Sc_i} \frac{dc_i}{d\eta} \right) + f \frac{dc_i}{d\eta} + \frac{2\xi}{\rho u_\delta} (\dot{w}_{хим})_i \frac{dx}{d\xi} = 0; \quad (12)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{l}{Sc_i} \frac{dc_i}{d\eta} \right) + f \frac{dc_i}{d\eta} + \frac{1}{(j+1) \left(\frac{du_\delta}{dx} \right)_{x=0}} \frac{(\dot{w}_{хим})_i}{\rho} = 0; \quad (13)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{l}{Sc_N^*} \frac{dc_N^*}{d\eta} \right) + f \frac{dc_N^*}{d\eta} = 0. \quad (14)$$

Уравнение сохранения энергии смеси газов имеет вид

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_{p\delta}} \frac{l}{Pr} \frac{d\theta}{d\eta} \right) + \frac{\bar{c}_p}{\bar{c}_{p\delta}} f \frac{d\theta}{d\eta} - \frac{1}{(j+1) \left(\frac{du_\delta}{dx} \right)_{x=0}} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(\dot{w}_{хим})_i}{\rho} \frac{h_i}{\bar{c}_{p\delta} T_\delta} \right] + \sum_{i=1}^N \frac{c_{pi}}{\bar{c}_{p\delta}} \frac{l}{Sc_i} \frac{\partial c_i}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0. \quad (15)$$

Кроме того,

$$c_k^* = \sum_{i=1}^N b_{ki} c_i; \quad k = N, O; \quad p = \left(\sum_{i=1}^N \frac{c_i}{M_i} \right) \rho RT; \quad (16)$$

$$\bar{c}_p = \sum_{i=1}^N c_i c_{pi}; \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{u}{u_\delta}; \quad l = \frac{\rho \mu}{\rho_\delta \mu_\delta}; \quad \theta = \frac{T}{T_\delta}.$$

Тепловой поток к поверхности тела обусловлен переносом энергии за счет теплопроводности и диффузии:

$$q_w = - \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sum_{i=1}^N h_i J_i \right)_w. \quad (17)$$

Исследуемая область ограничивается с одной стороны поверхностью тела, а с другой — некоторой поверхностью, расположенной в возмущенном набегающем потоке. На внешней границе пограничного слоя условия должны быть получены из неравновесной задачи обтекания тела идеальным (невязким, нетеплопроводным) газом. Эти условия при $y = \delta$ или $\eta = 1$ считаются заданными. Поверхность тела предполагается проницаемой. Через стенку с внутренней стороны подается смесь газов с примесью r -го компонента, концентрация которого равна c_{r0} ; концентрация r -го компонента в смеси газов у стенки равна c_{rw} . Химические реакции в порах материала не рассматриваются. Молекулы NO в результате гетерогенных каталитических реакций не образуются. Интенсивность вдува характеризуется форм-

параметром

$$f = - \frac{(\rho v)_w}{\sqrt{(j+1) \rho_\delta \mu_\delta \left(\frac{du_\delta}{dx} \right)_{x=0}}} = f_w.$$

Для уравнения сохранения количества движения смеси газов при $\eta = 1$ $u = u_\delta$ или $\frac{df}{d\eta} = 1$; при $\eta = 0$ $u = 0$ или $\frac{df}{d\eta} = 0$, $\rho v = (\rho v)_w$.

Для уравнения сохранения массовой концентрации компонентов смеси газов при $\eta = 1$ $c_r = c_{r\delta}$ ($r = \text{N, O, NO}$). На поверхности тела ($y = 0$ или $\eta = 0$) выполняются условия сохранения атомов азота и кислорода $(\rho v)_w (c_{r0} - c_{rw}) = J_{rw} + k_{wr} \rho_w c_{rw}$. С использованием новых координат получим

$$\begin{aligned} \left(\frac{l}{Sc_r} \frac{dc_r}{d\eta} \right)_w + (c_{rw} - c_{r0}) f_w &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{(j+1) \rho_\delta \mu_\delta \left(\frac{du_\delta}{dx} \right)_{x=0}}} k_{wr} \rho_w c_{rw} \quad (r = \text{N, O}), \end{aligned}$$

