

А. Б. Красовский, С. А. Кузнецов,
Ю. В. Трунин

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕНТИЛЬНО-ИНДУКТОРНЫХ МАШИН

Рассмотрены наиболее приемлемые для практики способы учета в имитационных моделях вентильно-индукторного электропривода нелинейных свойств вентильно-индукторных машин и предложены варианты их реализации в среде MATLAB–SIMULINK. На основании сопоставления результатов расчета кривых фазного тока даются рекомендации по выбору наиболее целесообразного способа построения модели привода в зависимости от решаемой задачи.

Среди новых электроприводов, появившихся в последние десятилетия, особое внимание специалистов привлекает вентильно-индукторный электропривод (ВИП) [1], который рассматривается как альтернатива традиционным электроприводам во многих областях их применения, прежде всего, в бытовой технике, транспортных средствах и т.п. Он выполняется на основе вентильно-индукторной машины (ВИМ) с явнополюсными статором и ротором, причем фазные обмотки в виде сосредоточенных катушек располагаются только на полюсах статора. Это обеспечивает ВИП ряд неоспоримых достоинств: простоту конструкции, технологичность, высокую надежность.

Однако дискретная коммутация фаз, несколько каналов управления, существенные нелинейности и т.п. в большинстве режимов работы ВИП не позволяют получать приемлемые для практики функциональные соотношения между характеристиками привода, начальными условиями, параметрами и переменными на основе аналитических выражений фундаментальных законов физики, лежащих в основе работы всех его элементов. В этих условиях эффективным средством решения задач анализа и синтеза ВИП является имитационное моделирование, когда модель, по сути, является виртуальным испытательным стендом, на котором проводят эксперименты, используя ту же технологию, что и на реальном испытательном оборудовании [2, 3].

Поскольку при каждом запуске имитационной модели получаемый результат в большинстве случаев определяет лишь точку искомой зависимости, для выявления полноты картины исследуемых процессов требуется многократное повторение модельных экспериментов. Поэтому высокое быстродействие (приспособленность для многократных “прогонов”) при адекватном воспроизведении характерных особенностей исследуемых явлений — одно из важнейших требований, предъявляемых к имитационным моделям ВИП. С этих позиций в рамках

данной статьи сосредоточимся на имитационных моделях ВИМ, являющихся наиболее специфичным элементом ВИП.

Особенности процессов в ВИМ. В общем виде процесс преобразования энергии в ВИМ описывается уравнениями электрического равновесия фаз

$$U_{\phi k} = I_{\phi k} R_k + \frac{d\Psi_k}{dt} \quad (1)$$

и уравнением электромагнитного момента

$$M = \sum_{k=1}^m \left. \frac{\partial W'_k(I_{\phi k}, \Theta)}{\partial \Theta} \right|_{I_{\phi k} = \text{const}}, \quad (2)$$

где $U_{\phi k}$, $I_{\phi k}$, R_k , Ψ_k — напряжение, ток, активное сопротивление и потокосцепление k -й фазной обмотки ВИМ; $k = 1, \dots, m$; m — число фаз

ВИМ; $W'_k = \int_0^{I_{\phi k}} \Psi_k(I_{\phi k}, \Theta) dI_{\phi k}$ — коэнергия k -й обмотки; Θ — угловой

сдвиг между взаимодействующими полюсами статора и ротора.

Однако для ВИМ характерна нелинейная зависимость потокосцепления Ψ_k от двух переменных — фазного тока $I_{\phi k}$ и положения Θ , поэтому в уравнении (1), преобразованном к виду

$$U_k = I_{\phi k} R_k + L_{k\text{диф}} \frac{dI_{\phi k}}{dt} + \frac{dL_{k\text{инт}}}{d\Theta} I_{\phi k} \frac{d\Theta}{dt}, \quad (3)$$

дифференциальная $L_{k\text{диф}} = \frac{\partial \Psi_k(I_{\phi k}, \Theta)}{\partial I_{\phi k}}$ и интегральная $L_{k\text{инт}} = \frac{\Psi_k}{I_{\phi k}}$ индуктивности фазных обмоток являются нелинейными функциями этих же переменных.

В качестве примера на рис. 1 жирными сплошными линиями показано семейство экспериментальных магнитных характеристик одной из фаз трехфазной ВИМ номинальной мощностью $P_n = 8$ кВт в наиболее широко используемой форме их представления — в виде зависимостей $\Psi(I_{\phi})$ для ряда значений угла Θ . Нижняя кривая на рисунке соответствует положению полюсов, при котором совпадают оси полюса статора и паза ротора, а $\Theta = \Theta_{\min} = 0^\circ$. Верхняя кривая при $\Theta = \Theta_{\max} = 45^\circ$ соответствует положению, когда оси полюсов совпадают. В положении $\Theta = \Theta_{\text{рас}} = 15^\circ$ происходит переход от полностью рассогласованного положения полюсов к частичному их перекрытию, а при $\Theta = \Theta_{\text{согл}} = 41^\circ$ частичное перекрытие полюсов переходит в их полное перекрытие.

На всех характеристиках (см. рис. 1) при токе I_{ϕ} , примерно равном $I_{\text{нас}} = 25$ А, начинает заметно проявляться их искривление в результате локального насыщения взаимодействующих полюсов ВИМ, а в

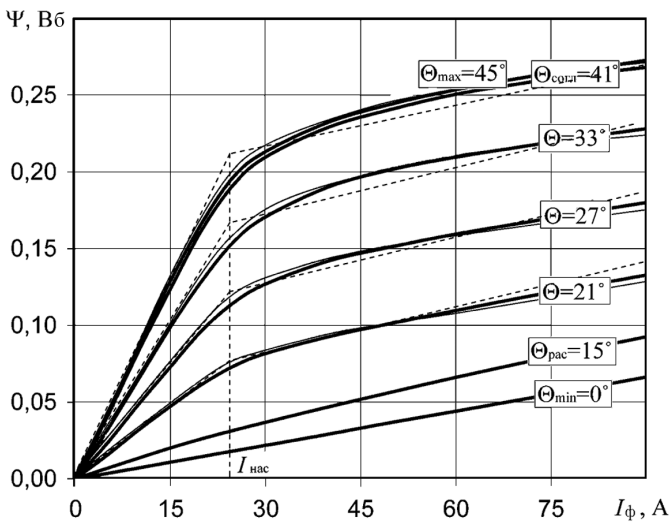


Рис. 1. Экспериментальные кривые намагничивания ВИМ

области начала и полного перекрытия полюсов равноотстоящие друг от друга кривые $\Psi(I_\phi)$ при одинаковых приращениях Θ сгущаются. Отмеченные нелинейности магнитных характеристик чрезвычайно осложняют определение мгновенных значений фазного тока $I_\phi(\Theta)$ и момента $M_\phi(\Theta)$ по уравнениям (2) и (3).

Наибольшие сложности связаны с определением функции $M_\phi(\Theta)$, предполагающим, в соответствии с выражением (2), предварительное нахождение нелинейной зависимости мгновенного значения коээнергии W'_k от фазного тока I_ϕ и положения ротора Θ и последующее ее дифференцирование по Θ . При решении некоторых задач, например при выборе главных размеров ВИМ на стадии проектирования или при определении алгоритмов управления для обеспечения заданных статических и динамических показателей привода, иногда оказывается достаточным информации о среднем значении момента за цикл коммутации фазы $M_{\phi,ср}$. В общем случае это можно осуществить при пошаговом интегрировании уравнения (1), которое для этого представляют в виде [4]

$$\Psi_k = \int (U_{\phi k} - I_{\phi k} R_\phi) dt = [\Psi_k] + (U_{\phi k} - I_{\phi k} R_\phi) \frac{\Delta \Theta}{\omega}, \quad (4)$$

где $\Psi_k, [\Psi_k]$ — значения потокосцепления фазы на текущем и предыдущем шагах интегрирования; $\Delta \Theta$ — приращение угла Θ ; ω — скорость. На каждом шаге по найденному значению Ψ_k и известному значению Θ с использованием семейства нелинейных магнитных характеристик $\Psi(I_\phi, \Theta)$ определяется новое значение фазного тока I_ϕ , которое затем на следующем шаге интегрирования подставляется в уравнение (4), и т.д. В принципе, такие вычисления могут быть реализованы на ЭВМ с

использованием любого математического пакета, например MATLAB, при формировании соответствующего программного модуля.

