

УДК 530.1+551.508

В. О. Г л а д ы ш е в, Т. М. Г л а д ы ш е в а,  
В. Е. З у б а р е в, М. В. Л е л ь к о в,  
Г. В. П о д г у з о в

## **ФОРМИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ В ОГРАНИЧЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТРУКТУРАХ, ОБЛАДАЮЩИХ АКСИАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ<sup>1</sup>**

*Предложен метод расчета оптимального числа проходов светового луча во вращающемся неконфокальном резонаторе, заполненном оптически прозрачной средой, в схеме дискового интерферометра. Метод позволяет обеспечить максимальную разность хода интерферирующих лучей и минимальные оптические потери с учетом искривления траекторий в среде с трехмерным полем скоростей. Рассчитана величина эквивалентной разности хода лучей, прошедших вращающийся и неподвижный диск, для замкнутых траекторий лучей во вращающейся среде.*

Оптика движущихся сред наряду с классическими эффектами Саньяка, Физо, Доплера также предсказывает явление нарушения закона преломления Снеллиуса, вращение плоскости поляризации электромагнитной волны при отражении или преломлении на движущейся границе раздела двух сред, изменение амплитуды и фазы прошедшей и отраженной волн, искривление траектории волнового вектора световой волны в среде с трехмерным законом движения.

В общем случае трехмерного движения среды теоретическое описание данных явлений проводится на основе решения дисперсионного уравнения оптики движущихся сред [1]. Однако решение дисперсионного уравнения было экспериментально проверено только в ряде частных случаев. Наиболее известными из них являются интерферометрические опыты по регистрации эффектов Саньяка [2] и Физо [3].

В интерферометрах, аналогичных интерферометру Саньяка, основной сдвиг интерференционной картины возникает вследствие смещения зеркал за время проведения опыта. Теоретическое описание эффекта Саньяка обычно проводят на основе уравнений электродинамики во вращающейся системе отсчета [4], что становится возможным, так как

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант № МД-170.2003.08).

среда, источник излучения и приемник находятся в одной системе отсчета.

Если скорость среды не содержит тангенциальной компоненты ( $u_{2t} = 0$ ,  $u_{2n} \neq 0$ ), причем среда движется относительно источника излучения и приемника, возникает продольное увлечение света, обнаруженное в классическом эксперименте Физо [3]. Эффект Физо значительно слабее, чем эффект Саньяка, так как он вызван изменением скорости распространения света в движущейся среде, которое в первом приближении пропорционально множителю Френеля. Заметим, что в опыте Физо отсутствуют как нормальный, так и тангенциальный разрывы скорости на границе раздела сред, что приводит к существенному упрощению решения дисперсионного уравнения и, соответственно, выражения для накопленной разности хода лучей. Теоретическое описание данных явлений может быть выполнено и в сопутствующей системе отсчета, что позволяет избежать необходимости учета эффектов Физо и Доплера [5].

Более детальный анализ процессов распространения электромагнитных излучений в движущихся средах показывает, что в эксперименте Саньяка при показателе преломления движущейся среды  $n > 1$  и вынесении из вращающейся системы отсчета источника и детектора излучения должно возникать явление искривления траектории волнового вектора [6]. Если последнее условие не выполнено, интерференционная картина не зависит от показателя преломления в нерелятивистском приближении, что было показано в работах [7, 8]. Заметим, что результаты расчетов свидетельствуют о том, что величина дополнительной разности хода, возникающей вследствие искривления лучей, сравнима по порядку величины с разностью хода лучей вследствие продольного эффекта Физо. Это связано с нарушением закона Снеллиуса на тангенциальном разрыве скорости, что вместе с явлением искривления траектории должно приводить к смещению точки выхода луча из среды. Данное комплексное явление представляет собой поперечное увлечение света в движущейся среде.

Поперечное увлечение света может возникать при распространении излучения во вращающемся оптическом диске. В работе [9] был описан подобный эксперимент, в котором свет распространялся во вращающемся оптическом диске. При проведении эксперимента был зарегистрирован эффект Физо, однако авторы не обнаружили нарушение закона Снеллиуса на границе раздела сред (во вращающемся диске возникает тангенциальный разрыв скорости на плоской поверхности диска). В теоретической части работы они также не учитывали явление дополнительного отклонения светового луча на тангенциальном разрыве скорости. Вместе с тем, можно показать, что дополнительный сдвиг

интерференционной картины в аналогичных экспериментах достигает порядка 20 % от величины сдвига, вызванного эффектом Физо.

Координатное решение дисперсионного уравнения [1] было получено в предположении, что показатель преломления движущейся среды не отличается от показателя преломления неподвижной среды. Однако данное предположение имеет конечную область применения. В связи с этим интерес представляют эксперименты [10–12], целью которых было оценить и измерить дисперсионный член в формулах Френеля и Лоренца для волоконно-оптических гироскопов. Использование очень длинного оптического световода с низкими потерями в кольцевых интерферометрах позволило измерить эффект Физо во вращающемся волокне и экспериментально подтвердить наличие дисперсионного члена в коэффициенте увлечения.