а для молекулы NO –

$$(\rho v)_w (c_{\text{NO}_0} - c_{\text{NO}_w}) = J_{\text{NO}_w}, \quad \left(\frac{l}{Sc_{\text{NO}}} \frac{dc_{\text{NO}}}{d\eta} \right)_w + (c_{\text{NO}_w} - c_{\text{NO}_0}) f_w = 0.$$

Для уравнения сохранения массовой концентрации химического элемента N при $\eta = 1$ $c_{\text{N}}^* = c_{\text{N}\delta}^*$; при $\eta = 0$

$$\left(\frac{l}{Sc_{\text{N}}^*} \frac{dc_{\text{N}}^*}{d\eta} \right)_w + (c_{\text{N}_w}^* - c_{\text{N}_0}^*) f_w = 0.$$

Для уравнения сохранения энергии смеси газов на линии торможения при $\eta = 1$ $T = T_\delta$ или $\theta = 1$; при $\eta = 0$ $T = T_w$ или $\theta = T_w/T_\delta$.

Алгоритм численного интегрирования уравнений пограничного слоя на линии торможения. Для случая обтекания осесимметричного тела в критической точке диссоциированным воздухом проведено численное интегрирование системы при различных предположениях о скоростях химических реакций и интенсивности вдува. Для конкретно заданных условий и химической кинетики численное значение теплового потока определяется радиусом кривизны тела в критической точке, который может быть вычислен в результате решения внешней неравновесной задачи. Профили концентраций определяются химическими реакциями. В случае расчетов с конечными скоростями хими-

ческих реакций уравнения концентраций записывались относительно компонентов O, O₂, NO с использованием условия $\sum_{i=1}^N c_i = 1$.

Для расчета равновесного пограничного слоя использовались уравнения диффузии элемента O, условие $\sum_{i=1}^N c_i = 1$ и условия равновесия в дифференциальной форме, получаемые после двукратного дифференцирования упомянутых выше условий. Интегрирование производилось одним из вариантов метода конечных разностей, основанным на идеях работы [4]. Шаг интегрирования 0,01, число точек — 70. В качестве первого приближения задавался профиль скорости и температуры, а концентрации компонентов в каждой точке соответствовали равновесному состоянию рассматриваемой пятикомпонентной смеси при заданных давлении и температуре. Для численного решения краевой задачи [1–4, 6–8] использовалась конечно-разностная схема [8]. В общем виде некоторое уравнение из совокупности рассматриваемых выбиралось в форме: $M' = K$, где $M = m_0 + m_1 u_1 + m_2 u_2 + m_3 u_3$, $K = k_0 + k_1 u_1 + k_2 u_2 + k_3 u_3$, $u_1 = u'_2$, $u_2 = u'_3$. Здесь коэффициенты уравнений m_i, k_i, p_i являются заданными функциями своих аргументов: $m_i = m_i(\eta, u_1, u_2, u_3)$, $k_i = k_i(\eta, u_1, u_2, u_3)$. Уравнение вида $M' = K$ рассматривается в области $0 \leq \eta \leq 1$ при краевых условиях

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{10} + \lambda_{11}u_1 + \lambda_{12}u_2 + \lambda_{13}u_3 &= 0, \\ \lambda_{20} + \lambda_{21}u_1 + \lambda_{22}u_2 + \lambda_{23}u_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ при } \eta = 0;$$

$$\lambda_{30} + \lambda_{31}u_1 + \lambda_{32}u_2 + \lambda_{33}u_3 = 0 \text{ при } \eta = 1.$$

Здесь коэффициенты краевых условий λ_{ij} в общем случае являются заданными функциями аргументов u_1, u_2, u_3 ($\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(u_1, u_2, u_3)$). Коэффициенты m_i, p_i и k_i будем считать известными. Обозначим a^\cap , a^\cup значения некоторой величины соответственно в верхнем и нижнем концах отрезка разностного шаблона длины $2\Delta\eta$, рассматриваемых как два соседних узла. Для того чтобы решить рассматриваемую линейную систему, необходимо иметь три связи между искомыми значениями u_i^\cap и u_i^\cup в соседних узлах. Эти связи записывались в виде

$$a_{i0}^\cap + \sum_{j=1}^3 a_{ij}^\cap u_j^\cap = a_{i0}^\cup + \sum_{j=1}^3 a_{ij}^\cup u_j^\cup, \quad i = 1, 2, 3. \quad (18)$$