В результате получают совокупность рабочих точек Ψ и I_{ϕ} , определяющих зависимость $\Psi(I_{\phi})$ в пределах цикла коммутации фазы, по которой известными из электромеханики методами [4] находят значение $M_{\phi, \text{ср}}$. Однако, как показывает опыт, существует достаточно много постановок задач в отношении ВИП (например, связанных с определением алгоритмов управления с минимизацией пульсаций электромагнитного момента или оптимизации энергетических показателей привода), при решении которых требуется информация о мгновенных значениях фазных токов и моментов ВИМ.

Далее кратко рассмотрен известный метод аналитического определения мгновенных значений фазных токов и моментов [3, 5], показаны его ограничения и предложены реализованные в среде MATLAB–SIMULINK уточненные методы с использованием реальных нелинейных таблично заданных магнитных характеристик ВИМ и метод на основе нормализованных кривых Миллера.

Расчеты на основе кусочно-линейной аппроксимации магнитных характеристик ВИМ. Один из относительно простых подходов к определению мгновенных значений фазных токов и моментов ВИМ в имитационных моделях основан на использовании кусочно-линейной аппроксимации ее магнитных характеристик. Если принять, что начало участка насыщения на каждой из реальных кривых $\Psi(I_{\phi})$ при различных значениях Θ соответствует одному и тому же значению тока $I_{\text{нас}}$, их в первом приближении можно представить состоящими из двух участков (штриховые линии на рис. 1).

При $I_{\phi} < I_{\text{нас}}$ они достаточно точно аппроксимируются прямыми линиями с наклоном, пропорциональным площади перекрытия полюсов. Наклон насыщенных участков при $I_{\phi} > I_{\text{нас}}$ для всех кривых $\Psi(I_{\phi})$ принимается одинаковым и совпадающим с наклоном этих кривых в начале перекрытия полюсов. Это приводит к достаточно простым и удобным для использования в имитационных моделях выражениям для фазных тока и момента. В линейной зоне работы ВИМ фазный ток определяется как

$$I_{\phi}(\Theta) = \frac{\Psi(\Theta)}{L(\Theta)}, \quad (5)$$

где $\Psi(\Theta) = \int [U_{\phi}(\Theta) - I_{\phi}(\Theta)R_{\phi}] dt$; $U_{\phi}(\Theta)$ – фазное напряжение; R_{ϕ} – сопротивление фазы.

Уравнение для фазного момента имеет вид

$$M_{\phi}(\Theta) = \frac{1}{2} I_{\phi}^2(\Theta) \frac{dL(\Theta)}{d\Theta}. \quad (6)$$

В режиме локального насыщения полюсов при $I_{\phi} > I_{\text{нас}}$ фазный ток определяется как

$$I_{\phi}(\Theta) = I_{\text{нас}} + \frac{\Psi(\Theta) - I_{\text{нас}}L(\Theta)}{L_{\text{рас}}}, \quad (7)$$

а фазный момент —

$$M_{\phi}(\Theta) = \left(I_{\text{нас}}I_{\phi}(\Theta) - \frac{1}{2}I_{\text{нас}}^2 \right) \frac{dL(\Theta)}{d\Theta}, \quad (8)$$

где $L(\Theta)$, $L_{\text{рас}}$ — соответственно индуктивность фазы (в зависимости от углового положения Θ взаимодействующих полюсов статора и ротора) и ее значение при рассогласованном положении полюсов.

Несомненным достоинством такого подхода является то, что ток I_{ϕ} и момент M_{ϕ} в режиме локального насыщения ВИМ, как и в линейном режиме, выражаются через индуктивность $L(\Theta)$, соответствующую линейному режиму ее работы. Поэтому для имитации нелинейных свойств каждой фазы ВИМ оказывается достаточным лишь соответствующим образом задать зависимость $L(\Theta)$ для линейного режима с переключением алгоритмов расчета тока и момента. В простейшем случае функция $L(\Theta)$ в имитационной модели может быть задана ломаной линией, а в уточненном варианте — сочетанием линейных и нелинейных, например логарифмических, зависимостей.

На рис. 2, а показана реализация блока формирования $L(\Theta)$ в среде MATLAB–SIMULINK при линейной аппроксимации реальной кривой в зоне рассогласованного положения взаимодействующих зубцов статора и ротора. Изменение $L(\Theta)$ на соответствующих угловых интервалах формируется на входах переключателей Switch1–Switch4, которые управляются в функции текущего значения Θ . Их переключение соответствует характерным положениям ротора, показанным на рис. 1, т.е. $\Theta = \Theta_1 = \Theta_{\text{рас}}$; $\Theta = \Theta_2 = \Theta_{\text{согл}}$; $\Theta = \Theta_3 = \Theta_{\text{согл}} + \gamma_{\text{согл}}$; $\Theta = \Theta_4 = \Theta_{\text{согл}} + \gamma_{\text{пер}} + \gamma_{\text{согл}}$, где $\gamma_{\text{согл}} = 2(\Theta_{\text{max}} - \Theta_{\text{рас}})$; $\gamma_{\text{пер}} = \Theta_{\text{согл}} - \Theta_{\text{рас}}$.

Блок легко трансформируется для имитации нелинейного участка $L(\Theta)$ в зоне рассогласованного положения зубцов статора и ротора ВИМ. Для этого в него вводится дополнительная подсистема LR, реализующая нелинейную часть кривой $L(\Theta)$. Она подключается, как показано штриховыми линиями на рис. 2, а, к соответствующему входу Switch1, от которого предварительно отключен сигнал $L_{\text{рас}} = \text{const}$. На вход LR подается текущее значение Θ .

Расчет кривых $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$ осуществляется в модели (рис. 2, б), которую условно обозначим *IMKLA*, причем зависимость $I_{\phi}(\Theta)$ при $I_{\phi} < I_{\text{нас}}$ формируется непосредственно на выходе блока Product1, а

