

С. А. В а с ю к о в, Г. Ф. Д р о б ы ш е в

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОДВЕСА КАК СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ**

*Рассмотрены вопросы силообразования в электростатическом подвесе с ротором цилиндрической формы. Для вычисления ponderomotorных сил через коэффициенты электростатической индукции предварительно находилось распределение потенциала в функции угловых и линейных смещений ротора. Особенность задачи — поиск аналитического решения в условиях, когда координаты поверхности ротора зависят от смещений, а граничные условия на его поверхности должны быть инвариантны к ним.*

Подвес или центрирование подвижных частей приборов в электростатических подвесах достигается путем силового взаимодействия заряженных проводников, образующих электродную систему, и проводящей поверхности взвешиваемого тела. Конфигурация электродной системы имеет прямую связь с геометрией взвешиваемых тел, поэтому применение нашли сферические, цилиндрические и дисковые подвесы (опоры), в которых рабочими поверхностями электродов служат части сферической, цилиндрической и плоской поверхностей, разделенных изолирующими промежутками. Каждому проводнику-электроду от внешнего источника передается заряд или потенциал, измеряемый относительно общего, обычно нулевого уровня. Потенциалы на электродах подвеса являются функциями координат тела и времени, поэтому поле в подвесах, строго говоря, не будет электростатическим. Однако в реальных конструкциях всегда выполняются условия квазистационарности электромагнитного поля, поэтому для анализа процессов в рассматриваемой системе заряженных проводников достаточно ограничиться изучением решения уравнения электростатики.

На рис. 1 показаны основные элементы, составляющие цилиндрический электростатический подвес. Взвешиваемое тело цилиндрической формы, поверхность которого условимся в дальнейшем обозначать  $S_0$ , окружено системой электродов, представляющих собой тонкие металлизированные площадки, расположенные на внутренней поверхности корпуса  $S$ . В принятой модели межэлектродные промежутки, располагающиеся на одной с электродами поверхности, также металлизированы и объединены в один электрод, который назовем внеш-

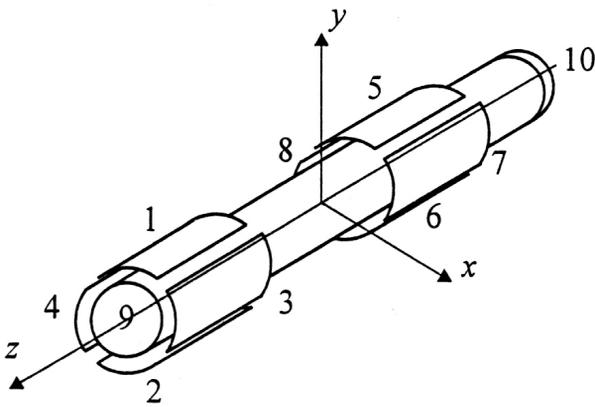


Рис. 1. Схема цилиндрического электростатического подвеса

ним проводящим экраном. Экран изолирован от остальных электродов и его потенциал в дальнейшем принимаем нулевым.

Присвоим ротору индекс  $i = 0$ , электродам —  $i = 1, \dots, 10$ , экрану —  $i = 11$ . Как известно [1], сила, действующая на твердое тело в электростатическом поле, представляется в виде

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \varphi_i \varphi_j \nabla C_{ij}, \quad (1)$$

где  $n$  — количество проводников;  $C_{ij}$  — коэффициенты электростатической индукции, которые связывают заряды тел  $q_i$  с их потенциалами  $\varphi_i$ :

$$q_j = \sum_{i=0}^n C_{ij} \varphi_i, \quad j = 0 \dots n. \quad (2)$$

Коэффициенты электростатической индукции  $C_{ij}$  имеют размерность емкости и именуется в дальнейшем собственными при  $i = j$  и взаимными при  $i \neq j$ . Они зависят от геометрических размеров проводников (электродов, ротора, экрана) и их взаимного расположения, а, следовательно, являются функциями смещения ротора из центра подвеса.

Анализ уравнений (2) показывает, что взаимный емкостной коэффициент  $C_{ij}$  можно определить как заряд, индуцированный на  $j$ -м проводнике, когда  $i$ -й проводник находится под единичным потенциалом, а все остальные проводники заземлены. Если рассматривать потенциалы на проводниках как граничные условия внутренней краевой задачи Дирихле, то распределение потенциала в подвесе может быть найдено из уравнения Лапласа

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (3)$$

при условии  $\varphi_i = 1$ ,  $\varphi_j = 0$ ,  $j = 0, \dots, n$ ,  $i \neq j$ , а коэффициент  $C_{ij}$  может быть определен путем применения закона Гаусса:

$$C_{ij} = \frac{q_j}{\varphi_i} = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\varphi_i} \int_{S_j} \nabla \varphi \cdot \bar{n} \cdot d\bar{S} \quad (4)$$

при  $\varphi_i = 1$ ,  $\varphi_j = 0$ ,  $j = 0, \dots, n$ ,  $i \neq j$ , где  $S_j$  — поверхность  $j$ -го проводника;  $\nabla \varphi$  — градиент потенциала в подвесе;  $\bar{n}$  — нормаль в каждой точке поверхности  $S_j$ .

При  $i = j$  поверхностный интеграл (4) дает собственный коэффициент  $C_{ij}$ .

Используя свойства суперпозиции потенциального поля, можно построить структуру полей, соответствующих случаям, когда только один из электродов несет единичный потенциал, а все остальные обнулены. Такое расчленение задачи позволяет последовательно решить вопрос о распределении потенциала для каждого случая и найти все коэффициенты  $C_{ij}$ . Учитывая свойство взаимности  $C_{ij} = C_{ji}$  и симметрию конструкций подвесов, а также используя преобразования координат, достаточно рассмотреть ограниченное число вариантов.

Уравнения (2) являются по существу электрической моделью системы заряженных проводников, размещенных определенным образом и организованных в электростатический подвес.

Условная расчетная схема электростатического подвеса изображена на рис. 2. Схема включает подвижную часть — ротор, левый цилиндрический подвес (ЦЭСП) с радиальными электродами Э1–Э4 и торцевым электродом Э9 и правый подвес с радиальными электродами Э5–Э8 и торцевым электродом Э10. Заземленный экран представляет собой объединенные в один электрод металлизированные межэлектродные промежутки и располагается на одной с электродами поверхности камеры  $S$ . Для вычисления коэффициентов  $C_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, 8$ ,  $j = 0, \dots, 11$ , в силу симметрии подвеса, достаточно вычислить  $C_{1j}$ ,  $j = 0, \dots, 11$ , а остальные найти посредством преобразования координат.