Коэффициенты связей a_{ij}^\cup, a_{ij}^\cap определяются таким образом, чтобы точность аппроксимации рассматриваемой системы имела порядок $\Delta\eta^4$. Приведем следующие выражения для a° и a° через крайние значения,

а также выражения для интеграла от a по η на отрезке длины $2\Delta\eta$:

$$a^\circ = \frac{a^\cap + a^\cup}{2} - \frac{a'^\cap - a'^\cup}{4} \Delta\eta + a^{IV^\circ} \frac{\Delta\eta^4}{4!} + \dots;$$

$$a'^\circ = \frac{3}{2} \frac{a^\cap + a^\cup}{2\Delta\eta} - \frac{a'^\cap + a'^\cup}{4} + \frac{1}{5} a^{III^\circ} \frac{\Delta\eta^4}{4!} + \dots;$$

$$\int_{2\Delta\eta} a d\eta = (a^\cap + a^\cup + 4a^\circ) \frac{\Delta\eta}{3} - \frac{4}{15} a^{IV^\circ} \frac{\Delta\eta^5}{4!} + \dots;$$

$$\int_{2\Delta\eta} a d\eta = (a^\cap + a^\cup) \Delta\eta - (a'^\cap - a'^\cup) \frac{\Delta\eta^2}{3} + \frac{16}{15} a^{IV^\circ} \frac{\Delta\eta^5}{4!} + \dots,$$

где

$$u_1^\circ = \frac{3}{2} \frac{u_2^\cap - u_2^\cup}{2\Delta\eta} - \frac{u_1^\cap + u_1^\cup}{4}; \quad u_2^\circ = \frac{3}{2} \frac{u_3^\cap - u_3^\cup}{2\Delta\eta} - \frac{u_2^\cap + u_2^\cup}{4};$$

$$u_3^\circ = \frac{u_2^\cap + u_2^\cup}{2} - \frac{u_2^\cap - u_2^\cup}{4} \Delta\eta.$$

Чтобы получить первую связь вида (18), нужно проинтегрировать уравнение вида $M' = K$ по η в рассматриваемом интервале длины $2\Delta\eta$:

$$M^\cap - M^\cup = \int_{2\Delta\eta} K d\eta,$$

где

$$\int_{2\Delta\eta} K d\eta = \frac{\Delta\eta}{3} (K^\cap + K^\cup + 4K^\circ) = \tilde{K}^\cap - \tilde{K}^\cup,$$

$$\tilde{K}^* = \tilde{k}_0^* + \tilde{k}_1^* u_1^* + \tilde{k}_2^* u_2^* + \tilde{k}_3^* u_3^*,$$

$$\tilde{k}_0^* = -\frac{\Delta\eta^*}{3} (k_0^* + 2k_0^\circ), \quad \tilde{k}_1^* = -\frac{\Delta\eta^*}{3} (k_1^* - k_1^\circ),$$

$$\tilde{k}_2^* = -\frac{\Delta\eta^*}{3} (k_2^* - k_2^\circ) + k_1^\circ - \frac{\Delta\eta^2}{3} k_3^\circ, \quad \tilde{k}_3^* = -\frac{\Delta\eta^*}{3} (k_3^* + 2k_3^\circ) + k_2^\circ.$$

Здесь $*$ = \cup, \cap ; $\Delta_\eta^\cup = \Delta\eta$; $\Delta_\eta^\cap = -\Delta\eta$. Используя выражение для M , получаем следующие выражения для коэффициентов первой связи a_{1i}^\cup и a_{1i}^\cap : $a_{10}^* = m_0^* - \tilde{k}_0^*$, $a_{11}^* = m_1^* - \tilde{k}_1^*$, $a_{12}^* = m_2^* - \tilde{k}_2^*$, $a_{13}^* = m_3^* - \tilde{k}_3^*$, $*$ = \cup, \cap .