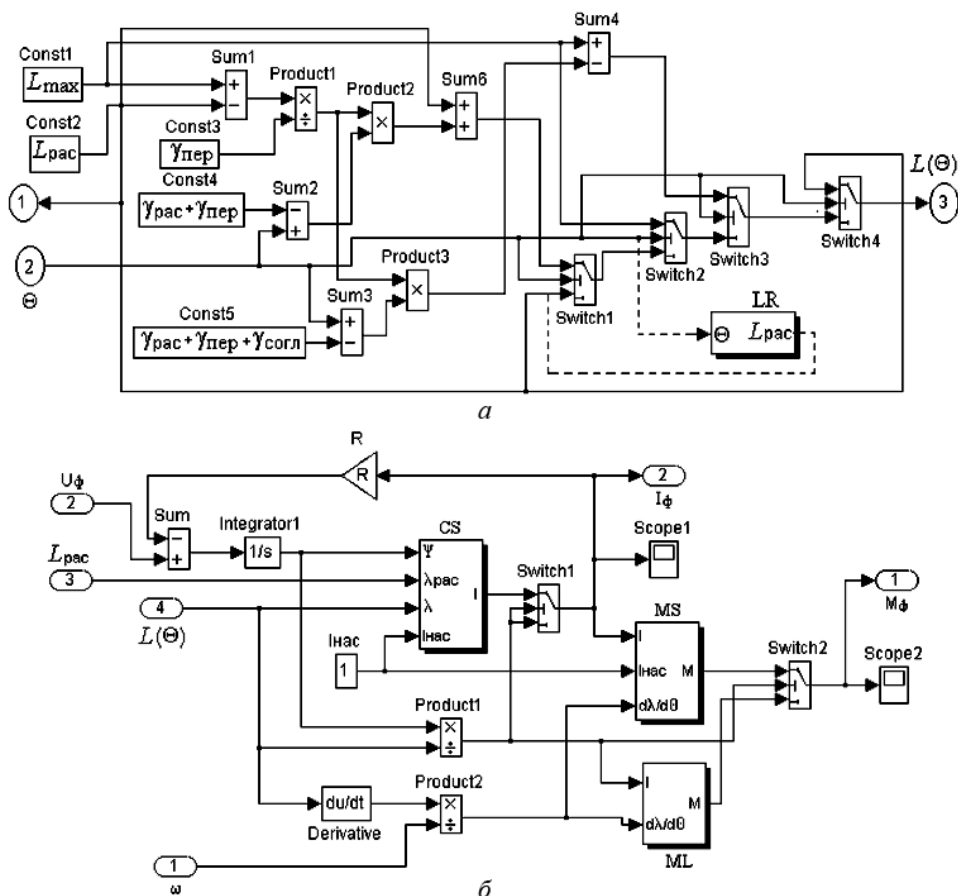


Рис. 2. Блок (а) формирования кривой $L(\Theta)$ и модель *IMKLA* (б) для расчета $I_\phi(\Theta)$ и $M_\phi(\Theta)$

при $I_\phi > I_{нас}$ — подсистемой CS. Фазный момент при $I_\phi > I_{нас}$ формируется подсистемой MS, а при $I_\phi < I_{нас}$, подсистемой ML. Переключенные алгоритма расчета тока I_ϕ и момента M_ϕ в функции текущего значения фазного тока I_ϕ осуществляется блоками Switch1 и Switch2. Падение напряжения на активном сопротивлении фазы учитывается соответствующим значением коэффициента передачи блока R.

Именно при таком подходе к построению имитационной модели ВИМ удалось ответить на ряд важных в отношении ВИП вопросов — определить условия реализации и характеристики режимов постоянства выходной мощности и полного использования установленной мощности инвертора, исследовать аномальные явления в приводе, обосновать подходы к построению алгоритмов управления с компенсацией пульсаций момента и т.п. [3].

Однако при исследовании некоторых других режимов работы ВИМ принятая здесь аппроксимация ее магнитных характеристик может

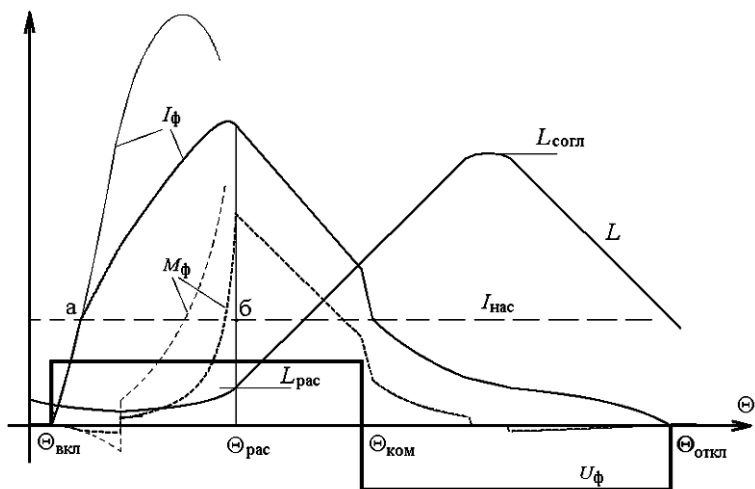


Рис. 3. Изменение параметров ВИМ в цикле коммутации фазы

оказаться недопустимо грубой, поскольку получаемые с ее использованием количественные и даже качественные оценки становятся неприемлемыми. Для пояснения сказанного обратимся к рис. 3, на котором кроме фазной индуктивности $L(\Theta)$, показаны также фазное напряжение $U_\phi(\Theta)$ и рассчитанные по приведенным выше выражениям фазные ток $I_\phi(\Theta)$ и момент $M_\phi(\Theta)$.

Включение фазы ВИМ происходит подачей на нее положительного импульса напряжения $U_\phi(\Theta)$ в угловом положении ротора $\Theta_{\text{вкл}}$ с некоторым упреждением относительно начала перекрытия взаимодействующих полюсов статора и ротора при угле $\Theta_{\text{рас}}$. Поскольку индуктивность фазы $L(\Theta)$ в рассогласованном положении полюсов минимальна (см. рис. 3), ток $I_\phi(\Theta)$ на угловом интервале между $\Theta_{\text{вкл}}$ и $\Theta_{\text{рас}}$ быстро нарастает. Отметим, что именно поэтому изменение углового положения включения фазы $\Theta_{\text{вкл}}$ широко используют для регулирования амплитуды фазного тока и, следовательно, момента. С изменением полярности фазного напряжения $U_\phi(\Theta)$ в положении $\Theta_{\text{ком}}$ начинается процесс отключения фазы, заканчивающийся при угле $\Theta_{\text{откл}}$.

При значительных упреждениях включения фазы, как показано на рис. 3, ток I_ϕ достигает значения $I_{\text{нас}}$ (точка “а” на рис. 3) намного раньше начала перекрытия полюсов в положении $\Theta_{\text{рас}}$, с которого при соответствующих уровнях фазного тока начинает заметно проявляться их локальное насыщение. Однако, как следует из сказанного выше, в данном случае именно факт нарастания фазного тока до значения $I_{\text{нас}}$ служит сигналом перехода на изменение алгоритма расчета фазных тока $I_\phi(\Theta)$ и момента $M_\phi(\Theta)$. Как следствие при $I_\phi = I_{\text{нас}}$ наблюдается излом кривых $I_\phi(\Theta)$ и $M_\phi(\Theta)$.

Для сравнения на рис. 3 тонкими линиями показаны участки кривых $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$ от момента включения фазы до начала перекрытия полюсов (между точками “а” и “б”), рассчитанные по формулам (5) и (6) для линейного режима работы ВИМ. Как следует из рис. 3, формулы для линейного режима дают бóльшие значения фазных тока и момента на этом угловом интервале. Очевидно, что из-за краевых эффектов и потоков рассеяния реальные кривые $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$ на этом угловом интервале при тех же условиях коммутации будут располагаться между соответствующими кривыми, показанными на рис. 3.

Таким образом, из анализа кривых $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$, рассчитанных по приведенным выше соотношениям, можно сделать вывод о том, что принудительный переход на расчет тока и момента по соотношениям (7) и (8) при достижении током значения $I_{\text{нас}}$ дает заниженные значения. Кроме того, дополнительные ошибки при определении $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$ может вносить и допущение о линейности и параллельности между собой участков магнитных характеристик $\Psi(I_{\phi})$ при различных Θ в режиме локального насыщения (см. рис. 1). Более достоверное воспроизведение в имитационных моделях привода характера зависимостей $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$ возможно только при более полном учете характерных нелинейностей ВИМ.

Расчеты на основе таблично заданных нелинейных магнитных характеристик ВИМ. Магнитные характеристики ВИМ в виде функциональной связи между потокосцеплением Ψ , фазным током I_{ϕ} и положением ротора Θ получают, как правило, либо в результате экспериментальных исследований, либо численного расчета магнитной цепи ВИМ, например, методом конечных элементов [6]. В любом случае, исходя из удобства проведения натуральных или численных экспериментов, обычно задаются рядом фиксированных положений ротора Θ с некоторым минимальным шагом. Для каждого из этих положений указывают значения тока I_{ϕ} , по которым тем или иным способом определяют соответствующие им значения потокосцепления Ψ .

В результате имеют табличную зависимость потокосцепления Ψ от двух независимых переменных — фазного тока I_{ϕ} и положения ротора Θ , как показано на рис. 1 сплошными линиями. С принципиальных позиций при использовании реальных нелинейных магнитных характеристик ВИМ, заданных в виде таблиц числовых значений Ψ , I_{ϕ} и Θ или соответствующих им графиков, наиболее просто найти зависимость $I_{\phi}(\Theta)$, поскольку фазный ток I_{ϕ} и положение ротора Θ являются двумя из трех переменных, обуславливающих, как уже отмечалось, вид этих характеристик.