Также были проведены эксперименты при наличии нормальной компоненты скорости движения границы раздела сред [13]. Полученные результаты позволили проверить решение уравнений электродинамики движущихся сред при скоростях, близких к релятивистским.

Данные результаты приводят к необходимости использования при описании процессов распространения света в движущихся средах точного решения дисперсионного уравнения с учетом членов, содержащих отношение скорости границы раздела сред или скорости среды к скорости света в вакууме второго порядка малости:  $\beta^2 = V^2/c^2$ .

В работе [14] также было показано, что для корректного описания пространственного эффекта Физо необходимо учитывать величину  $\beta^2$ . Например, величина сдвига интерференционной картины вследствие эффекта искривления траектории распространения электромагнитной волны во вращающейся среде имеет порядок малости, сравнимый с величиной погрешности вычислений в пренебрежении членами, содержащими  $\beta^2$ .

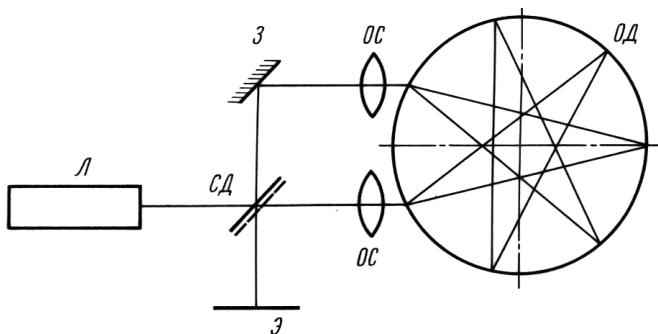
Результаты перечисленных экспериментов могут рассматриваться лишь как тесты той или иной части уравнений электродинамики, которая связана либо с движением границы раздела сред, но не самих сред, либо, наоборот, при движении среды в отсутствии движения границы раздела. Вместе с тем, эффекты оптики движущихся сред могут оказывать влияние на результаты различных измерительных процедур. Так, например, в экспериментах по локации космического летательного аппарата было обнаружено заметное влияние эффекта увлечения света движущейся средой на направление лазерного луча, проходящего движущийся кварцевый отражатель. Описание данных экспериментов и попытка их теоретического объяснения приведены в [15, 16]. Корректное описание результатов данных экспериментов и, в общем случае,

пространственного эффекта увлечения электромагнитной волны движущейся средой возможно только на основе решения дисперсионного уравнения, что приводит к необходимости экспериментальной проверки решения в наиболее общем случае движения среды.

Прохождение электромагнитной волной вращающейся среды позволяет провести экспериментальный тест для той части координатных решений дисперсионных уравнений, которая содержит члены тангенциальной и нормальной составляющих скорости среды  $u_{2t}$ ,  $u_{2n}$  и описывает пространственный эффект увлечения света.

Для исследования релятивистского эффекта увлечения света во вращающейся среде была предложена схема интерферометра с неконфокальным резонатором, заполненным прозрачной средой [6]. Резонатор представляет собой вращающийся оптический диск (ОД), на цилиндрической поверхности которого переотражаются лучи. Другой возможной реализацией эксперимента является ввод излучения через плоскую поверхность вращающегося диска. Подобный эксперимент был описан в работе [17], причем для увеличения оптического пути в материале диска лучи переотражались на зеркальных участках его плоских поверхностей. Результаты эксперимента позволили подтвердить результаты расчетов, основанных на точном решении дисперсионного уравнения, с учетом эффекта нарушения закона Снеллиуса. Для детального изучения процессов распространения электромагнитного излучения во вращающейся среде необходимо увеличить оптическую разность хода лучей, прошедших диск в противоположных направлениях, что может быть достигнуто при увеличении показателя преломления диска, его скорости или числа переотражений в материале диска. Причем для ввода излучения через цилиндрическую поверхность диска число переотражений геометрически зависит лишь от угла ввода излучения, что представляет практический интерес.

Целью авторов настоящей работы является изучение особенностей формирования устойчивых электромагнитных образований в ограниченных пространственных структурах с учетом искривления траекторий лучей в среде с трехмерным полем скоростей. Изучение данных особенностей позволит разработать метод расчета оптимального числа проходов светового луча во вращающемся неконфокальном резонаторе в схеме дискового интерферометра, предназначенного для экспериментального теста координатных решений дисперсионных уравнений, которые содержат члены тангенциальной и нормальной составляющих скорости среды  $u_{2t}$ ,  $u_{2n}$ . Данный подход позволит обеспечить максимальную разность хода интерферирующих лучей и минимальные оптические потери.