Введем правую прямоугольную систему координат  $oxyz$ , а также цилиндрическую систему координат  $or\varphi z$  с началом, совпадающим с центром торцевого электрода Э9. Если обозначить  $S_1$  — поверхность электрода Э1,  $S_0$  — поверхность ротора, а  $S/S_1$  — поверхность всех электродов вместе с экраном за вычетом поверхности электрода Э1, то задачу о распределении потенциала можно сформулировать следующим образом:

$$\nabla^2 \varphi(G) = 0, \quad \varphi(S_1) = 1, \quad \varphi(S/S_1) = 0, \quad \varphi(S_0) = 0, \quad (5)$$

где  $G$  — область, заключенная между поверхностями  $S_0$  и  $S$ .

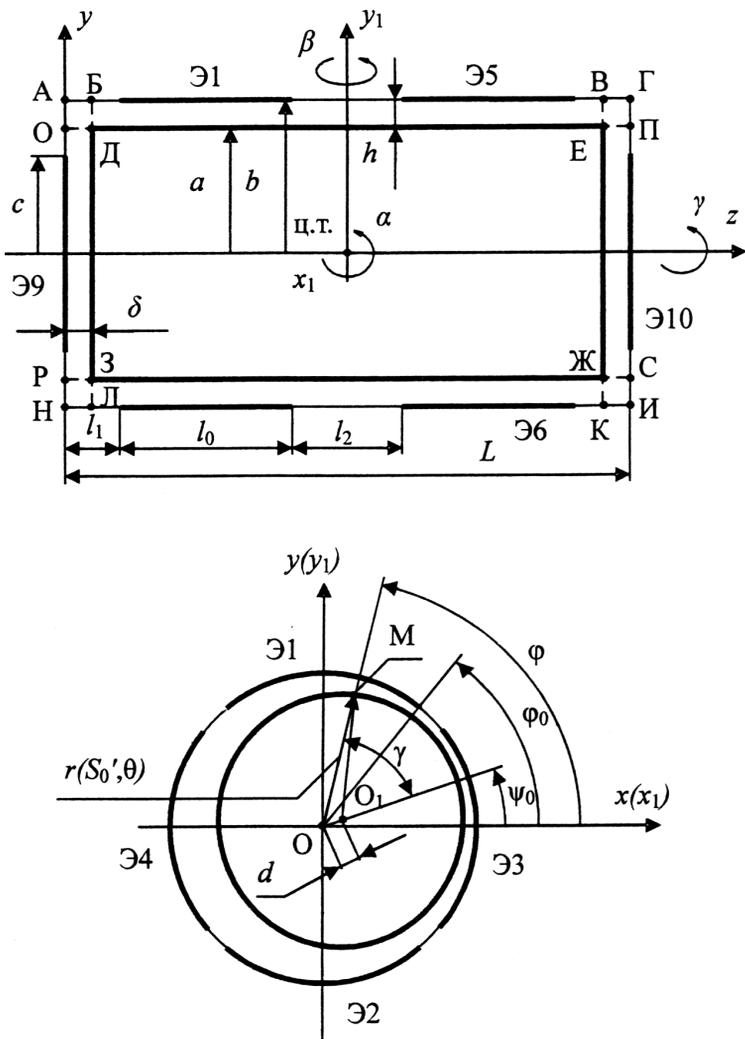


Рис. 2. Расчетная схема электростатического подвеса

Запись граничных условий на поверхности  $S$  затруднений не представляет, трудности возникают при задании граничных условий на поверхности  $S_0$ , так как ее координаты изменяются в зависимости от перемещений ротора. Поворот ротора вокруг его продольной оси не вызывает изменения координат поверхности  $S_0$ . Поэтому в общем случае ее координаты являются функциями пяти независимых перемещений ротора, три из которых  $\xi_x, \xi_y, \xi_z$  — перемещения центра тяжести ротора в направлениях  $x, y, z$  соответственно, а два  $\alpha$  и  $\beta$  — угловые перемещения ротора вокруг осей, проходящих через центр тяжести и перпендикулярных плоскостям  $yoz$  и  $xoz$  соответственно.

Решение задачи в первоначальной постановке (5) возможно только численными методами, так как область  $G$  не относится к “классической”, т.е. в ней уравнение Лапласа не имеет аналитического реше-

ния. Другой путь решения заключается в разбиении  $G$  на “классические” подобласти:  $G_1$ , обозначенную контуром АБЛН (см. рис. 2),  $G_2$  — БДЕВ и ЛЖЗК и  $G_3$  — ВГИК, и в решении уравнения Лапласа в каждой из них с последующим приравниванием потенциалов и их градиентов на границах областей при построении общего решения. Однако такой подход даже при отсутствии смещений ротора из центра вряд ли практически осуществим, так как аналитические решения для данных областей представляются рядами по разным системам базисных функций. Для нахождения приемлемого аналитического решения предлагается изменить первоначальную постановку (5) с учетом конструктивной особенности подвеса, которая заключается в том, что осевой зазор  $\delta$  при центральном положении ротора много меньше расстояния  $l_1$  от плоскости торцевого электрода Э9 до края Э1. В этом случае можно допустить малость градиента потенциала в подобластях  $G_1$  и  $G_3$  и искать распределение потенциала не в  $G$ , а в “классической” подобласти  $G_4$ , находящейся между цилиндрическими поверхностями с радиусами ротора  $r = a$  и камеры  $r = b$  по всей длине камеры  $0 \dots L$  (на рис. 2 подобласть  $G_4$  отмечена контурами АГПО и РСИН). При этом поверхность  $S_0$  вырождается в  $S'_0$ , т.е. в боковую поверхность ротора, искусственно продленную до торцевых электродов.

Построим уравнение поверхности  $S'_0$ . Ось ротора  $O_1$  расположена в точке  $(d, \psi_0)$ , для каждого угла  $\psi_0$  радиус-вектор  $r(S'_0, \varphi)$  связан с радиусом ротора  $a$  и смещением  $d$  уравнением, следующим из теоремы косинусов для треугольника  $OO_1M$ :

$$a^2 = r^2(S'_0, \varphi) + d^2 - 2dr(S'_0, \varphi) \cos \gamma, \quad (6)$$

где  $\gamma = \varphi - \psi_0$ .