Для второй связи применим к M формулу

$$\int_{2\Delta\eta} M d\eta = (M^\cap + M^\cup) \Delta\eta - (M'^\cap - M'^\cup) \frac{\Delta\eta^2}{3}.$$

Исключая M' с помощью уравнения $M' = K$, получаем

$$\int_{2\Delta\eta} M d\eta = (M^\cap + M^\cup) \Delta\eta - (K^\cap - K^\cup) \frac{\Delta\eta^2}{3}$$

или

$$\int_{2\Delta\eta} M d\eta = \frac{\Delta\eta}{3} (M^\cap + M^\cup + 4M^\circ) = \tilde{M}^\cap - \tilde{M}^\cup,$$

где $\tilde{M}^* = \tilde{m}_0^* + \tilde{m}_1^* u_1^* + \tilde{m}_2^* u_2^* + \tilde{m}_3^* u_3^*$; $\tilde{m}_0^* = -\frac{\Delta\eta}{3} (m_0^* + 2m_0^\circ)$;
 $\tilde{m}_1^* = -\frac{\Delta\eta}{3} (m_1^* - m_1^\circ)$; $\tilde{m}_2^* = -\frac{\Delta\eta}{3} (m_2^* - m_2^\circ) + m_1^\circ - \frac{\Delta\eta^2}{3} m_3^\circ$, $\tilde{m}_3^* =$
 $= -\frac{\Delta\eta}{3} (m_3^* + 2m_3^\circ) + m_2^\circ$.

Выражения для коэффициентов второй связи a_{2i}^\cup и a_{2i}^\cap примут вид

$$a_{20}^* = \tilde{m}_0^* + \Delta_\eta^* m_0^* + \frac{\Delta\eta^2}{3} k_0^*; \quad a_{21}^* = \tilde{m}_1^* + \Delta_\eta^* m_1^* + \frac{\Delta\eta^2}{3} k_1^*;$$

$$a_{22}^* = \tilde{m}_2^* + \Delta_\eta^* m_2^* + \frac{\Delta\eta^2}{3} k_2^*; \quad a_{23}^* = \tilde{m}_3^* + \Delta_\eta^* m_3^* + \frac{\Delta\eta^2}{3} k_3^*.$$

Коэффициенты третьей связи a_{3i}^\cup и a_{3i}^\cap получим, применив функции u_2 :

$$u_3^\cap - u_3^\cup = (u_3^\cap + u_3^\cup) \Delta\eta - (u_1^\cap - u_1^\cup) \frac{\Delta\eta^2}{3}, \quad \Delta_\eta^\cup = \Delta\eta, \quad (19)$$

$$\Delta_\eta^\cup = -\Delta\eta, \quad * = \cup, \cap.$$

Тогда $a_{30}^* = 0$; $a_{31}^* = \frac{\Delta\eta^2}{3}$; $a_{32}^* = \Delta_\eta^*$; $a_{33}^* = 1$; $* = \cup, \cap$. Полученная система вида (18) решается методом прогонки.

Прямая прогонка. Для очередной пары соседних узлов по вышеописанным формулам вычисляются коэффициенты связей a_{ij}^\cup, a_{ij}^\cap . Эти величины вместе со значениями прогоночных коэффициентов λ_{ij} в нижнем узле используются для вычисления четырех коэффициентов обратных связей μ_{ij} , соответствующих данной паре узлов, а также для вычисления значений прогоночных коэффициентов λ_{ij} в верхнем узле. В самом нижнем узле числа λ_{ij} являются (заданными) коэффициентами в граничных условиях. Когда верхний узел становится последним, прямая прогонка завершается. В дальнейшем прогоночные коэффициенты λ_{ij} не используются. Что касается четырех коэффициентов обратных связей μ_{ij} , то их значения запоминаются для каждой пары соседних узлов.

Обратная прогонка. По заданным значениям u_j^\cap в верхнем узле определяется величина a_3^\cap . Затем по соответствующим ранее вычи-

сленным значениям четырех коэффициентов μ_{ij} определяются значения u_1^U, u_2^U в нижнем узле. Значения u_3^U находится из соотношений (19). Значения u_j запоминаются для каждого узла.

Изложенный численный метод позволяет интегрировать систему нелинейных, взаимосвязанных дифференциальных уравнений и проводить расчеты в широком диапазоне изменения параметров набегающего потока в случае, когда режимы протекания химических реакций у тела меняются от замороженного до равновесного.