Фазный ток $I_{\phi}(\Theta)$ непосредственно определяют по магнитным характеристикам, если предварительно установлена зависимость по-

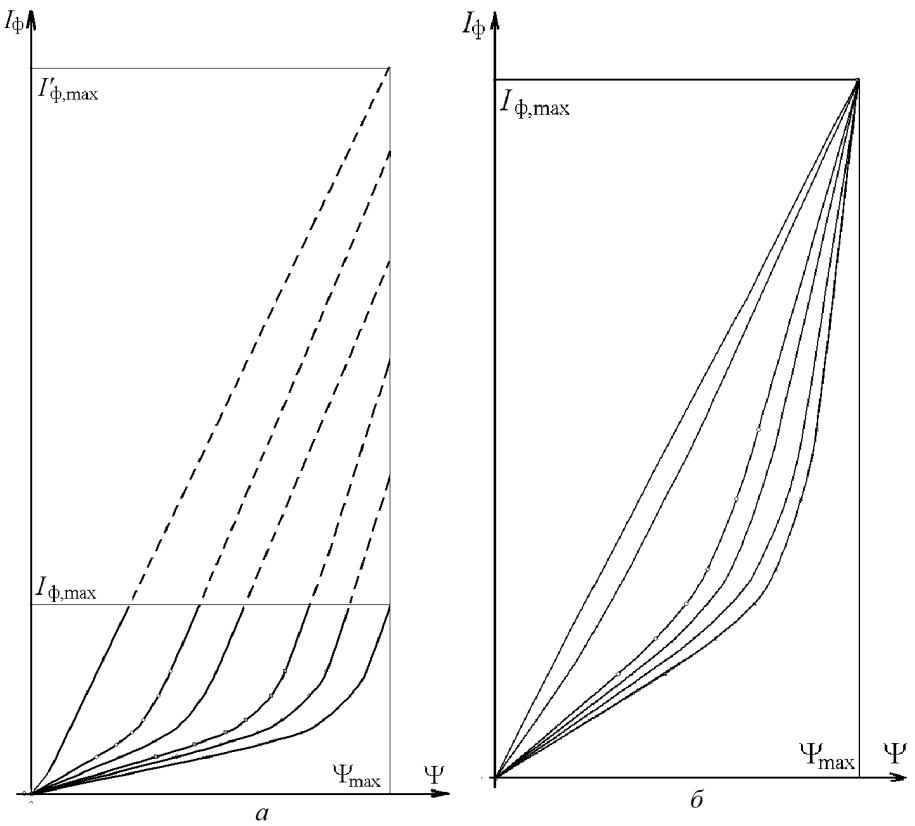


Рис. 4. Вид магнитных характеристик ВИМ, исходных (а) и с нелинейностями преобразования (б), для определения фазного тока

токосцепления Ψ от положения ротора Θ , например из решения уравнения (1). В этом уравнении, как обычно, напряжение на фазе $U_\phi(\Theta)$ рассматривается как входное воздействие и предполагается заданным.

Однако следует обратить внимание на то, что для определения зависимости $I_\phi(\Theta)$ по такому способу магнитные характеристики должны быть представлены в виде функции фазного тока I_ϕ от потокосцепления Ψ и положения ротора Θ , т.е. в виде $I_\phi(\Psi, \Theta)$. На первый взгляд кажется, что необходимые зависимости могут быть получены из исходных зависимостей $\Psi(I_\phi, \Theta)$ лишь поворотом координатных осей I_ϕ , Ψ на соответствующий угол с сохранением прежних максимальных значений переменных по этим координатам $I_{\phi, \max}$ и Ψ_{\max} (сплошные линии на рис. 4, а). Однако необходимо иметь в виду, что в данном случае уже потокосцепление Ψ должно рассматриваться как независимая переменная и диапазон ее изменения для всех промежуточных положений ротора Θ должен быть одинаков. Поэтому, как показано на рис. 4, а штриховыми линиями, исходные зависимости $\Psi(I_\phi)$ для каждого значения Θ должны быть соответствующим образом доопределены.

Данные для недостающих нерабочих участков кривых $I_{\phi}(\Psi, \Theta)$ могут быть получены на основе экстраполяции их рабочих участков. Однако, как видно на рис. 1, наибольшая нелинейность исходных характеристик по Θ наблюдается в окрестности начала и полного перекрытия полюсов, поэтому, чтобы полнее отразить реальные особенности этих кривых, приращение Θ должно выбираться достаточно малым. Положение участка с наибольшей нелинейностью по Ψ на каждой кривой зависит от Θ .

Аналогично для более достоверного учета характерной нелинейности кривых $I_{\phi}(\Psi)$, особенно в начале перекрытия полюсов, приращение Ψ также должно быть достаточно малым. В результате при экстраполяции данных размерность получаемого числового массива, определяющего зависимости $I_{\phi}(\Psi, \Theta)$, может оказаться чрезмерно большой. Соответственно, как видно на рис. 4, а, максимальное значение тока I_{ϕ} на этих кривых возрастает до значения $I'_{\phi, \max}$, которое может значительно превышать реальное значение $I_{\phi, \max}$. Для уменьшения размерности массива данных без потери информации как альтернатива экстраполяции может быть использовано предварительное нелинейное преобразование исходных данных реальной зависимости $I_{\phi}(\Psi, \Theta)$ к виду, показанному на рис. 4, б.

Для этого, как видно на рис. 4, б, достаточно значения тока I_{ϕ} (для всех исходных кривых $I_{\phi}(\Psi)$ в пределах их рабочих участков при рассогласованном положении полюсов или их частичном перекрытии) умножить на коэффициент, определяемый как отношение максимального значения потокосцепления кривой для согласованного положения полюсов и максимального значения потокосцепления на данной кривой в промежуточном положении полюсов. Обратим внимание на то, что пределы изменения переменных в преобразованных зависимостях остаются прежними, т.е. не превышают $I_{\phi, \max}$, Ψ_{\max} , как в исходных зависимостях $\Psi(I_{\phi}, \Theta)$. Важно также подчеркнуть, что описанное выше нелинейное преобразование зависимости $I_{\phi}(\Psi, \Theta)$ делается исключительно в целях уменьшения размерности определяющего ее числового массива. Поэтому, если в процессе такого преобразования не происходит потери информации, это не сказывается на точности получаемой зависимости $I_{\phi}(\Theta)$.

Расчет кривой **фазного момента** $M_{\phi}(\Theta)$ по выражению (2) с учетом реальной нелинейности магнитных характеристик ВИМ, как уже отмечалось, ведет к громоздким пошаговым вычислениям, вследствие того, что коэнергия W' является нелинейной функцией двух переменных — положения ротора Θ и фазного тока I_{ϕ} , причем ток I_{ϕ} также нелинейно зависит от Θ . Однако процедура определения $M_{\phi}(\Theta)$ в имитационной модели ВИМ может быть значительно упрощена, если

указанные нелинейности рассматривать поочередно. Математически это интерпретируется следующим образом: исходная нелинейная зависимость $W'(I_{\Phi}, \Theta)$ представляется в виде произведения двух промежуточных нелинейных функций, например α и β , каждая из которых зависит только от одной переменной, т.е.

$$W'(I_{\Phi}, \Theta) = \alpha(I_{\Phi})\beta(\Theta). \quad (9)$$

В результате процедура определения зависимости $M_{\Phi}(\Theta)$ разделяется на два этапа.