Решая уравнение (6) относительно  $r(S'_0, \varphi)$ , получаем

$$r(S'_0, \varphi) = a \left[ 1 + \frac{d}{a} \cos \gamma - \frac{1}{2} \left( \frac{d}{a} \right)^2 + O \left( \frac{d}{a} \right)^3 \right]. \quad (7)$$

При угловых смещениях ротора появляется зависимость радиус-вектора  $r(S'_0, \varphi)$  от параметров  $\alpha$  и  $\beta$ . При малости смещений эта зависимость примет вид

$$r(S'_0, \varphi) = a \left[ 1 + \frac{d}{a} \cos \gamma - \frac{1}{2} \left( \frac{d}{a} \right)^2 + O \left( \frac{d}{a} \right)^3 \right] - \left( \frac{L}{2} - z + \xi_z \right) (\alpha \sin \varphi - \beta \cos \varphi). \quad (8)$$

На основании вышеизложенного преобразуем постановку задачи к виду:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi(G_4) &= 0; \\ \varphi(S_1) &= 1, S_1 : r = b, \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0, l_1 \leq z \leq l_1 + l_0; \\ \varphi(S'_0) &= 0, S'_0 : r = r(S'_0, \varphi), 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq L; \\ \varphi(S/S_1) &= 0, S/S_1 : \begin{cases} r = b, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, l_1 + l_0 \leq z \leq L, \\ r = b, 0 \leq \varphi \leq \varphi_0, \pi - \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi, \\ \quad l_1 \leq z \leq l_1 + l_0, \\ z = 0, z = L, 0 \leq r \leq b, 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

Особенность задачи в постановке (9) — это поиск аналитического решения в условиях, когда координаты  $S'_0$  зависят от параметров смещения  $d, \psi_0, \xi_z, \alpha, \beta$ . При этом граничные условия на поверхности  $S'_0$  должны быть инвариантны к смещениям.

Если перемещения ротора малы, то можно, основываясь на методах теории возмущений [2], аппроксимировать решение задачи о распределении потенциала асимптотическим рядом по степеням параметров перемещения:

$$\begin{aligned} \varphi(G_4) &= \varphi^{(0)} + \varphi_d^{(1)} \cdot d + \varphi_d^{(2)} \cdot d^2 + \dots + \varphi_\alpha^{(1)} \cdot \alpha + \\ &\quad + \varphi_\alpha^{(2)} \cdot \alpha^2 + \dots + \varphi_\beta^{(1)} \cdot \beta + \varphi_\beta^{(2)} \cdot \beta^2 + \dots \\ &\quad + \varphi_{\xi_z}^{(1)} \cdot \xi_z + \varphi_{\xi_z}^{(2)} \cdot \xi_z^2 + \dots + \varphi_{d\alpha}^{(2)} \cdot d \cdot \alpha + \varphi_{d\beta}^{(2)} \cdot d \cdot \beta + \dots \\ &\quad + \varphi_{\alpha\beta}^{(2)} \cdot \alpha \cdot \beta + \dots + \varphi_{\alpha\xi_z}^{(2)} \cdot \alpha \cdot \xi_z + \dots \\ &\quad + \varphi_{\beta\xi_z}^{(2)} \cdot \beta \cdot \xi_z + \dots, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\varphi^{(0)}$  — потенциал нулевого порядка, соответствующий несмещенному положению ротора,  $\varphi_d^{(1)}, \varphi_\alpha^{(1)}, \varphi_\beta^{(1)}, \varphi_{\xi_z}^{(1)}$  — возмущенные потенциалы первого порядка по соответствующему параметру перемещения,  $\varphi_d^{(2)}, \varphi_\alpha^{(2)}, \varphi_\beta^{(2)}, \varphi_{\xi_z}^{(2)}, \varphi_{d\beta}^{(2)}, \varphi_{\alpha\beta}^{(2)}, \varphi_{\alpha\xi_z}^{(2)}, \varphi_{\beta\xi_z}^{(2)}$  — возмущенные потенциалы второго порядка.

В разложении (10) сохраним члены не выше второго порядка из-за малости перемещений. Подставляя выражение (10) в систему (9), получаем

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi^{(k)} &= 0, \quad k = 0, 1, 2; \\ \varphi^{(0)}(S_1) &= 1; \quad \varphi^{(0)}(S/S_1) = 0; \\ \varphi^{(n)}(S) &= 0, \quad n = 1, 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Чтобы найти недостающие граничные условия для всех возмущенных потенциалов на поверхности  $S'_0$ , примем малые перемещения

ротора как возмущения его несмещенной (базовой) поверхности при  $r = a$ . Разложим потенциал на границе поверхности  $S'_0$  в ряд Тейлора по степеням отклонения этой поверхности от базовой:

$$\varphi(S'_0) = \varphi(a, \varphi, z) + \frac{\partial \varphi(a, \varphi, z)}{\partial r} [r(S'_0, \varphi, z) - a] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi(a, \varphi, z)}{\partial r^2} [r(S'_0, \varphi, z) - a]^2 + \dots \quad (12)$$

Подставляя выражение (12) в соотношения (8) и (10) и учитывая инвариантность потенциала на поверхности ротора при любых смещениях, т.е.  $\varphi(S'_0) = 0$ , находим граничные условия на поверхности  $r = a$  для возмущенных потенциалов каждого порядка путем приравнивания членов при одинаковых степенях перемещения:

$$\begin{aligned} \varphi^{(0)}(a, \varphi, z) &= 0; \\ \varphi_d^{(1)}(a, \varphi, z) &= -\frac{\partial \varphi^{(0)}(a, \varphi, z)}{\partial r} \cos \gamma; \\ \varphi_d^{(2)}(a, \varphi, z) &= \frac{1}{2a} \frac{\partial \varphi^{(0)}(a, \varphi, z)}{\partial r} \sin^2 \gamma - \\ &\quad - \frac{\partial \varphi_d^{(1)}(a, \varphi, z)}{\partial r} \cos \gamma - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi^{(0)}(a, \varphi, z)}{\partial r^2} \cos^2 \gamma; \quad (13) \\ \varphi_\alpha^{(1)}(a, \varphi, z) &= \left(\frac{L}{2} - z\right) \frac{\partial \varphi^{(0)}(a, \varphi, z)}{\partial r} \sin \varphi; \\ &\dots \dots \dots \\ \varphi_{\beta \xi z}^{(2)}(a, \varphi, z) &= \frac{\partial \varphi^{(0)}(a, \varphi, z)}{\partial r} \cos \varphi. \end{aligned}$$

Общее решение уравнения Лапласа в области  $G_4$  для неизвестных потенциалов  $\varphi^{(k)}$ , входящих в выражения (11) и (13), имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi^{(k)}(r, \varphi, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (A_n \sin n\varphi + B_n \cos n\varphi) \times \\ &\quad \times \left[ C_{mn} I_n \left( \frac{\pi m r}{L} \right) + D_{mn} K_n \left( \frac{\pi m r}{L} \right) \right] \sin \left( \frac{\pi m}{L} z \right), \quad k = 0, 1, 2, \end{aligned}$$

где  $I_n \left( \frac{\pi m r}{L} \right)$  и  $K_n \left( \frac{\pi m r}{L} \right)$  – функции Бесселя 1-го и 2-го рода мнимого аргумента, а неизвестные константы  $A_n, B_n, C_{mn}, D_{mn}$  определяются из граничных условий.