Расчеты выполнены для осесимметричного тела с радиусом сферического затупления $R_m = 0,8 \cdot 10^{-2}$ м при числе Маха $M_\infty = 22$. Параметры набегающего потока выбраны для высоты полета $H = 60$ км. В соответствии со значениями параметров набегающего потока, параметры на внешней границе пограничного слоя имеют значения: $T_\delta = 6100$ К, $c_{N_2} = 0,4097$, $c_{O_2} = 0,2702 \cdot 10^{-4}$, $c_{NO} = 0,1254 \cdot 10^{-1}$, $c_N = 0,3469$, $c_O = 0,2308$, $c_N^* = 0,77$ [1, 2, 6]. На стенке заданы следующие условия: $T_w = 290$ К, $c_{r0} = 0$ ($r = N, O, NO$), $c_{NO}^* = 0,77$. Толщина пограничного слоя в критической точке $\delta = 6$ мм, $V_s = 180$ м/с, $Pr = 0,71$, $Sc_i = Sc_N^* = 0,65$, $\mu \approx T^{0,77}$. Энтальпия на границе пограничного слоя $h_\delta = 0,235 \cdot 10^8$ м²/с², давление $p_\delta = 10133$ Па. Набегающий поток — диссоциированный воздух, вдуваемый газ — воздух при $k_{wN} = 0$, $k_{wO} = 2$ м/с (рис. 2–5).

Обсуждение результатов. В результате численного решения получены зависимости теплового потока от интенсивности вдува (см. рис. 2) в критической точке и распределения концентраций N_2, O_2, N, NO по толщине пограничного слоя в зависимости от параметра вдува

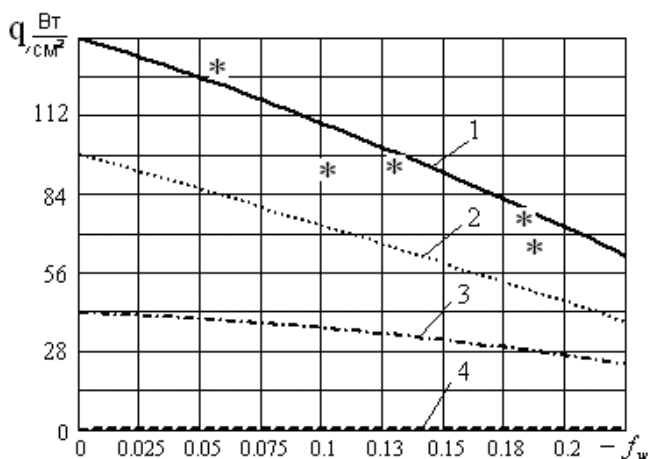


Рис. 2. Зависимость теплового потока от интенсивности вдува:

1 — суммарный тепловой поток к поверхности; 2, 3 и 4 — составляющие теплового потока, обусловленные теплопроводностью и диффузией атомов азота и кислорода

$(-f_w)$ для поверхностей с различными каталитическими свойствами (см. рис. 3–5). На рис. 2 результаты численных расчетов сопоставлены с результатами экспериментальных исследований работы [6] (отмечены звездочкой), где рассматривалось обтекание титановой поверхности, через которую вдувался молекулярный кислород.

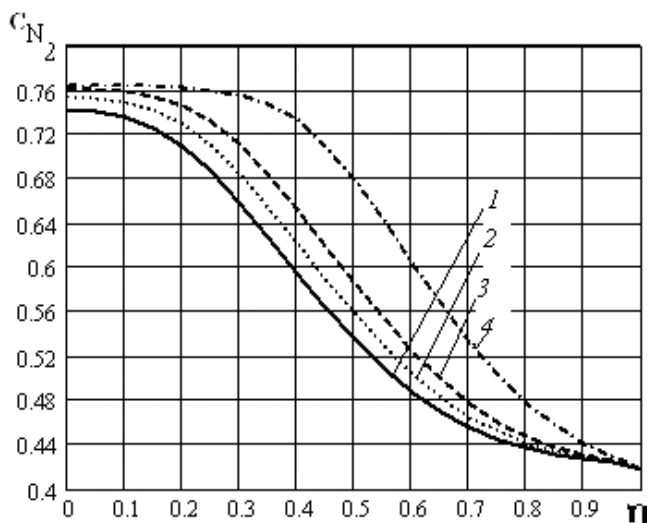


Рис. 3. Распределение концентраций молекул азота N_2 при параметрах вдува $f_w = 0; -0,05; -0,1; -0,225$ (соответственно кривые 1–4)