На первом, предварительном этапе задаются (с некоторым шагом) рядом фиксированных значений фазного тока $I_{\Phi i}$. Для каждого значения $I_{\Phi i}$, задаваясь приращением угла $\Delta \Theta = \Theta_{j+1} - \Theta_j$, с использованием соответствующих магнитных характеристик определяют изменение коэнергии $\Delta W'(I_{\Phi i}, \Theta) = W'(I_{\Phi i}, \Theta_{j+1}) - W'(I_{\Phi i}, \Theta_j)$. При принятых обозначениях это проиллюстрировано на рис. 5, а, где изменение коэнергии $\Delta W'(I_{\Phi i}, \Theta)$ представлено площадью криволинейного треугольника OAB . Далее по формуле (2), которую для этого записывают в виде

$$M_{\Phi}(I_{\Phi i}, \Theta) = \left. \frac{\partial W'(I_{\Phi i}, \Theta)}{\partial \Theta} \right|_{I_{\Phi i} = \text{const}} = \frac{\Delta W'(I_{\Phi i}, \Theta)}{\Delta \Theta}, \quad (10)$$

определяют зависимость фазного момента от положения, соответствующую данному значению фазного тока. Отметим, что получаемые таким образом кривые фазного момента широко используются в теории традиционных электрических машин и электропривода и получили название статических угловых характеристик. На рис. 5, б показан примерный вид этих характеристик ВИМ для четырех значений фазного тока $I_1 < I_2 < I_3 < I_4$. Как обычно, положительные значения момента соответствуют двигательному режиму работы ВИМ, отрицательные — генераторному.

На втором этапе с использованием массива данных, определяющих статические угловые характеристики ВИМ $M_{\Phi}(I_{\Phi i}, \Theta)$, и найденной ранее зависимости $I_{\Phi}(\Theta)$ находят искомую зависимость $M_{\Phi}(\Theta)$.

На рис. 6 показан вариант реализации по такому принципу имитационной модели фазы ВИМ в среде MATLAB–SIMULINK, которую в дальнейшем условно обозначим *IMTF*. Двумерные массивы данных, определяющих магнитные характеристики и статические угловые характеристики ВИМ в виде, показанном на рис. 4, б и 5, б, задаются соответствующей настройкой параметров блоков Look-Up Table (n-D)1 и Look-Up Table (n-D)2. Аналогично в блоке формирования одномерной таблицы Look-Up Table задается нелинейная зависимость, обеспечивающая взаимное соответствие магнитных характеристик ВИМ, приведенных на рис. 4, а и 4, б.

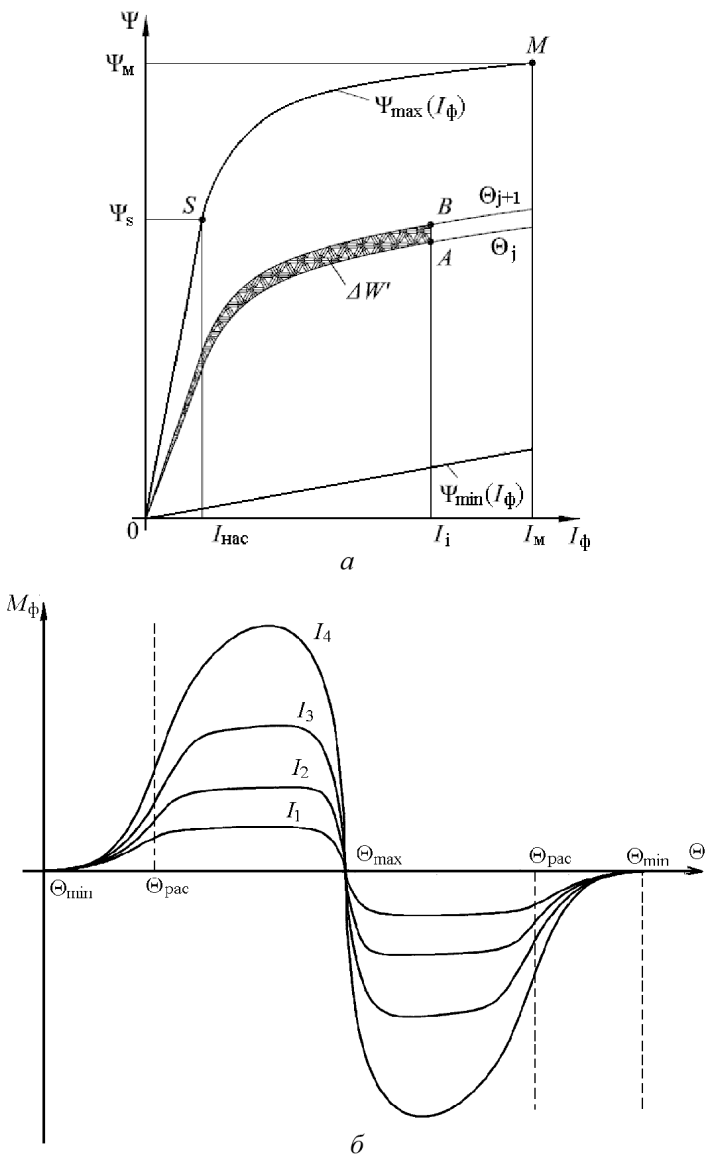


Рис. 5. К принципу определения фазного момента ВИМ в модели *IMTF* (магнитные (а) и статические угловые (б) характеристики ВИМ)

Из рис. 6 следует, что при наличии достоверной информации о магнитных характеристиках ВИМ и их соответствующем представлении удастся при относительно простой структуре модели адекватно учесть ее наиболее характерные нелинейности. Однако при этом, конечно, необходимо иметь в виду, что сказанное в полной мере относится только к конкретному экземпляру ВИМ, параметры которой использованы при построении модели, либо, в лучшем случае, к некоторому классу геометрически подобных ей машин, когда различие их магнитных характеристик можно пренебречь. В тех же случаях, когда желательно

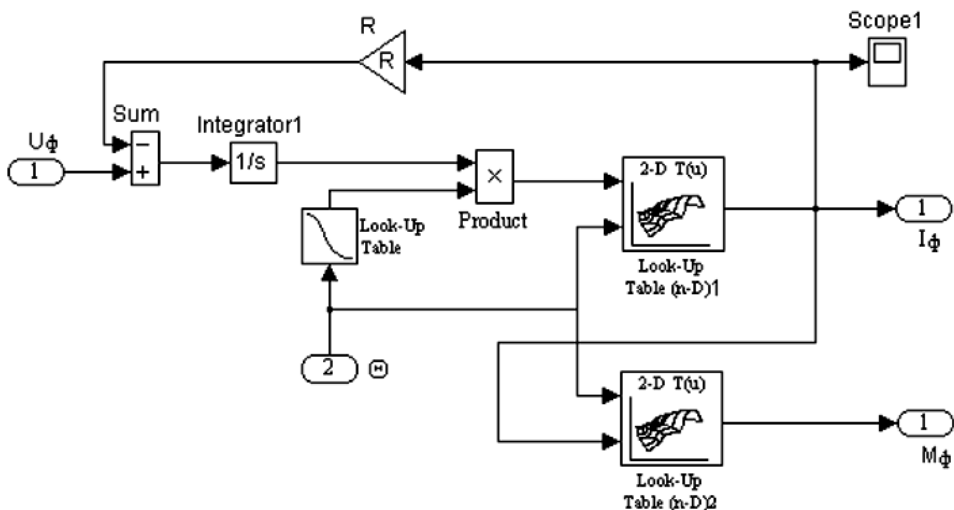


Рис. 6. Схема формирования фазного тока и момента в модели *IMTF* с использованием таблично заданных нелинейных магнитных характеристик ВИМ

иметь нелинейную модель ВИМ с возможностью гибкого изменения ее геометрических параметров, свойств используемых материалов и т.п., необходимо при построении модели использовать другие подходы.