**Рис. 1.** Принципиальная оптическая схема дискового оптического интерферометра для исследования пространственного эффекта увлечения света движущейся средой

Эквивалентная длина пути лучей, распространяющихся во вращающемся диске, зависит от размеров диска  $R_0$ , скорости вращения  $\omega$ , показателя преломления  $n_2$  для выбранной длины волны света  $\lambda$  и числа переотражений  $N$  на цилиндрической поверхности. Ниже будем рассматривать плоский случай, когда луч возвращается после переотражений в исходную точку, что является необходимым условием формирования устойчивых электромагнитных образований и увеличивает отношение сигнал/шум. Принципиальная оптическая схема дискового интерферометра для исследования пространственного эффекта увлечения света движущейся средой представлена на рис. 1. Излучение лазера  $L$ , пройдя светоделитель  $CD$ , минуя зеркало  $Z$ , и оптические системы  $OC$  ввода-вывода излучения, попадает в оптический диск  $OD$  и распространяется в материале диска в противоположных направлениях, после чего попадает на экран  $\mathcal{E}$ , где происходит регистрация интерференционной картины (ИК). В случае неподвижного диска,  $\omega = 0$ , оптические лучи проходят равные оптические пути и на экране наблюдается неподвижная ИК. При  $\omega > 0$  или  $\omega < 0$  лучи получают разные приращения фаз и распределение интенсивности излучения в интерференционной картине изменяется.

Рассмотрим среду в полупространстве  $Z < 0$ , обладающую в системе покоя показателем преломления  $n_1$ , и среду в полупространстве  $Z > 0$  с показателем  $n_2$  в системе покоя (рис. 2). Выберем систему отсчета, в которой первая среда покоится, а второй среде соответствует закон вращения с центром в точке, имеющей координаты  $x = 0, z = R_0$ . Тангенциальная и нормальная составляющие вектора скорости  $\vec{u}_2$  определяются формулами

$$u_{2x} = \omega(R_0 - z), \quad u_{2z} = \omega x, \quad (1)$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения диска,  $R_0$  — радиус диска.

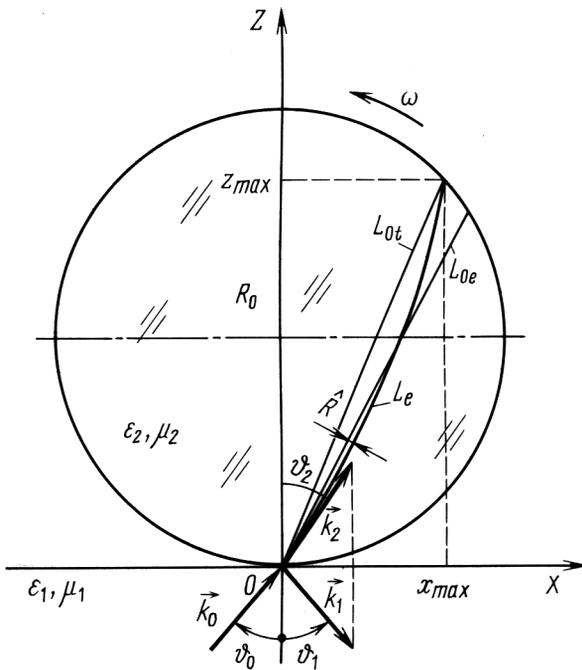


Рис. 2. Схема распространения луча во вращающемся оптическом диске при вводе излучения через цилиндрическую поверхность

Пусть из первой среды на поверхность тангенциального разрыва падает плоская монохроматическая волна с частотой  $\omega_0$ . Волновой вектор  $\vec{k}_0$  падающей волны расположен в плоскости  $X, Z$  и составляет с осью  $Z$  угол  $\vartheta_0$ .

Разность оптического хода двух лучей, пришедших на границу раздела двух сред под углом  $\vartheta_0$ , один из которых распространялся в среде с угловой скоростью  $\omega = 0$ , а второй — с  $\omega \neq 0$ , описывается уравнением

$$\Delta L_e = L_e - L_{0e} = 2c \int_0^{x_{\max}(x,z)} \frac{k_{2z}(x,z)}{\omega_0 \sin 2\vartheta_2} dx - n_2 L_0(\vartheta_0), \quad (2)$$

где

$$\sin 2\vartheta_2 = \frac{2k_{2x}k_{2z}}{k_{2x}^2 + k_{2z}^2}, \quad L_0 = 2R_0 \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \vartheta_0},$$

$$x_{\max}(x,z) = \frac{1}{2} \sin 2\vartheta_2 [R_0 - \hat{k} \operatorname{tg} \vartheta_2 + (R_0^2 - 2R_0 \hat{k} \operatorname{tg} \vartheta_2 - \hat{k}^2)^{1/2}],$$

$$\hat{k} = x - z \operatorname{tg} \vartheta_2(x,z),$$

и  $\vartheta_2(x,z)$  — угол преломления.