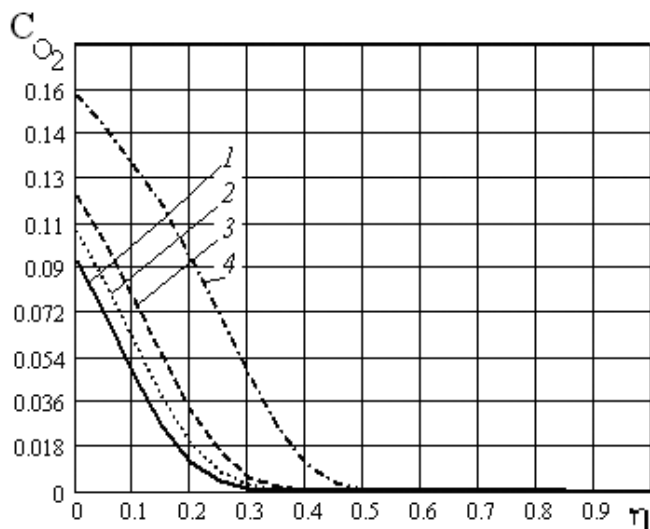


Рис. 4. Распределение концентраций молекул кислорода O_2 при параметрах вдува $f_w = 0; -0,05; -0,1; -0,225$ (соответственно кривые 1–4)

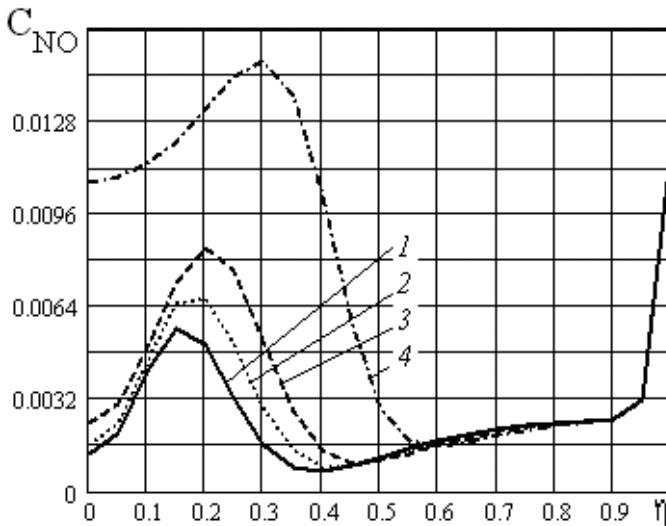


Рис. 5. Распределение концентраций молекул NO при параметрах вдува $f_w = 0$; $-0,05$; $-0,1$; $-0,225$ (соответственно кривые 1–4)

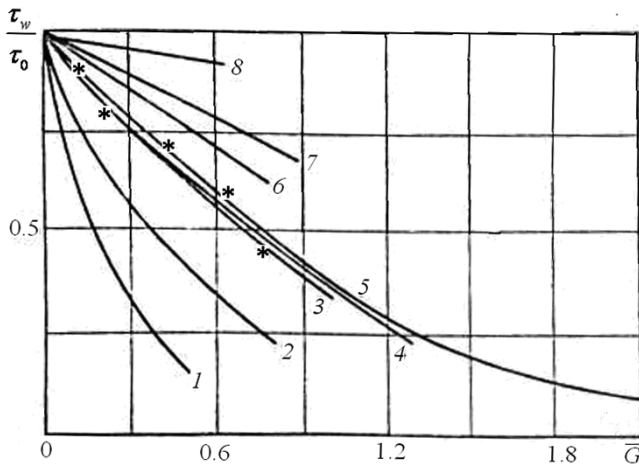


Рис. 6. Влияние вдува газов на поверхностное трение [5]:

1 – водород; 2 – гелий; 3 – оксид углерода CO; 4 – воздух ($p_e = 10^3 \dots 10^5$ Па, $T_e = 6000 \dots 8000$ К, $T_w = 300$ К); 5 – диоксид кремния SiO₂ при $p_e = 10^5$ Па; 6 – воздух при $p_e = 10^5$ Па, $T_e = 4000$ К; $T_w = 300$ К; 7 – воздух при $p_e = 10^4$ Па, $T_e = 310$ К, $T_w = 300$ К; 8 – воздух при $p_e = 10^5$ Па, $T_e = 300$ К, $T_w = 300$ К; * – расчет для воздуха при $p_e = 10^5$ Па, $T_e = 6100$ К, $T_w = 290$ К

Максимальная концентрация NO достигается на расстоянии $\eta = 0,2 \dots 0,3$ от поверхности и меняется в зависимости от интенсивности вдува. Следует отметить, что вероятность рекомбинации атомов на каталитической поверхности в диссоциированном воздухе с учетом образования оксида азота представляет собой сумму двух

слагаемых. Одно из них — вероятность рекомбинации атома в соответствующую ему молекулу, а другое — вероятность его рекомбинации в молекулу NO. Такое представление учитывает рекомбинацию атомов кислорода O и азота N как в молекулы O₂ и N₂, так и в молекулы оксида азота NO. Каждому такому процессу соответствует определенный коэффициент каталитической поверхности или вероятность рекомбинации.

Максимальный тепловой поток к поверхности достигается для высококаталитичной стенки ($k_{wN} = 10^4$ м/с, $k_{wO} = 10^4$ м/с), минимальный — для некаталитичной стенки ($k_{wN} = 0$, $k_{wO} = 0$). Но не все поверхности и не при всех условиях обтекания являются каталитическими [5] по отношению к реакциям рекомбинации атомов. Наиболее важным с точки зрения переноса тепла и нагрева поверхности компонентом воздуха является кислород, поскольку его рекомбинация протекает в основном в низкотемпературной зоне около поверхности, тогда как атомы азота рекомбинируют вдали от стенки при более высоких температурах. Некаталитичность в наибольшей степени проявляется в замороженном пограничном слое, когда у поверхности оказывается достаточное количество нерекombинированных атомов. Если при этом концентрация атомов на стенке велика, то диффузия атомов из потока к стенке ослаблена и перенос химической энергии будет мал по сравнению с молекулярной теплопроводностью. Количество теплоты, освобождающееся при рекомбинации, можно уменьшить путем подбора поверхности с малой каталитической активностью. Зависимость теплового потока для графитовой поверхности от расхода вдуваемого воздуха монотонно убывает (см. рис. 2). При значении параметра вдува $-f_w = 0,225$ тепловой приблизительно поток в 2,3 раза меньше теплового потока к непроницаемой поверхности.

Рассмотрим теперь влияние вдува на изменение поверхностного трения τ_w/τ_0 , где τ_0 — трение на непроницаемой поверхности, $\tau_w = St u_e^2 \rho_e$. Индекс e относится к параметрам на внешней границе пограничного слоя. Зависимость поверхностного трения τ_w/τ_0 от безразмерного расхода вдуваемого газа не является универсальной (см. рис. 6). Она определяется температурным фактором T_w/T_e [5]. Влияние вдува на трение тем сильнее, чем меньше значение температурного фактора. На практике при использовании теплозащитных систем $T_w/T_e \ll 1$ и аналогия между трением и теплообменом выполняется с приемлемой точностью. Влияние рода вдуваемого газа можно проследить по кривым 1–5 (см. рис. 6). Символом “*” отмечены результаты проведенных расчетов; безразмерный расход представлен в виде $\bar{G} = G/(\alpha/c_p)_0$, где c_p — теплоемкость, а коэффициент теплообмена $\alpha = 7,22 \cdot 10^{17}/\Pi^{3,81}$. Здесь Π — проницаемость поверхности.

Распределение концентраций компонентов газа и его температуры в невязкой части ударного слоя на достаточном удалении от области затупления обтекаемого тела определяется характерной для гиперзвукового обтекания структурой потока. Чем ближе к поверхности тела частица газа пересекает рассматриваемое сечение, тем больше путь, который она проходит в ударном слое и больше угол, под которым частица пересекает ударную волну. Эти два фактора приводят к увеличению уровня диссоциации и ионизации газа, чем в свою очередь можно объяснить повышение концентраций молекулярных компонентов при приближении к поверхности.