Решение для потенциала нулевого порядка с учетом граничных условий получено в виде

$$\varphi^{(0)}(r, \varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (\tilde{a}_{mn}^{(0)} \sin n\varphi + \tilde{c}_{mn}^{(0)} \cos n\varphi) \Phi_{mn}(r) \sin\left(\frac{\pi m}{L}z\right),$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{mn}(r) &= \\ &= \left[ I_n\left(\frac{\pi mr}{L}\right) K_n\left(\frac{\pi ma}{L}\right) - K_n\left(\frac{\pi mr}{L}\right) I_n\left(\frac{\pi ma}{L}\right) \right] / \Delta_{mn}; \\ \Delta_{mn} &= I_n\left(\frac{\pi mb}{L}\right) K_n\left(\frac{\pi ma}{L}\right) - K_n\left(\frac{\pi mb}{L}\right) I_n\left(\frac{\pi ma}{L}\right); \\ \tilde{a}_{m0}^{(0)} &= 0, \tilde{c}_{m0}^{(0)} = (\pi - 2\varphi_0) \cdot g(m) / \pi^2 m, g(m) = \\ &= \cos \frac{\pi m l_1}{L} - \cos \frac{\pi m (l_1 + l_0)}{L}; \\ \tilde{a}_{mn}^{(0)} &= 2(1 - (-1)^n) \cos n\varphi_0 \cdot g(m) / \pi^2 mn, \tilde{c}_{mn}^{(0)} = \\ &= 2((-1)^{n+1} - 1) \sin n\varphi_0 \cdot g(m) / \pi^2 mn. \end{aligned} \quad (14)$$

Общее решение для возмущенных потенциалов запишем так:

$$\begin{aligned} \varphi_{\xi}^{(k)}(r, \varphi, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( S_{\xi mn}^{(k)} \sin n\varphi + L_{\xi mn}^{(k)} \cos n\varphi \right) \times \\ &\times F_{mn}(r) \sin\left(\frac{\pi m}{L}z\right), \quad k = 1, 2; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} F_{mn}(r) &= \left[ I_n\left(\frac{\pi mr}{L}\right) K_n\left(\frac{\pi mb}{L}\right) - \right. \\ &\left. - K_n\left(\frac{\pi mr}{L}\right) I_n\left(\frac{\pi mb}{L}\right) \right] / K_n\left(\frac{\pi mb}{L}\right), \end{aligned}$$

где  $\xi := d, d^2, \alpha, \alpha^2, \beta, \beta^2, \xi_z, \xi_z^2, d \cdot \alpha, \dots$ , а  $S_{\xi mn}^{(k)}$  и  $L_{\xi mn}^{(k)}$  — коэффициенты, которые определяются из граничных условий (13).

Используя свойство ортогональности гармонических функций, определим коэффициенты  $S_{\xi mn}^{(k)}$  из соотношения

$$\begin{aligned} &\int_0^{2\pi} \int_0^L \varphi_{\xi}^{(k)}(a, \varphi, z) \sin i\varphi \sin \frac{\pi j}{L}z \, d\varphi \, dz = \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^L \sin i\varphi \sin \frac{\pi j}{L}z \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( S_{\xi mn}^{(k)} \sin n\varphi + L_{\xi mn}^{(k)} \cos n\varphi \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times F_{mn}(a) \sin\left(\frac{\pi m}{L}z\right) \right] d\varphi \, dz. \end{aligned} \quad (16)$$

Коэффициенты  $L_{\xi mn}^{(k)}$  найдем из выражения, аналогичного соотношению (16) при замене в левой и правых частях последнего  $\sin i\varphi$  на  $\cos i\varphi$ .

Таким образом, выражения (14) и (15) полностью характеризуют распределение потенциала в области  $G_4$  и являются основой для вычисления емкостных коэффициентов подвеса. Рассмотрим особенности их вычисления.

Взаимный емкостной коэффициент  $C_{10}$  определяется из закона Гаусса как заряд, индуцированный на поверхности ротора в условиях, когда  $\varphi_1 = 1$ , а все остальные потенциалы  $\varphi_i = 0$ ,  $i = 0, 2, \dots, 11$ .

Из уравнения (4) следует, что

$$C_{10} = -\varepsilon_0 \varepsilon \int_{S_0} \nabla \varphi \cdot \bar{n} \cdot d\bar{S}. \quad (17)$$

Воспользуемся выражением (10) для вычисления в равенстве (17) градиента потенциала:

$$C_{10} = -\varepsilon_0 \varepsilon \int_{S'_0} \frac{\partial}{\partial r} \left( \varphi^{(0)} + \varphi_d^{(1)} \cdot d + \varphi_d^{(2)} \cdot d^2 + \dots \right) \cdot \bar{n} \cdot d\bar{S}. \quad (18)$$