Расчеты на основе универсальных нормированных кривых Миллера. Т. Миллером в работах [7, 8] установлено, что если кривые намагничивания ВИМ представить в виде зависимостей $\Psi(\Theta)$ для ряда значений фазного тока I_ϕ , как на рис. 7, а, где показаны кривые для четырех значений тока ($I_1 < I_2 < I_3 < I_4$), а затем их соответствующим образом нормировать, используя выражения

$$y(x) = \frac{\Psi(x) - \Psi_{\min}}{\Psi_{\max} - \Psi_{\min}} \quad (11)$$

и

$$x = \frac{\Theta - \Theta_{\min}}{\Theta_{\max} - \Theta_{\min}}, \quad (12)$$

то полученные зависимости $y(x)$ при различных значениях I_ϕ практически совпадают. Здесь Ψ_{\max} — потокосцепление в положении ротора Θ_{\max} (см. рис. 1), Ψ_{\min} — потокосцепление в положении ротора Θ_{\min} ; $\Psi(x)$ — потокосцепление в промежуточном положении ротора x . Отметим, что в выражении (11) потокосцепления Ψ , Ψ_{\max} , Ψ_{\min} определяются при одном и том же значении тока.

Усредненная кривая $y(x)$, вид которой показан на рис. 7, б, получила в литературе название кривой Миллера. Координаты $x_{\text{рас}}$, $x_{\text{согл}}$ на рис. 7, б определяются из выражения (12) соответственно при $\Theta = \Theta_{\text{рас}}$ и $\Theta = \Theta_{\text{согл}}$. На основе зависимости $y(x)$, которая, по сути, с некоторым приближением отражает особенности геометрии магнитной системы конкретного экземпляра ВИМ, можно установить вид

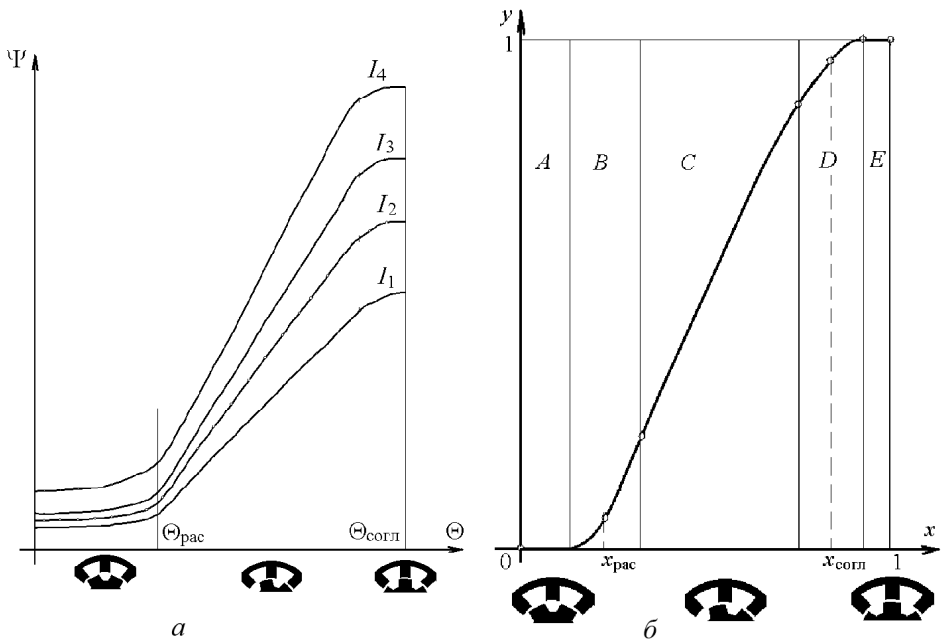


Рис. 7. Графики зависимостей $\Psi(\Theta)$ (а) и нормированная кривая $y(x)$ (б) ВИМ

ее магнитных характеристик в промежуточных положениях ротора Θ по известным кривым намагничивания в рассогласованном ($\Theta_{рас}$) и согласованном ($\Theta_{согл}$) положениях. Миллером предложен также вариант аналитической аппроксимации кривых намагничивания в рассогласованном и согласованном положениях ротора и нормированной кривой $y(x)$.

Характерный вид кривых $\Psi_{\min}(I_{\phi})$ и $\Psi_{\max}(I_{\phi})$ показан на рис. 5, а. Зависимость $\Psi_{\min}(\Theta)$ принимается линейной во всем диапазоне изменения фазного тока I_{ϕ} , т.е.

$$\Psi_{\min}(I_{\phi}) = I_{\phi}(\Theta)L_{\min}, \quad (13)$$

где L_{\min} — индуктивность фазы в положении ротора Θ_{\min} (см. рис. 1). Кривая $\Psi_{\max}(\Theta)$ разбивается на два участка. Левее точки S при $I_{\phi} < I_{нас}$ зависимость $\Psi_{\max}(I_{\phi})$ также аппроксимируется линейной функцией

$$\Psi_{\max}(I_{\phi}) = I_{\phi}(\Theta)L_{\max}, \quad (14)$$

где L_{\max} — индуктивность фазы в положении ротора Θ_{\max} (см. рис. 1).

На нелинейном участке от точки S до точки A кривая $\Psi_{\max}(I_{\phi})$ аппроксимируется параболической функцией

$$(\Psi_{\max} - \Psi_{нас0})^2 = 4a (I_{\phi}(\Theta) - I_{нас0}), \quad (15)$$

где $I_{нас0} = I_{нас} - \frac{a}{L_{рас}^2}$; $\Psi_{нас0} = \Psi_{нас} - \frac{2a}{L_{\min}}$; $a = \frac{\Delta\Psi^2}{4(\Delta I - \Delta\Psi/L_{\min})}$;

$$\Delta\Psi = \Psi_A - \Psi_S; \Delta I = I_{\phi} - I_{нас}.$$

Нормированная кривая $y(x)$ по выделенным на рис. 7, б участкам может аппроксимироваться различными функциями, например, как это предложено в работе [8], но используемые выражения достаточно громоздки и здесь не приводятся.

Фазный ток I_ϕ определяется из решения уравнения (11) при подстановке выражений для $\Psi_{\min}(I_\phi)$ и $\Psi_{\max}(I_\phi)$ соответственно из выражений (13) и (14) при $I_\phi < I_{\text{нас}}$ или (15) при $I_\phi > I_{\text{нас}}$.

Общее выражение для фазного момента M_ϕ с учетом принятых обозначений принимает вид

$$M_\phi = \frac{1}{\Theta_{\max} - \Theta_{\min}} \frac{dy(x)}{dx} \int_0^{I_\phi} (\Psi_{\max} - \Psi_{\min}) dI_\phi. \quad (16)$$

Из формулы (16) при подстановке $\Psi_{\max}(I_\phi)$ и $\Psi_{\min}(I_\phi)$ из выражений (14) и (13) определяется момент M_ϕ при $I_\phi < I_{\text{нас}}$, а при подстановке $\Psi_{\max}(I_\phi)$ из выражения (15) находится момент M_ϕ при $I_\phi > I_{\text{нас}}$.

Модель фазы, построенная в среде MATLAB–SIMULINK с использованием приведенных выражений, показана на рис. 8. В этой модели,

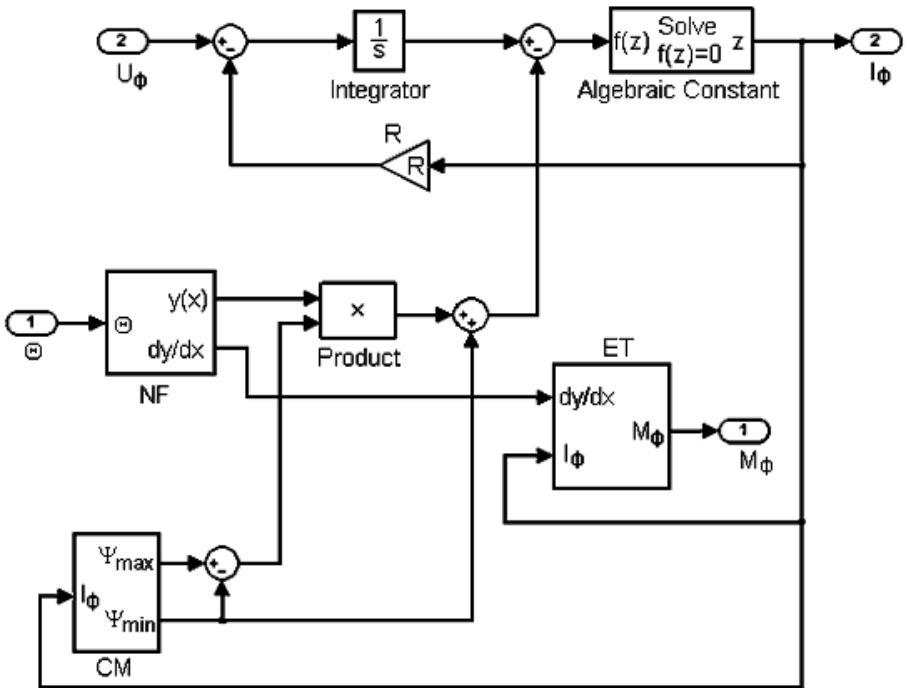


Рис. 8. Схема формирования фазных тока и момента в модели *ИМКМ* на основе кривых Миллера