В уравнении (2) компоненты волнового вектора во вращающейся среде имеют вид

$$k_{2x} = \frac{\omega_0}{c} \sin \vartheta_0, \quad k_{2z} = \frac{\omega_0}{c} \left[ -\kappa_2 \gamma_2^2 \beta_{2z} \xi_2 \eta_2 + (\eta_2 \cos^2 \vartheta_0 + \kappa_2 \gamma_2^2 \xi_2^2 \eta_2^2)^{1/2} \right]. \quad (3)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \xi_2 &= 1 - \beta_{2x} \sin \vartheta_0, & \eta_2^{-1} &= 1 - \kappa_2 \gamma_2^2 \beta_{2z}^2, \\ \kappa_2 &= n_2 - 1, & \beta_{2x} &= \frac{u_{2x}}{c}, & \beta_{2z} &= \frac{u_{2z}}{c}, \\ \gamma_2^{-2} &= 1 - (\beta_{2z}^2 + \beta_{2x}^2), & \beta_2^2 &= \beta_{2x}^2 + \beta_{2z}^2, \end{aligned}$$

где  $R_0$  — радиус поверхности, ограничивающей вращающуюся среду;  $k_0 = \omega_0/c = 2\pi/\lambda_0$ ;  $\lambda_0$  — длина волны излучения в инерциальной системе отсчета наблюдателя. Верхний предел  $x_{\max}(x, z)$  изменяется вместе с переменными  $x, z$  и представляет собой дрейфующую координату ожидаемого пересечения траектории электромагнитной волны с цилиндрической поверхностью радиуса  $R_0$ ,  $R_0 \gg \lambda_0$ .

Проекции волнового вектора  $k_{2x}, k_{2z}$  находятся из координатного решения дисперсионного уравнения для преломленной волны в пренебрежении поглощением и дисперсией для каждой локальной области траектории электромагнитной волны, распространяющейся в движущейся среде [1].

Траектория распространения плоской монохроматической электромагнитной волны во вращающейся среде находится в плоскости  $X, Z$ , и ей соответствует интегральное уравнение

$$z(x) = \int_0^{x_{\max}(x, z)} \frac{k_{2z}(x, z)}{k_{2x}} dx. \quad (4)$$

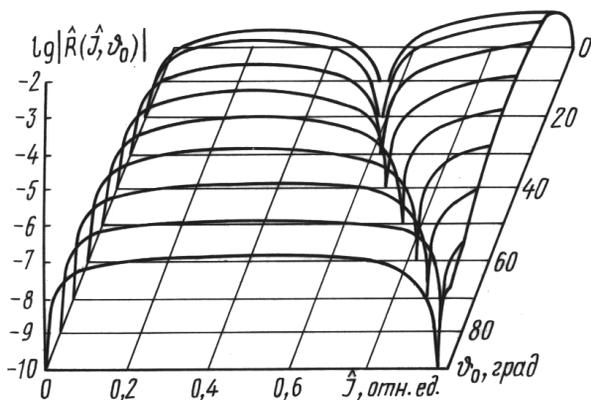
Для численной оценки величины отклонения траектории волнового вектора от прямой линии можно ввести величину  $\hat{R}$ , характеризующую кратчайшее расстояние от точек криволинейной траектории при  $\omega \neq 0$  до прямой, по которой распространяется свет при  $\omega = 0$ .

Поскольку оптическая длина пути при различных углах падения  $\vartheta_0$  различна, можно ввести нормированную длину пути, равную отношению текущей длины пути  $l_i$  в  $i$ -й точке траектории ко всей длине траектории:

$$\hat{j} = \frac{l_i}{L_e}.$$

Тогда величина  $\hat{R}$  будет определяться уравнением

$$\hat{R}(x, z) = x \cos \vartheta_2^0 - \sin \vartheta_2^0 \int_0^{x_{\max}(x, z)} \frac{k_{2z}(x, z)}{k_{2x}} dx, \quad (5)$$



**Рис. 3.** Зависимость кратчайшего расстояния  $\hat{R}$  от траектории волнового вектора электромагнитной волны до прямой, по которой распространяется свет при  $\omega = 0$ , от угла падения  $\vartheta_0$  и нормированной длины пути  $\hat{J}$

где  $\vartheta_2^0$  — угол преломления при  $\omega = 0$ .

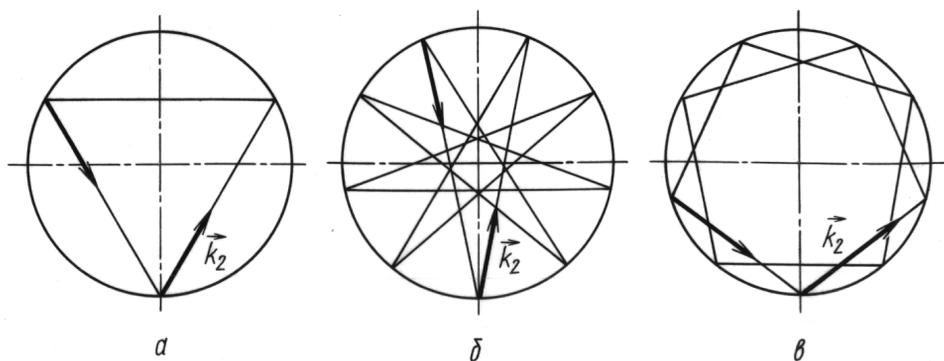
Решение интегрального уравнения представлено на рис. 3 для следующих параметров:  $k_0 = 10^{-7} \text{ м}^{-1}$ ,  $n_1 \cong 1$ ,  $n_2 = 1,5$ ,  $R_0 = 0,1 \text{ м}$ ,  $\omega = 10^4 \text{ рад/с}$ .