Интегрирование в формуле (18) ведется по поверхности, охватывающей смещенную поверхность ротора, например по цилиндру радиусом  $r = a + d$ . Подставляя в формулу (18) выражения (14), (15) и выполняя интегрирование с учетом  $h/a \ll 1$ , получаем

$$\begin{aligned} C_{10} &= C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}} \bar{y} + C_{10}^{\bar{y}^2} \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}} \bar{\alpha} + C_{10}^{\bar{\alpha}^2} \bar{\alpha}^2 + \\ &+ C_{10}^{\bar{\beta}^2} \bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \bar{\alpha} \bar{y} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \bar{\beta} \bar{x}; \\ \bar{x} &= d \cos \psi_0 / h; \quad \bar{y} = d \sin \psi_0 / h; \quad \bar{\alpha} = \alpha L / h; \quad \bar{\beta} = \beta L / h; \\ C_{10}^{(0)} &= 2a\pi B (\pi - 2\varphi_0) F_1; \quad B = \varepsilon_0 \varepsilon L / \pi^3 h; \quad F_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} g_1(m) g(m); \\ g_1(m) &= \cos \frac{\pi m}{L} (\delta + l) - \cos \frac{\pi m \delta}{L}; \quad C_{10}^{\bar{y}} = 4a\pi B \cos \varphi_0 F_1; \\ C_{10}^{\bar{y}^2} &= a\pi B (\pi - 2\varphi_0 + \sin 2\varphi_0) F_1; \quad C_{10}^{\bar{x}^2} = a\pi B (\pi - 2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0) F_1; \\ C_{10}^{\bar{\alpha}} &= -4F_2 C_{10}^{\bar{y}} / \pi^2 F_1; \quad C_{10}^{\bar{\alpha}^2} = 16F_3 C_{10}^{\bar{y}^2} / \pi^4 F_1; \quad C_{10}^{\bar{\beta}^2} = 16F_3 C_{10}^{\bar{x}^2} / \pi^4 F_1; \\ C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} &= -8F_2 C_{10}^{\bar{y}^2} / \pi^2 F_1; \quad C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} = -8F_2 C_{10}^{\bar{x}^2} / \pi^2 F_1; \quad F_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f(m)}{m} g_1(m); \\ F_3 &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f_1(m)}{m} g_1(m); \quad f(m) = \sum_{\substack{j=1 \\ m \neq j}}^{\infty} m \left[ 1 - (-1)^{m+j} \right] g(j) / (j^2 - m^2)^2; \\ f_1(m) &= \sum_{\substack{j=1 \\ m \neq j}}^{\infty} m j \left[ 1 - (-1)^{m+j} \right] f(j) / (j^2 - m^2)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Для более наглядного представления здесь введено нормирование параметров смещения по отношению к зазорам “электрод-ротор” в центральном положении ротора. В этом случае коэффициенты  $C_{10}^{(0)}$ ,  $C_{10}^{\bar{y}}$ ,  $C_{10}^{\bar{y}^2}$ ,  $C_{10}^{\bar{x}^2}$ ,  $C_{10}^{\bar{\alpha}}$ ,  $C_{10}^{\bar{\alpha}^2}$  ... имеют размерность емкости.

При вычислении собственного емкостного коэффициента  $C_{11}$  вклад в интеграл (4) вносят как внешняя, так и внутренняя поверхности электрода Э1. Однако при смещениях ротора распределение потенциала во внешней области не изменяется, так как не меняются граничные условия на поверхности  $S$ . Следовательно, вклад от внешней поверхности будет только в коэффициент  $C_{11}^{(0)}$ . Имея в виду малость зазора электрод-ротор, можно предположить, что вклад в постоянную составляющую  $C_{10}^{(0)}$  от внутренней поверхности будет много больше, чем от внешней. Поэтому, не внося значительной погрешности при вычислении  $C_{11}$ , интегрирование проведем только по внутренней поверхности электрода Э1:

$$C_{11} = -\varepsilon_0 \varepsilon \int_{S_{1\text{внутр}}} \frac{\partial}{\partial r} \left( \varphi^{(0)} + \varphi_d^{(1)} \cdot d + \varphi_d^{(2)} \cdot d^2 + \dots \right) \cdot \bar{n} \cdot d\bar{S}. \quad (20)$$

Выполняя интегрирование выражения (20), получим

$$\begin{aligned} C_{11} &= C_{11}^{(0)} + C_{11}^{\bar{y}} \bar{y} + C_{11}^{\bar{y}^2} \bar{y}^2 + C_{11}^{\bar{x}^2} \bar{x}^2 + C_{11}^{\bar{\alpha}} \bar{\alpha} + C_{11}^{\bar{\alpha}^2} \bar{\alpha}^2 + \\ &\quad + C_{11}^{\bar{\beta}^2} \bar{\beta}^2 + C_{11}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \bar{\alpha} \bar{y} + C_{11}^{\bar{\beta}\bar{x}} \bar{\beta} \bar{x}; \\ C_{11}^{(0)} &= bBF \left[ (\pi - 2\varphi_0)^2 + 8 \cos^2 \varphi_0 + 2 \sin^2(2\varphi_0) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2} (1 + (-1)^{n+1} \cos 2n\varphi_0) \right]; \\ C_{11}^{\bar{y}} &= 2BbF \times \\ &\quad \times \left\{ \begin{aligned} &\cos \varphi_0 [2\pi - 4\varphi_0 + \sin 2\varphi_0 + \sin 2\varphi_0 (\cos \varphi_0 - \cos 3\varphi_0/3)] + \\ &+ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n} \left[ \sin \varphi_0 \frac{2n}{n^2 - 1} + \frac{(-1)^{n+1} \sin (2n + 1) \varphi_0}{n + 1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(-1)^{n+1} \sin (2n - 1) \varphi_0}{n - 1} \right] \end{aligned} \right\} / \nu^2; \\ F &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^2(m)}{m^2}; \quad \nu = 1 - \frac{h}{2a}; \quad C_{11}^{\bar{y}^2} = \frac{BF}{2\nu^2} \left( \frac{b}{\nu} A_1 + hD \right); \\ A_1 &= (\pi - 2\varphi_0) (\pi - 2\varphi_0 + 2 \sin 2\varphi_0) + 2 \sin^2 2\varphi_0 - \sin^2 2\varphi_0 \cos 2\varphi_0 + \\ &\quad + 4 \cos \varphi_0 (3 \cos \varphi_0 - \cos 3\varphi_0/3) + \sum_{n=3}^{\infty} [a(n) - b(n) - c(n)]; \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a(n) &= 4 [1 - (-1)^n \cos 2n\varphi_0] / n^2; \\
b(n) &= 2 [\cos 2\varphi_0 - (-1)^n \cos (2n - 2) \varphi_0] / n(n - 2); \\
c(n) &= 2 [\cos 2\varphi_0 - (-1)^n \cos (2n + 2) \varphi_0] / n(n + 2); \\
D &= (\pi - 2\varphi_0)^2 + 8 \cos^2 \varphi_0 + 2 \sin^2 2\varphi_0 + \\
&+ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2} (1 - (-1)^{n+1} \cos 2n\varphi_0); \\
C_{11}^{\bar{x}^2} &= \frac{BF}{2\nu^2} \left( \frac{b}{\nu} A_2 + hD \right); \\
A_2 &= (\pi - 2\varphi_0) (\pi - 2\varphi_0 - 2 \sin 2\varphi_0) + 2 \sin^2 2\varphi_0 + \\
&+ \sin^2 2\varphi_0 \cos 2\varphi_0 + 4 \cos \varphi_0 (\cos \varphi_0 + \cos 3\varphi_0/3) + \\
&+ \sum_{n=3}^{\infty} [a(n) + b(n) + c(n)]; \\
C_{11}^{\bar{\alpha}} &= -4F_4 C_{11}^{\bar{y}} / \pi^2 F; \quad C_{11}^{\bar{\alpha}^2} = 16F_5 C_{11}^{\bar{y}^2} / \pi^4 F; \\
C_{11}^{\bar{\beta}^2} &= 16F_5 C_{11}^{\bar{x}^2} / \pi^4 F; \quad C_{11}^{\bar{\alpha}\bar{y}} = -8F_4 C_{11}^{\bar{y}^2} / \pi^2 F; \\
C_{11}^{\bar{\beta}\bar{x}} &= -8F_4 C_{11}^{\bar{x}^2} / \pi^2 F; \quad F_4 = \sum_{m=1}^{\infty} f(m)g(m)/m; \\
F_5 &= \sum_{m=1}^{\infty} f_1(m)g(m)/m.
\end{aligned}$$