которую по аналогии с предыдущими моделями условно обозначим $ИМКМ$, подсистема $СМ$ реализует зависимости $\Psi_{\max}(I_{\phi})$ и $\Psi_{\min}(I_{\phi})$, подсистема NF — зависимость $y(x)$. Как показано на рис. 7, б, эта кривая, согласно [8], разбита на пять характерных зон — A, B, C, D, E . В зонах A и E принимается $y = \text{const}$. В зонах B и D , соответствующих окрестностям начала и полного перекрытия полюсов, $y(x)$ представляется гармоническими функциями, а в зоне C — линейной зависимостью. В блоке Algebraic Constant в каждый момент времени определяется значение фазного тока, при котором выполняется равенство (11). В подсистеме NF рассчитываются также значения $dy(x)/dx$ в зависимости от текущего значения угла Θ , а в подсистеме ET — момент фазы M_{ϕ} .

Легко видеть, что при использовании этого способа за счет соответствующего изменения вида зависимости $y(x)$ в модели появляется возможность достаточно просто варьировать геометрические параметры ВИМ.

Достоинства рассмотренного метода следующие:

- 1) высокая скорость вычислений благодаря использованию простых аналитических зависимостей, позволяющих достаточно точно описывать все нелинейности;
- 2) простота построения модели (отсутствует необходимость формирования двумерных массивов данных, как в предыдущем методе);
- 3) легкость настройки на определенный тип ВИМ путем изменения коэффициентов в математических выражениях.

В тех случаях, когда получаемая точность расчета зависимостей $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$ недостаточна, можно усовершенствовать модель введением переменных коэффициентов, корректирующих форму кривой $y(x)$ в функции фазного тока. Таким образом, будет исключена потеря информации, которая происходит при усреднении семейства нормированных кривых одной кривой.

Качественное представление о точности расчетов можно получить из рис. 1, где дополнительно тонкими сплошными линиями показан ряд магнитных характеристик ВИМ, полученных в результате обратного преобразования аналитического представления зависимостей $\Psi_{\min}(\Theta)$ и $\Psi_{\max}(\Theta)$ в соответствии с формулами (13)–(15) и нормированной кривой Миллера. Как видно на рис. 1, расчетные зависимости достаточно близки к экспериментальным характеристикам, снятым при тех же условиях (толстые сплошные линии), причем они практически сливаются в зоне локального насыщения полюсов ВИМ, а наибольшее расхождение между ними наблюдается в зоне наибольшей кривизны каждой кривой $\Psi(I_{\phi})$.

Примеры результатов моделирования. Как следует из рис. 1, расчетные магнитные характеристики $\Psi(I_{\phi}, \Theta)$, полученные на основе нормированных кривых Миллера, практически совпадают с аналогичными экспериментальными зависимостями. Тогда в первом приближении можно считать, что получаемые на их основе результаты расчета зависимостей $I_{\phi}(\Theta)$ и $M_{\phi}(\Theta)$ также будут достаточно близки. Поэтому здесь ограничимся только сопоставлением кривых фазного тока $I_{\phi}(\Theta)$ в характерных режимах работы ВИМ — в линейном режиме (в соответствии с условиями модели *МКЛА*) и в режиме локального насыщения магнитной системы, рассчитанных при одинаковых условиях на моделях *МКЛА* (см. рис. 2) и *ИМТФ* (см. рис. 6). При этом за основу, очевидно, следует принять результаты расчетов в модели *ИМТФ*, как более достоверно учитывающей электромагнитные свойства ВИМ.

Линейный режим работы ВИМ. На рис. 9, а показаны в относительных единицах кривые фазного тока $I_{\phi}^*(\Theta^*)$, рассчитанные, на модели *МКЛА* (пунктирная линия) и *ИМТФ* (сплошная линия) для условий работы ВИМ на границе насыщения, принимаемых в модели *МКЛА*. Здесь и далее за базовое значение фазного тока принято $I_{\phi, \text{баз}} = I_{\text{нас}}$. Угловые перемещения измеряются в долях углового интервала частичного перекрытия полюсов, т.е. $\gamma_{\text{баз}} = \Theta_{\text{согл}} - \Theta_{\text{рас}}$. Таким образом, имеем $I_{\phi}^* = I_{\phi}/I_{\text{нас}}$, $\Theta^* = \Theta/\gamma_{\text{баз}}$. За начало отсчета Θ^* принято начало перекрытия полюсов в положении $\Theta_{\text{рас}}$. Кроме того, для удобства сопоставления результатов расчета на рис. 9, а показана в относительных единицах кривая изменения фазной индуктивности $L^*(\Theta^*)$. Базовое значение индуктивности соответствует ее значению в согласованном положении $\Theta_{\text{согл}}$ полюсов ВИМ, т.е. $L_{\text{баз}} = L_{\text{согл}}$, и относительная индуктивность определена как $L^* = L/L_{\text{согл}}$.

Известно [5], что при соответствующем выборе амплитуды фазного напряжения и положения включения фазы рассчитанный в модели *МКЛА* фазный ток имеет трапецеидальную форму (как показано на рис. 9, а). Из сопоставления приведенных на рис. 1 кривых видно, что при $I_{\phi} < I_{\text{нас}}$ реальные магнитные характеристики большей частью практически сливаются с аппроксимирующими зависимостями. Поэтому при одинаковом уровне напряжения питания и прочих равных условиях от начала включения фазы до момента начала перекрытия полюсов обе кривые $I_{\phi}^*(\Theta^*)$, рассчитанные соответственно на моделях *МКЛА* и *ИМТФ*, как видно на рис. 9, а, также практически сливаются. В непосредственной окрестности положения $\Theta_{\text{рас}}^*$ и тока $I_{\phi}^* = 1$ модель *МКЛА* дает примерно на 15% заниженное значение тока I_{ϕ}^* , что обусловлено соответствующим расхождением реальных магнитных характеристик и принятой их аппроксимации (наличием излома в аппроксимирующих зависимостях при $I_{\phi}^* = 1$). Далее, в зоне