Как следует из графиков, величина  $\hat{R}$  возрастает от  $\hat{R} = 0$  при  $\vartheta_2^0 = 0^\circ$  до  $\hat{R} \approx 10^{-7} \text{ м}$  при  $\vartheta_2^0 = 90^\circ$ . Зависимость  $\hat{R}(\hat{J}, \vartheta_0)$  приведена по модулю, поэтому график делится на две части: до пересечения с прямой траекторией, где  $\hat{R} > 0$ , и после пересечения, где  $\hat{R} < 0$ .

Введем дополнительные параметры:  $p$  — число разбиений окружности, образующей цилиндрическую поверхность диска,  $k$  — число пропусков делений окружности между соседними переотражениями,  $N$  — число проходов луча до попадания в исходную точку ОД.

Пусть  $m$  — наибольший общий делитель чисел  $p$  и  $k$ ; тогда справедливо равенство  $N = p/m$ . Пусть, например,  $p = 9$  и  $k = 3$ ; тогда  $N = 3$ , что указывает на образование замкнутой траектории при сравнительно малом числе переотражений (рис. 4). В случае, когда  $p = 9$  и  $k = 4$ , получим  $N = 9$  и смещение интерференционной картины будет существенно больше. Однако не все замкнутые траектории, которые можно изобразить геометрически, реализуемы в оптическом диске при вводе светового луча через цилиндрическую поверхность диска. Так, при  $p = 9$ ,  $k = 2$ ,  $N = 9$  преломленный луч должен иметь угол преломления  $\vartheta_2 = 50^\circ$ . Вместе с тем, при вводе луча из среды с показателем преломления  $n_1 \cong 1$  в среду ОД с показателем  $n_2 = 1,5$  для угла  $\vartheta_2 = 50^\circ$  не существует угла падения  $\vartheta_0$ .

Численные расчеты показывают, что зависимость накопленной оптической разности хода лучей  $\Delta L_e$ , прошедших вращающийся ОД в противоположных направлениях, от угла падения  $\vartheta_0$  имеет макси-



**Рис. 4. Схемы отражений лучей на цилиндрической поверхности ОД:**  
*a* —  $p = 9, k = 3, N = 3$ ; *б* —  $p = 9, k = 4, N = 9$ ; *в* —  $p = 9, k = 2, N = 9$

мум при  $\vartheta_0^{\text{eff}} \approx 41^\circ$  для  $n_1 \cong 1, n_2 = 1,5, k_0 = 10^{-7} \text{ м}^{-1}, R_0 = 0,1 \text{ м}, \omega = 10^4 \text{ рад/с}$  [6]. Это является результатом конкуренции эффектов продольного и поперечного увлечения световой волны во вращающемся оптическом диске с увеличением угла падения луча на цилиндрическую поверхность вращающегося диска. Однако ввод излучения под этим углом, строго говоря, не удовлетворяет условию заданного числа проходов в дисковом элементе. Данное обстоятельство связано с тем, что для снижения общего оптического фона световой луч должен образовывать замкнутую геометрическую фигуру.

Кроме того, необходимо учитывать, что при каждом переотражении происходит уменьшение амплитуды электромагнитной волны, ограничивающее эффективное число отражений.

Таким образом, задача сводится к поиску геометрических фигур, для которых угол преломления наиболее близок к заданному, эквивалентная разность хода  $\Delta L_e$  близка к  $\Delta L_e^{\text{max}} = \Delta L_e(\vartheta_0^{\text{eff}})$ , а число отражений не превышает допустимого.

Заметим, что для образования замкнутой траектории в неподвижном оптическом диске угол преломления должен определяться выражением

$$\vartheta_2 = \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{k}{p} \right). \quad (6)$$

Во вращающемся диске равенство (6) не выполняется вследствие нарушения закона Снеллиуса на тангенциальном разрыве скорости (рис. 2). В этом случае величине  $\vartheta_2$  соответствует усредненный угол преломления — угол между осью  $Z$  и прямой, соединяющей точки  $(0, 0)$  и  $(x_{\text{max}}, z_{\text{max}})$  траектории луча. Таким образом, для обеспечения замкнутых траекторий должна решаться обратная задача: по заданному усредненному углу преломления определить угол падения.

Решение находится численно при минимизации разности угла  $\vartheta_0$  и эффективного угла  $\vartheta_0^{\text{eff}}$ , при котором функция  $\Delta L_e(\vartheta_0)$  имеет максимум, а число  $N$  — минимально необходимое для обеспечения требуемой разности хода. Минимальность  $N$  следует из требования снижения потерь и влияния неидеальности оптического диска при переотражениях лучей.

Сначала фиксируют  $p$  и выбирают  $k$ , затем по формуле (6) определяют  $\vartheta_2$  и из решения дисперсионного уравнения [1] находят  $\vartheta_0$  для заданных  $n_2$  и  $\omega$ . Расчеты повторяют для всех наборов  $(p, k)$ , удовлетворяющих условию  $N_{\text{opt}} \in (N_{\text{min}}, N_{\text{max}})$ , где  $N_{\text{min}}$  определяется точностными требованиями, а  $N_{\text{max}}$  — из условия ограничения влияния дисперсии, расходимости и т.п. Окончательно выбирают те значения  $(p, k)$ , при которых минимальна разность  $|\Delta L_e - \Delta L_e^{\text{max}}|$ .