Из физических соображений следует, что коэффициент  $C_{12}$  не должен зависеть от линейных перемещений ротора, но может зависеть от их квадратов и взаимных произведений. В выражениях, приведенных далее, для некоторых коэффициентов опущены их постоянные составляющие, так как они не вносят вклад в силовые характеристики, вычисляемые по соотношению (1):

$$\begin{aligned}
C_{12} &= C_{12}^{\bar{y}^2} \bar{y}^2 + C_{12}^{\bar{x}^2} \bar{x}^2 + C_{12}^{\bar{\alpha}^2} \bar{\alpha}^2 + C_{12}^{\bar{\beta}^2} \bar{\beta}^2 + C_{12}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \bar{\alpha} \bar{y} + C_{12}^{\bar{\beta}\bar{x}} \bar{\beta} \bar{x}; \\
C_{12}^{\bar{x}^2} &= \frac{BF}{2\nu^2} \left( \frac{a}{\nu} A_3 + hE \right); \\
A_3 &= (\pi - 2\varphi_0) (\pi - 2\varphi_0 - 2 \sin 2\varphi_0) + 2 \sin^2 2\varphi_0 + \sin^2 2\varphi_0 \cos 2\varphi_0 - \\
&- 4 \cos \varphi_0 (\cos \varphi_0 + \cos 3\varphi_0/3) + \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n [a(n) + b(n) + c(n)]; \\
E &= (\pi - 2\varphi_0)^2 - 8 \cos^2 \varphi_0 + 2 \sin^2 2\varphi_0 + \\
&+ \sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{n^2} (-1)^n (1 - (-1)^n \cos 2n\varphi_0);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{12}^{\bar{y}^2} &= \frac{BF}{2\nu^2} \left( \frac{a}{\nu} A_4 + hE \right); \\
A_4 &= (\pi - 2\varphi_0) (\pi - 2\varphi_0 + 2 \sin 2\varphi_0) + 2 \sin^2 2\varphi_0 - \sin^2 2\varphi_0 \cos 2\varphi_0 - \\
&- 4 \cos \varphi_0 (3 \cos \varphi_0 - \cos 3\varphi_0/3) + \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n [a(n) - b(n) - c(n)]; \\
C_{12}^{\bar{\alpha}^2} &= 16F_4 C_{12}^{\bar{y}^2} / \pi^4 F; \quad C_{12}^{\bar{\beta}^2} = 16F_4 C_{12}^{\bar{x}^2} / \pi^4 F; \\
C_{12}^{\bar{\alpha}\bar{y}} &= -8F_4 C_{12}^{\bar{y}^2} / \pi^2 F; \quad C_{12}^{\bar{\beta}\bar{x}} = -8F_4 C_{12}^{\bar{x}^2} / \pi^2 F.
\end{aligned} \tag{22}$$

Следует отметить, что, в силу симметрии конструкции подвеса, вклады от перемещений ротора по осям  $x$  и  $y$ , от углов поворота  $\alpha$  и  $\beta$ , а также от их квадратов в коэффициент  $C_{13}$  должны быть одинаковы, поэтому, интегрируя по внутренней поверхности электрода ЭЗ, получаем

$$\begin{aligned}
C_{13} &= C_{13}^{\bar{x}+\bar{y}} (\bar{x} + \bar{y}) + C_{13}^{\bar{x}^2+\bar{y}^2} (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) + \\
&+ C_{13}^{\bar{\alpha}+\bar{\beta}} (\bar{\alpha} + \bar{\beta}) + C_{13}^{\bar{\alpha}^2+\bar{\beta}^2} (\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2) + \\
&+ C_{13}^{\bar{\alpha}\bar{y}+\bar{\beta}\bar{x}} (\bar{\alpha}\bar{y} - \bar{\beta}\bar{x}) + C_{13}^{\bar{x}\bar{y}} \bar{x}\bar{y} + C_{13}^{\bar{\alpha}\bar{\beta}} \bar{\alpha}\bar{\beta} + C_{13}^{\bar{\alpha}\bar{x}+\bar{\beta}\bar{y}} (\bar{\alpha}\bar{x} - \bar{\beta}\bar{y}); \\
C_{13}^{\bar{x}+\bar{y}} &= \frac{4BFa}{\nu^2} [\cos \varphi_0 (\pi - 2\varphi_0) - \sin 2\varphi_0 (\cos \varphi_0 - \cos 3\varphi_0/3)] - \\
&- \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n} \sin n\varphi_0 \cos n\frac{\pi}{2} \left( \frac{\cos(n+1)\varphi_0}{n+1} - \frac{\cos(n-1)\varphi_0}{n-1} \right); \\
C_{13}^{\bar{x}^2+\bar{y}^2} &= \frac{BF}{2\nu^2} \left\{ \frac{a}{\nu} \left[ (\pi - 2\varphi_0)^2 + \sin^2 2\varphi_0 \cos 2\varphi_0 - 2 \sin^2 2\varphi_0 - \right. \right. \\
&- 2 \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n} \sin n\varphi_0 \cos n\frac{\pi}{2} \left( \frac{\sin(n-2)\varphi_0}{n-2} - \right. \\
&- \left. \left. \frac{\sin n\varphi_0}{n} + \frac{\sin(n+2)\varphi_0}{n+2} \right) \right] + \\
&+ h \left[ (\pi - 2\varphi_0)^2 - 2 \sin^2 2\varphi_0 + 8 \sum_{n=3}^{\infty} \cos n\frac{\pi}{2} \sin^2 n\varphi_0 / n^2 \right] \left. \right\}; \\
C_{13}^{\bar{x}\bar{y}} &= \frac{2BFa}{\nu^2} \left[ \begin{aligned} &2 \cos \varphi_0 (\cos \varphi_0 + \cos 3\varphi_0/3) - \\ &- \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n - 1}{n} \sin n\frac{\pi}{2} \cos n\varphi_0 \times \\ &\times \left( \frac{\cos(n+2)\varphi_0}{n+2} - \frac{\cos(n-2)\varphi_0}{n-2} \right) \end{aligned} \right];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{13}^{\bar{\alpha}+\bar{\beta}} &= -4F_4 C_{13}^{\bar{x}+\bar{y}} / \pi^2 F; & C_{13}^{\bar{\alpha}^2+\bar{\beta}^2} &= 16F_5 C_{13}^{\bar{x}^2+\bar{y}^2} / \pi^4 F; \\
C_{13}^{\bar{\alpha}\bar{y}+\bar{\beta}\bar{x}} &= -8F_4 C_{13}^{\bar{x}^2+\bar{y}^2} / \pi^2 F; & C_{13}^{\bar{\alpha}\bar{\beta}} &= 16F_5 C_{13}^{\bar{x}\bar{y}} / \pi^4 F.
\end{aligned} \quad (23)$$