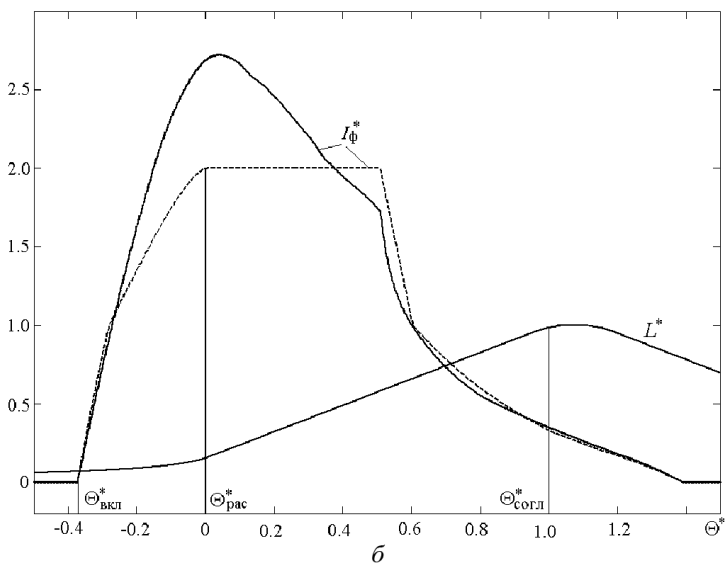
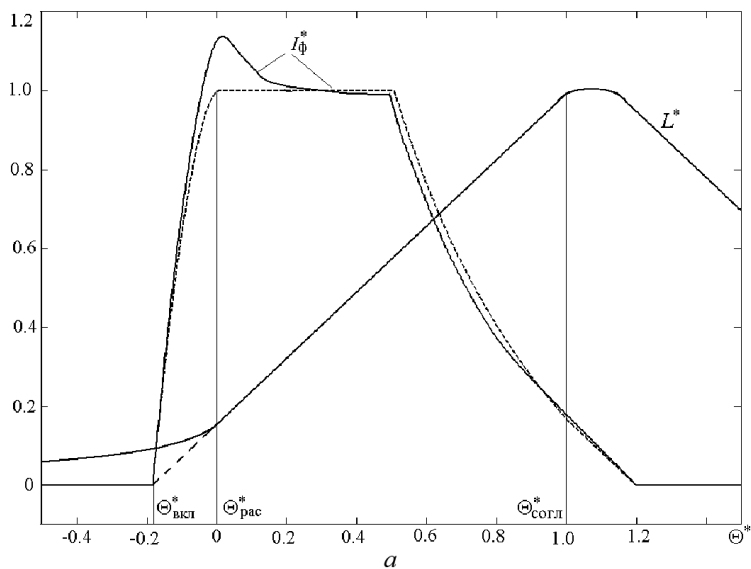


Рис. 9. Кривые фазного тока, рассчитанные на моделях *IMKLA* и *IMTF*:
a — линейный режим; *б* — режим локального насыщения

частичного перекрытия полюсов, как видно на рис. 1, аппроксимирующие зависимости располагаются несколько выше реальных, поэтому модель *IMKLA* по сравнению с моделью *IMTF* дает заниженные значения фазного тока I_{ϕ}^* на большей части углового интервала работы фазы, однако (см. рис. 9, *a*) расхождения между результатами расчетов не превышают 5%.

Режим локального насыщения ВИМ. В качестве примера на рис. 9, *б* показаны зависимости $I_{\phi}^*(\Theta^*)$ и $L^*(\Theta^*)$, рассчитанные на моделях *IMKLA* и *IMTF* при тех же условиях, что и I_{ϕ}^* , L^* на рис. 9, *a*,

но при увеличенном вдвое угловом упреждении включения фазы. При этом в соответствии с моделью *МКЛА* амплитуда тока возрастает в два раза, причем в зоне частичного перекрытия полюсов ток также остается неизменным до момента отключения фазы. Соответствующая кривая $I_{\phi}^*(\Theta^*)$ показана пунктирной линией на рис. 9, б.

При сопоставлении этой кривой с кривой $I_{\phi}^*(\Theta^*)$, рассчитанной в модели *ИМТФ*, видно, что они совпадают только на начальном этапе включения фазы, пока ток не достигает значения $I_{\phi}^* = 1$, которое соответствует границе насыщения, принятой в модели *МКЛА*, а далее модель *МКЛА* дает заниженные значения тока, причем максимальное расхождение составляет около 35%. Это обусловлено более существенным, чем в линейной зоне работы ВИМ, отклонением аппроксимирующих зависимостей от реальных магнитных характеристик (см. рис. 1). Обратим внимание также на существенную разницу в характере изменения тока в зоне частичного перекрытия полюсов. В соответствии с моделью *МКЛА* ток остается неизменным на уровне $I_{\phi}^* = 2$, в то время как по результатам расчетов в модели *ИМТФ* он спадает от значения I_{ϕ}^* , примерно равного 2,75, до значения $I_{\phi}^* = 1,75$.

Дополнительно проведенные эксперименты на моделях *МКЛА* и *ИМТФ* показали, что при изменении в реальных пределах (в обе стороны) положения включения фазы по отношению к рассмотренным выше основные закономерности в характере изменения токов и относительные количественные соотношения между ними практически остаются без изменений.

Таким образом, проведенные исследования позволяют заключить, что использование модели *МКЛА* не приводит к существенным качественным и количественным искажениям процессов в ВИМ, только когда не сказывается насыщение ее магнитной системы. При работе ВИМ в режиме локального насыщения, который является ее основным рабочим режимом, эта модель дает заниженные значения фазного тока и, соответственно, фазного момента (ошибка может достигать 30...40%).

Вместе с тем, модель *МКЛА* достаточно проста, наглядна и позволяет выделить в явном виде характерные режимы работы магнитной системы ВИМ — линейный режим и режим локального насыщения ее полюсов с относительно простыми соотношениями между параметрами и переменными привода. Это может быть удобным и полезным на предварительном этапе исследований при изучении тенденций и закономерностей в приводе на качественном уровне, когда на первый план выступает поведение привода в той или иной ситуации, например в аномальных режимах его работы и т.п. Для получения же достоверных

количественных соотношений в широком диапазоне изменения параметров и переменных ВИП, особенно при построении высокоточных алгоритмов с математической моделью в контуре управления, например, с целью минимизации пульсаций момента, следует использовать рассмотренные выше нелинейные модели ВИМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

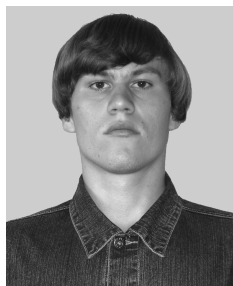
1. Ильинский Н. Ф. Перспективы развития регулируемого электропривода // Электричество. – 2003. – № 3. – С. 2–7.
2. Красовский А. Б. Применение имитационного моделирования для исследования вентильно-индукторного электропривода // Электричество. – 2003. – № 3. – С. 35–45.
3. Красовский А. Б. Имитационные модели в теории и практике вентильно-индукторного электропривода / Автореферат дис. . . . д-ра. техн. наук. – М.: МЭИ, 2004. – 40 с.
4. Miller T. J. E. Switched reluctance motors and their control. – Oxford: Magna Physics Publishing and Clarendon Press, 1993. – 205 p.
5. Бычков М. Г. Оптимизация режимов вентильно-индукторного электропривода средствами управления // Вестник МЭИ. – 1998. – № 3.
6. Srinivas K. N., Arumugam R. Finite element analysis combined circuit simulation of dynamic performances of switched reluctance motors // Electric Power Components and Systems. – 2000. – № 30. – P. 1033–1045.
7. Miller T. J. E., McGilp M. Nonlinear theory of the switched reluctance motor for rapid computer-aided design // Proc. Inst. Elect. Eng. Pt. B. – Nov. 1990. – Vol. 137. – № 6. – P. 337–347.
8. Miller T. J. E., Glinka M., Cossar C., Gallegos-Lopez G., Ionel D., Olaru M. // Ultra-fast model of the switched reluctance motor, in Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting, St. Louis, MO. – Oct. 1998. – P. 319–326.

Статья поступила в редакцию



Александр Борисович Красовский родился в 1954 г., окончил МЭИ в 1977 г. Д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой “Электротехника и промышленная электроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 научных работ в области дискретного электропривода.

A.B. Krasovskiy (b. 1954) graduated from the Moscow Institute for Power Engineering in 1977. D. Sc. (Eng.), professor, head of “Electrical Engineering and Industrial Electronics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 70 publications in the field of discrete electrical motor.



Сергей Александрович Кузнецов родился в 1983 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2006 г. Аспирант кафедры “Электротехника и промышленная электроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

S.A. Kuznetsov (b. 1983) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2006. Post-graduate of “Electrical Engineering and Industrial Electronics” department of the Bauman Moscow State Technical University.