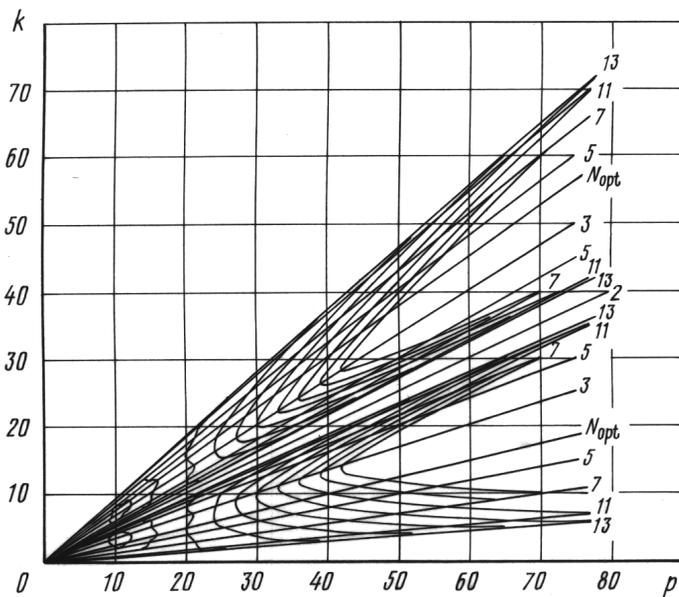
Отметим, что проблема оптимизации числа отражений на цилиндрической поверхности связана с особенностями представления на плоскости простых чисел.

Очевидно, что выбранному значению  $(p, k)$  соответствует одно число переотражений  $N$  луча в диске. На плоскости это будет соответствовать номограмме  $N(p, k)$ . Поскольку для каждого выбранного  $p$  и спектра возможных значений  $k$ , вообще говоря, существует несколько значений  $m$ , числа  $N$  будут иметь тенденцию к повторению при увеличении  $p$ , в результате чего номограмма будет иметь некоторые свойства симметрии. Повторяемость значений  $N$  при увеличении  $p$  будет означать, что существует некоторое минимальное  $p$ , при котором может быть реализовано данное  $N$ . Однако, так как потребность в увеличении  $p$  связана с увеличением необходимого числа переотражений  $N$ , точки номограммы, в которых число  $N$  возникает повторно, должны быть исключены. В связи с этим интерес представляет возможность геометрического отображения точек номограммы с повторяющимися значениями  $N$  на диаграмме  $k = f(p)$ .

На рис. 5 представлены кривые, проходящие через геометрические места точек, соответствующих простым числам  $N$  на диаграмме  $k = f(p)$ . Точке пересечения кривой и прямой соответствует число переотражений  $N$ , указанное рядом с прямой линией. При  $p > 18$  кривые имеют бесконечную протяженность. При  $p = 18$  происходит обращение направления ветвей семейств кривых. При  $p < 18$  кривые быстро вырождаются в ряд точек.

Введем угол  $\varphi$ , являющийся угловой мерой наклона прямой, выходящей из начала координат и проходящей через точку  $(k, p)$  на гистограмме  $k = f(p)$ . Тогда формула (6) будет иметь вид

$$\text{tg } \varphi = \frac{k}{p} = \frac{1}{2} - \frac{\vartheta_2}{\pi}. \quad (7)$$



**Рис. 5.** Распределение простых чисел  $N = 3, 5, 7, 11, 13$  отражения луча в зависимости от числа  $p$  разбиения окружности на равные части и числа  $k$  пропусков делений между соседними переотражениями

Перейдем в формуле (7) к углу падения  $\vartheta_0$  и учтем четность функции. Тогда получим два решения:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1}{2\pi} \arccos \left( 2 \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \vartheta_0 - 1 \right), \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = 1 - \operatorname{tg} \varphi_1, \quad (8)$$

которые соответствуют возможности симметричного ввода луча в ОД (первое решение для случая, когда  $k < p/2$ , второе решение — для  $k > p/2$ ).

Рассмотрим случай  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1,5$  (оптическое стекло “крон”),  $\vartheta_0^{\text{eff}} \approx 41^\circ$ . Тогда из соотношений (7), (8) получим:  $k_1 = 89$ ,  $p = 250$ ,  $N = 250$  при  $\varphi_1 = 19,59^\circ$ ;  $k_2 = 161$ ,  $p = 250$ ,  $N = 250$  при  $\varphi_2 = 32,785^\circ$ . Заметим, что  $k_1 + k_2 = p$ . Прямые, соответствующие углам  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , изображены на диаграмме, представленной на рис. 5.

Интересно, что прямые проходят вблизи вершин семейств кривых, соответствующих простым числам на диаграмме.