Приступая к вычислению емкостного коэффициента  $C_{15}$ , следует отметить, что в силу конструктивных особенностей подвесов он не должен зависеть от угловых перемещений по  $\alpha$  и  $\beta$  и линейных по  $x$ . Интегрирование по поверхности Э5 позволяет установить, что структура  $C_{15}$  с точностью до постоянного коэффициента повторяет структуру  $C_{11}$ , за исключением того, что  $C_{15}^{\bar{\alpha}} = 0$ :

$$C_{15} = C_{11} F_7 / F, \quad F_7 = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} g^2(m) / m^2. \quad (24)$$

Используя соотношение (24), получаем

$$\frac{F_7}{F} = \frac{C_{16}}{C_{12}} = \frac{C_{17}}{C_{13}} = \frac{C_{18}}{C_{14}}. \quad (25)$$

Коэффициент  $C_{00}$  определяется через отношение заряда на роторе к его потенциалу в условиях, когда на всех остальных проводниках потенциал равен нулю. Распределение потенциала  $\tilde{\varphi}(r, \varphi, z)$ , соответствующее этим граничным условиям, можно получить, используя соотношение  $\tilde{\varphi}(r, \varphi, z) = 1 - \widehat{\varphi}(r, \varphi, z)$ , где  $\widehat{\varphi}(r, \varphi, z)$  — распределение потенциала, аналогичное системе (9), но при угловом размере электрода Э1, равном  $2\pi$ , и протяженности по оси  $z$  от 0 до  $L$ . При вычислении  $C_{00}$  применяется формула

$$C_{00} = -\varepsilon_0 \varepsilon \int_{S'_0} \frac{\partial \tilde{\varphi}(r, \varphi, z)}{\partial r} \cdot \bar{n} \cdot d\bar{S} = \varepsilon_0 \varepsilon \int_{S'_0} \frac{\partial \widehat{\varphi}(r, \varphi, z)}{\partial r} \cdot \bar{n} \cdot d\bar{S}. \quad (26)$$

Отметим, что, в силу симметрии модели подвеса, коэффициент  $C_{00}$  не должен зависеть от линейных и угловых смещений, а также от их взаимных произведений. Интегрируя по поверхности цилиндра радиусом  $r = a + d$ , который охватывает смещенную поверхность ротора, получаем

$$\begin{aligned}
C_{00} &= C_{00}^{(0)} + C_{00}^{\bar{x}^2+\bar{y}^2} (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) + C_{00}^{\bar{\alpha}^2+\bar{\beta}^2} (\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2); \\
C_{00}^{(0)} &= k F_6; \quad C_{00}^{\bar{x}^2+\bar{y}^2} = C_{00}^{(0)} / 2; \quad C_{00}^{\bar{\alpha}^2+\bar{\beta}^2} = k \Phi, \quad k = \frac{4\varepsilon_0 \varepsilon L a}{\pi h \nu}; \\
F_6 &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^m}{m^2}; \quad \Phi = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^m}{m} \left[ f(m) - \frac{8f_1(m)}{\pi^2} \right].
\end{aligned} \quad (27)$$

Все вышеперечисленные коэффициенты электростатической индукции находились путем интегрирования градиента потенциала для

области  $G_4$ . Поскольку эта область не распространяется на торцевые электроды и торцевую поверхность ротора, то для определения собственных и взаимных коэффициентов  $C_{90}$  и  $C_{99}$  рассмотрим структуру поля, когда на электрод Э9 подан единичный потенциал, а все остальные проводники подвеса заземлены. По аналогии с предыдущим случаем распределение потенциала ищем в области  $G_1$ , считая, что градиент потенциала в областях, прилегающих к  $G_1$ , мал:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi(G_1) &= 0; \\ \varphi(S_9) &= 1, \quad S_9 : z = 0, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad 0 \leq r \leq c; \\ \varphi(\tilde{S}_0) &= 0, \quad \varphi(S/S_9) = 0, \quad S/S_9 : z = 0, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \quad c \leq r \leq b, \end{aligned} \quad (28)$$

где  $\tilde{S}_0$  – торцевая поверхность ротора.