Выводы. Рассмотрены основные свойства течений в окрестности критической точки осесимметричного затупленного тела с учетом физико-химических превращений при полетах с большой скоростью в атмосфере Земли. Предложена математическая формулировка задачи обтекания затупленного тела в критической точке, и сформулированы граничные условия системы уравнений, описывающей течение многокомпонентного реагирующего газа у каталитической поверхности, в том числе с учетом вдува. Изложен численный метод, использованный при решении соответствующей краевой задачи. Получены поля распределений концентраций химических компонентов в окрестности критической точки по толщине пограничного слоя. Приведены результаты методических расчетов, характеризующих возможности и особенности применяемого вычислительного алгоритма. Рассмотрены численные результаты для широкого набора определяющих параметров течения и теплообмена. Выявлено, что важнейшими величинами, определяющими распределение концентрации веществ по толщине пограничного слоя на каталитической поверхности, являются константы скоростей химических реакций и интенсивность вдува.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С и д н я е в Н. И. Обзор методик исследования обтекания гиперзвуковым потоком газа тел с разрушающимся покрытием // Теплофизика и аэромеханика. – 2004. – Т. 11. – № 4. – С. 501–522.
2. К о л е с н и к о в А. Ф. Условия моделирования в дозвуковых течениях теплопередачи от высокоэнтальпийного потока к критической точке затупленного тела // Известия АН СССР. МЖГ. – 1993. – № 1. – С. 172–180.
3. С и д н я е в Н. И. Математическое моделирование химического активного пограничного слоя при диффузном режиме окисления / Необратимые процессы в природе и технике: Сб. науч. трудов. Вып. I. Под ред. В.С.Горелика и А.Н.Морозова – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2005. – С. 68–81.
4. К о в а л е в В. Л. Гетерогенные каталитические процессы в аэротермодинамике. – М.: Физматлит, 2002. – 224 с.
5. П о л е ж а е в Ю. В., Ю р е в и ч Ф. Б. Тепловая защита. – М.: Энергия, 1976. – 376.

6. Васильевский С. А., Колесников А. Ф., Якушин М. И. Эффект увеличения теплового потока к титановой поверхности при вдуве кислорода в неравновесный пограничный слой // Известия АН СССР. МЖГ. – 1991. – № 4. – С. 148–155.
7. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. – М.: Машиностроение, 1972. – 344 с.
8. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. – М.: Наука, 1964. – С. 304–325.
9. Gupta R. N., Yoss J. M., Thompson R. A., Lee K. P. A review of reaction rates and thermodynamic and transport properties for an 11-species air model for chemical and thermal nonequilibrium calculations to 30 000 K. NASA-RP-1232, 1990.

Статья поступила в редакцию 11.01.2007

ЖУРНАЛ “ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА имени Н.Э. БАУМАНА”

В журнале публикуются наиболее значимые результаты фундаментальных и прикладных исследований и совместных разработок, выполненных в МГТУ им.Н.Э. Баумана и других научных и промышленных организациях.

Журнал “Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана” в соответствии с постановлением Высшей аттестационной комиссии Федерального агентства по образованию Российской Федерации включен в перечень периодических и научно-технических изданий, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук.

Главный редактор журнала “Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана” — ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана, чл.-кор. РАН, д-р техн. наук, профессор И.Б. Федоров.

Журнал издается в трех сериях: “Приборостроение”, “Машиностроение”, “Естественные науки” с периодичностью 12 номеров в год.

В серии “Естественные науки” (главный редактор серии — д-р физ.-мат. наук профессор А.Н. Морозов) значительное внимание уделяется работам в области математики, теоретической и экспериментальной физики, химии, теоретической механики.

Подписку на журнал “Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана” можно оформить через агентство “Роспечать”.

Подписка по каталогу “Газеты, журналы” агентства “Роспечать”

Индекс	Наименование серии	Объем выпуска	Подписная цена (руб.)	
		Полугодие	3 мес.	6 мес.
72781	“Машиностроение”	2	250	500
72783	“Приборостроение”	2	250	500
79982	“Естественные науки”	2	250	500

Адрес редакции журнала “Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана”:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Тел.: (495) 263-62-60; 263-60-45. Факс: (495) 261-45-97. E-mail: press@bmstu.ru