Представление результатов на диаграмме позволяет достаточно легко оценить оптимальные значения  $N$  и  $k$  путем нахождения максимального значения  $N$  в точках диаграммы вблизи прямой, проходящей под углом  $\varphi_1 = 19,59^\circ$ , для значений  $p \in (N_{\min}, N_{\max})$ . В случае, если в этом диапазоне значений  $p$  все числа  $N_i$  меньше  $N_{\min}$ , проверяют область  $p > N_{\max}$ .

Заметим, что первое пересечение с цилиндрической поверхностью неподвижного ОД определяет максимальную координату луча по оси ординат

$$z_{\max} = 2R_0 \left( 1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \vartheta_0 \right). \quad (9)$$

Тогда  $\varphi_1$  будет определяться выражением

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1}{2\pi} \arccos \left( 1 - \frac{z_{\max}}{R_0} \right). \quad (10)$$

Однако, как было показано в [6], координаты точки пересечения луча с цилиндрической поверхностью вращающегося ОД зависят от скорости вращения. Поэтому величину  $z_{\max}$  необходимо находить из решения уравнения траектории луча (4), которая уже не является прямой во вращающейся среде.

В общем случае данный алгоритм был реализован в виде компьютерной программы, позволяющей по заданному максимальному разбиению цилиндрической поверхности определять при фиксированной скорости вращения диска, его размерах и показателе преломления оптимальное число переотражений и соответствующий угол падения излучения, которые бы обеспечивали максимальное смещение ИК.

В табл. 1 представлены результаты численных расчетов  $\vartheta_0^{\text{eff}}$  для различных показателей преломления  $n_2$ . Расчеты были выполнены для следующих параметров:  $R_0 = 0,1$  м,  $\omega = 1000$  рад/с,  $\lambda = 0,6328$  мкм,  $n_2 = 1,4 \dots 1,7$ .

Таблица 1

**Зависимость эффективного угла падения и накопленной эквивалентной разности хода лучей от показателя преломления материала диска**

$n_2$	$\vartheta_0^{\text{eff}}$ , град	$\Delta L_e$ , м
1,4	37,5	$1,9180 \cdot 10^{-8}$
1,5	41,0	$2,4975 \cdot 10^{-8}$
1,6	44,3	$3,1169 \cdot 10^{-8}$
1,7	48,0	$3,7767 \cdot 10^{-8}$

Нетрудно заметить, что величина накопленной эквивалентной разности хода лучей зависит от показателя преломления среды пропорционально множителю Френеля ( $n_2^2 - 1$ ).

На основе разработанной компьютерной программы была проведена оптимизация числа проходов ОД при выбранном  $p \in (4, 10)$  и рассчитаны смещения ИК для оптимальных траекторий при прохождении лучей в оптическом диске в одном направлении (табл. 2). В расчетах были использованы следующие параметры:  $R_0 = 0,06$  м,  $\omega = 630$  рад/с,  $\lambda = 0,6328$  мкм,  $n_2 = 1,5$ .

Таблица 2

**Результаты расчетов разности хода интерферирующих лучей при оптимизации числа проходов в ОД**

$p$	$k_{\text{opt}}$	$m_{\text{opt}}$	$\vartheta_0$ , град	$\vartheta_2$ , град	$N_{\text{opt}}$	$\Delta L_e$ , м
4	2	2	0	0	2	0
5	2	1	27,6	18	5	$1,07 \cdot 10^{-7}$
6	2	2	48,6	30	3	$7,01 \cdot 10^{-8}$
7	3	1	19,5	13	7	$1,18 \cdot 10^{-7}$
8	3	1	35,0	22	8	$1,91 \cdot 10^{-7}$
9	4	1	15,1	10	9	$1,22 \cdot 10^{-7}$
10	3	1	61,8	36	10	$1,79 \cdot 10^{-7}$

Для каждого отдельного числа разбиений  $p$  в табл. 2 представлены данные оптимальной замкнутой траектории. Для  $p = 8$  имеем угол  $\vartheta_0 = 35^\circ$ , причем он близок к значению  $\vartheta_0^{\text{eff}} \approx 41^\circ$ . При этом число проходов  $N_{\text{opt}}$  равно восьми и величина накопленной разности хода максимальна:  $\Delta L_e = 1,91 \cdot 10^{-7}$  м (0,3 полосы). Для  $p = 10$  имеем угол  $\vartheta_0 = 61,8^\circ$ , который сильно отличается от  $\vartheta_0^{\text{eff}}$ . При этом число проходов  $N_{\text{opt}}$  равно десяти, что несколько больше, чем для  $p = 8$ , но разность хода  $\Delta L_e = 1,79 \cdot 10^{-7}$  м (0,27 полосы) меньше, чем в предыдущем случае. Данный пример иллюстрирует тот факт, что при увеличении числа проходов накопленный лучом сдвиг фазы вследствие вращения диска не всегда максимален. Поэтому предложенная процедура оптимизации числа переотражений должна применяться на этапе разработки оптической схемы интерферометра.