Опуская вычисления, проведенные по той же схеме, что и для потенциала в области  $G_4$ , приведем сразу общее решение задачи (28):

$$\begin{aligned} \varphi^{(k)}(r, \varphi, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_n \left( \frac{\mu_m^{(n)}}{b} r \right) \times \\ &\times \left[ \left( A_{mn}^{(k)} \cos n\varphi + B_{mn}^{(k)} \sin n\varphi \right) \operatorname{sh} \frac{\mu_m^{(n)}}{b} (\delta - z) / \operatorname{sh} \frac{\mu_m^{(n)}}{b} \delta + \right. \\ &\quad \left. + \left( C_{mn}^{(k)} \cos n\varphi + D_{mn}^{(k)} \sin n\varphi \right) \operatorname{sh} \frac{\mu_m^{(n)}}{b} z / \operatorname{sh} \frac{\mu_m^{(n)}}{b} \delta \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь  $J_n(r)$  – функция Бесселя 1-го рода действительного аргумента, а  $\mu_m^{(n)}$  –  $m$ -й корень уравнения  $J_n(r) = 0$ ;

$$A_{mn}^{(k)} = \frac{2}{\pi \varepsilon_n b^2 J_n' \left[ \left( \frac{\mu_m^{(n)}}{b} \right) \right]^2} \int_0^{2\pi} \int_0^b f^{(k)}(r, \varphi) \cos n\varphi \cdot J_n \left( \frac{\mu_m^{(n)}}{b} r \right) r \, dr \, d\varphi, \quad (30)$$

где  $\varepsilon_n = \begin{cases} 2 & \text{при } n = 0, \\ 1, & \text{при } n \neq 0. \end{cases}$

Коэффициенты  $B_{mn}^{(k)}$  можно найти из выражения (30), если в подынтегральном выражении заменить  $\cos n\varphi$  на  $\sin n\varphi$ . Коэффициенты  $C_{mn}^{(k)}$ ,  $D_{mn}^{(k)}$  определяются аналогично по функции  $F^{(k)}(r, \varphi)$ ; обе функции определены в  $G_1$  следующим образом:

$$\begin{cases} f^{(k)}(r, \varphi) = \varphi^{(k)}(r, \varphi, z) & \text{при } z = 0, \\ F^{(k)}(r, \varphi) = \varphi^{(k)}(r, \varphi, z) & \text{при } z = \delta. \end{cases}$$

Коэффициенты  $C_{90}$  и  $C_{99}$  вычисляются путем интегрирования градиента потенциала, полученного из решения (29), (30), по торцевой поверхности ротора и внутренней поверхности электрода Э9 соответственно. Так как при интегрировании угол  $\varphi$  изменяется в пределах  $0 \dots 2\pi$ , большинство градиентов возмущенных потенциалов не вносят вклад в КЭСИ, это понятно и из физических соображений. Действительно, в силу симметрии конструкции подвеса, коэффициенты  $C_{90}$  и  $C_{99}$  не должны зависеть от  $\alpha, \beta, \alpha\xi_z, \beta\xi_z, \dots$ :

$$C_{99} = C_{99}^{(0)} + C_{99}^{\bar{z}} \bar{z} + C_{99}^{\bar{z}^2} \bar{z}^2; \quad C_{90} = C_{90}^{(0)} + C_{90}^{\bar{z}} \bar{z} + C_{90}^{\bar{z}^2} \bar{z}^2; \quad \bar{z} = \xi_z/\delta;$$

$$C_{99}^{(0)} = \sum_{m=1}^{\infty} A(m) \operatorname{ch} \left( \frac{\mu_m^{(0)}}{b} \delta \right); \quad C_{99}^{\bar{z}} = - \sum_{m=1}^{\infty} A(m) \frac{\mu_m^{(0)}}{\operatorname{sh} \left( \frac{\mu_m^{(0)}}{b} \delta \right)};$$

$$C_{99}^{\bar{z}^2} = \sum_{m=1}^{\infty} A(m) \left[ \frac{h}{b} \frac{\mu_m^{(0)}}{\operatorname{sh} \left( \frac{\mu_m^{(0)}}{b} \delta \right)} \right]^2;$$

$$A(m) = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}{b^3} \frac{\mu_m^{(0)}}{\operatorname{sh} \left( \frac{\mu_m^{(0)}}{b} \delta \right)} \frac{\left[ \int_0^c J_0 \left( \frac{\mu_m^{(0)}}{b} r \right) r dr \right]^2}{\left[ J_0' \left( \mu_m^{(0)} \right) \right]^2};$$

$$C_{90}^{(0)} = \sum_{m=1}^{\infty} A_1(m); \quad C_{90}^{\bar{z}} = - \sum_{m=1}^{\infty} A_1(m) \frac{h}{b} \mu_m^{(0)} \operatorname{cth} \frac{\mu_m^{(0)}}{b} \delta;$$

$$C_{90}^{\bar{z}^2} = \sum_{m=1}^{\infty} A_1(m) \left[ \frac{h}{b} \mu_m^{(0)} \right]^2 \frac{\operatorname{cth} \frac{\mu_m^{(0)}}{b} \delta}{\operatorname{sh} \frac{\mu_m^{(0)}}{b} \delta};$$

$$A_1(m) = - \frac{A(m) \left[ \int_0^a J_0 \left( \frac{\mu_m^{(0)}}{b} r \right) r dr \right]}{\int_0^c J_0 \left( \frac{\mu_m^{(0)}}{b} r \right) r dr}.$$

В рамках принятой модели не представляется возможным определение взаимных КЭСИ между радиальными и торцевыми электродами, однако для большинства практических схем построения подвесов в условиях малости зазора “электрод-ротор” с приемлемой степенью точности можно пренебречь этими коэффициентами. Поэтому в дальнейших расчетах будем полагать

$$C_{9i} = 0, \quad i = 1 \dots 8, 10; \quad C_{10i} = 0, \quad i = 1 \dots 9.$$

Полученные выражения коэффициентов электростатической индукции являются базовыми для построения матрицы КЭСИ цилиндрического подвеса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г а м м И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 504 с.
2. К о у л Д ж. Методы теории возмущений в прикладной математике: Пер. с англ. – М.: Мир, 1972. – 276 с.

Статья поступила в редакцию 18.09.2006

Сергей Александрович Васюков родился в 1958 г., окончил в 1981 г. МВТУ им. Н.Э.Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Электротехника и промышленная электроника” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор 32 научных работ в области электростатических подвесов и датчиков автосигнализаций.

S.A. Vasyukov (b. 1958) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1981. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Electrical Engineering and Industrial Electronics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 32 publications in the field of electrostatic suspension and sensor of automobile signaling system.

Георгий Федорович Дробышев родился в 1933 г, окончил в 1957 г. Московский энергетический институт. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Электротехника и промышленная электроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 80 научных работ в области расчета электростатических гироскопов и акселерометров, физики полупроводниковых приборов.

G.F. Drobyshev (b.1933) graduated from the Moscow Institute for Power Engineering in 1957. D. Sc. (Eng.), professor of “Electrical Engineering and Industrial Electronics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 80 publications in the field of design of electrostatic gyroscopes and accelerometers, physics of semiconductor instruments.