Оптическая схема интерферометра с переотражением луча на цилиндрической поверхности может иметь более высокую чувствительность по сравнению со схемой интерферометра, представленной в работе [17], из-за возможности создания большого числа переотражений. Это может быть использовано для проверки решения дисперсионного уравнения в трехмерном случае движения среды и для исследования пространственного увлечения света в среде со сложным движением. Поскольку решение дисперсионного уравнения имеет нелинейный вид, обсуждаемая схема интерферометра позволит экспериментально проверить инвариантные свойства преобразований частных дифференциалов пространства и времени. Заметим также, что диаграмма  $k(p)$

имеет фундаментальное значение, так как содержит все возможные реализации разбиения окружности для образования замкнутых фигур. Можно предположить, что геометрические свойства диаграммы отражают физические принципы формирования устойчивых электромагнитных образований в ограниченных пространственных структурах, имеющих аксиальную симметрию, аналогично тому, как образуются стоячие волны в резонаторах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Отражение света от движущегося зеркала и родственные задачи // УФН. – 1989. – Т. 159, вып. 1. – С. 155–180.
2. Sagnac G. L'ether lumineux demontre par l'effet du vent relative d'ether dans un interferometer en rotation uniforme // C. R. Acad. Sci. – 1913. – V. 33. – P. 349–354.
3. d'Fizeau H. Sur les hypotheses relatives a l'ether lumineux, et sur une experience qui parait demonter que le mouvement des corps change la vitesse avec laquelle la lumiere se propage dans leur interieur//Ann. Chim. Phys. – 1859. – V. 57. – P. 385.
4. Post E. J. Sagnac effect // Rev. Mod. Phys. – 1967. – V. 39, № 2. – P. 475–494.
5. Arditty H. J., Lefevre H. C. Sagnac effect in fiber gyroscopes//Opt. Lett. – 1981. – V. 6, № 8. – P. 401–403.
6. Гладышев В. О. Искривление траектории распространения плоской монохроматической электромагнитной волны в среде с вращением // Письма в ЖЭТФ. – 1993. – Т. 58, вып. 8. – С. 593–597.
7. Логунов А. А., Чугреев Ю. В. Специальная теория относительности и эффект Саньяка // УФН. – 1988. – Т. 156, № 1. – С. 138–143.
8. Heer C. V. Resonant frequencies of an Electromagnetic Cavity in an accelerated system of reference // Phys. Rev. A. – 1964. – V. 134. – P. 799.
9. Vilger H. R., Stowell W. K. Light drag in a ring laser: An improved determination of the drag coefficient // Phys. Rev. A. – 1977. – V. 16, № 1. – P. 313–319.
10. Leeb W. R., Schiffner G., Scheiterer E. Optical fiber gyroscopes: Sagnac or Fizeau effect? // Appl. Opt. – 1979. – V. 18, № 9. – P. 1293–1295.
11. Lerche I. The Fizeau effect: Theory, experiment, and Zeeman's measurements // Amm. J. Phys. – 1977. – V. 45, № 12. – P. 1154–1163.
12. Vali V., Shorthill R. W., Berg M. F. Fresnel-Fizeau effect in a rotating optical fiber ring interferometer // Appl. Opt. – 1977. – V. 16. – P. 2605–2607.
13. Загороднов О. Г., Файнберг Я. Б., Егоров А. М. Умножение частоты с помощью “схлопывания” плазмы // ЖЭТФ. – 1960. – Т. 38, вып. 1. – С. 7–9.
14. Гладышев В. О. Распространение плоской монохроматической электромагнитной волны в среде со сложным движением // ЖТФ. – 1999. – Т. 69, вып. 5. – С. 97–100.
15. Васильев В. П., Гришмановский В. А., Плиев Л. Ф., Старцев Т. П. О влиянии движения оптической среды при локации // Письма в ЖЭТФ. – 1992. – Т. 55, вып. 6. – С. 317–320.
16. Васильев В. П., Гусев Л. И., Денган Дж. Дж., Шаргородский В. Д. Экспериментальная проверка влияния эффекта Физо на направление отраженного светового луча при спутниковой лазерной дальнометрии // Радиотехника. – 1966. – № 4. – С. 80–84.

Статья поступила в редакцию 29.03.2005

Владимир Олегович Гладышев родился в 1966 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1989 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 90 научных работ, в том числе двух монографий в области теоретической физики.

V.O. Gladyshev (b. 1966) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1989. D. Sc. (Phys.-Math.), professor of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 90 publications including 2 monographs in the field of theoretical physics.



Татьяна Михайловна Гладышева родилась в 1966 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1990 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 35 научных работ в области оптической интерферометрии.

T.M. Gladysheva (b. 1966) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1990. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 35 publications in the field of optical interferometry.



Вячеслав Евгеньевич Зубарев родился в 1934 г., окончил в 1956 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Оптико-электронные приборы для научных исследований” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 70 научных работ и 6 изобретений в области интерферометрии, спектральных и поляризационных приборов.

V.Ye. Zubarev (b. 1934) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1956. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Optical and Electronic Devices for Research” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 70 publications and 6 inventions in the field of interferometry, spectral and polarizing devices.



Максим Викторович Лельков родился в 1976 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2000 г. Аспирант кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 15 научных работ в области расчета и создания оптических систем.

M.V. Lelkov (b. 1976) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2000. Post-graduate of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 15 publications in the field of design and development of optical systems.

