УДК 53.072+504.5

С. П. Бабенко, А. В. Бадьин

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ РОЖДЕНИЯ И ОСЕДАНИЯ ПРОДУКТОВ ГИДРОЛИЗА ГАЗООБРАЗНОГО ГЕКСАФТОРИДА УРАНА UF_6 В ПЛОСКОМ СЛОЕ И В ТРУБКЕ

Решена задача оценки доз токсичных веществ — урана и фтора — в производственных условиях работы с гексафторидом урана UF_6. В рассматриваемой математической модели учитываются диффузионное движение частиц в газовой фазе и дрейфовое перемещение аэрозольных частиц под действием силы тяжести. Перемещение рассматривается в плоском слое. Такая модель максимально приближена к описываемому физическому процессу и потому позволяет оценивать дозы, получаемые человеком и при вдыхании токсичных веществ, и при осаждении их на кожу.

Известно [1], что на предприятиях, работающих с UF_6, в водухе рабочих помещений содержатся вещества: UF_6 (газ), UOF_4 (газ), UO_2F_2 (газ), HF (газ), UO_2F_2 (аэрозоль), HF (аэрозоль), пары́ H_2O. Эти вещества участвуют в следующих физических и химических процессах: гидролизе, коагуляции, диффузии, дрейфовом перемещении. Записывая уравнение непрерывности, нетрудно получить математическую модель, описывающую поведение гексафторида урана в области Q на временном промежутке (t_0, t_1):

$$\frac{\partial}{\partial t} n_k = D_k \Delta n_k - (\vec{v}_k, \mathrm{grad}(n_k)) + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m} n_m + F_k(\vec{x}, t), \quad k = \overline{1,N}, \;\; \vec{x} \in Q, \quad t \in (t_0, t_1); \tag{1}$$

$$n_k(\vec{x}, t_0) = n_{k,0}(\vec{x}), \;\; k = \overline{1,N}, \;\; \vec{x} \in Q,$$

$$\alpha_k(\vec{x}, t) \frac{\partial}{\partial \vec{n}} n_k(\vec{x}, t) + \beta_k(\vec{x}, t) n_k(\vec{x}, t) = r_k(\vec{x}, t), \quad k = \overline{1,N}, \;\; \vec{x} \in \partial Q, \;\; t \in (t_0, t_1), \tag{2}$$

$$\exists C \geq 0 \exists \delta \in \mathbb{R} \forall \vec{x} \in Q \forall t \in (t_0, t_1)(|n_k(\vec{x}, t)| \leq C e^{\delta t}), \;\; k = \overline{1,N}.$$

Здесь $Q \subseteq \mathbb{R}^3$, Q — открытое непустое множество, ∂Q — кусочно гладкая поверхность; $t_0 \in \mathbb{R}$, $t_1 \in \bar{\mathbb{R}}$ ($\bar{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \bigcup \{-\infty, +\infty\}$ — расширенная вещественная ось), $t_0 < t_1$; $N \in \mathbb{N}$; $n_k(\vec{x}, t)$ — концентрация молекул вещества с номером k в точке $\vec{x}$ в момент времени t; $D_k > 0$ — коэффициент диффузии молекул вещества с номером k; Δ — оператор

Лапласа [2, 3]; $\vec{v}_k = (v_k^1, v_k^2, v_k^3)$ — скорость дрейфа молекул вещества с номером k; $a_{k,m}$ — коэффициенты, описывающие процессы гидролиза, коагуляции и воздухообмена, $a_{k,m} = 0$ при $k, m = \overline{1, N}$, $k < m$; $F_k(\vec{x}, t)$ — плотность мощности внешних источников молекул вещества с номером k в точке $\vec{x}$ в момент времени t; $n_{k,0}(\vec{x})$ — концентрация молекул вещества с номером k в точке $\vec{x}$ в момент времени t_0; α_k, β_k, r_k — коэффициенты, входящие в краевые условия третьего рода (физический смысл этих коэффициентов зависит от конкретной постановки задачи); $|\alpha_k| + |\beta_k| \neq 0$, $\alpha_k \beta_k \geq 0$; $\dfrac{\partial}{\partial \vec{n}}$ — производная по направлению внешней нормали [2, 3].

В работе [1] подробно рассмотрена задача в полупространстве в пренебрежении силой тяжести и силой сопротивления среды. В настоящей статье рассмотрено движение частиц в плоском слое толщиной h, причем учитывается действие силы тяжести и силы сопротивления среды на аэрозольные частицы UO_2F_2 и HF.

Итак, мы полагаем, что $Q = \{(x, y, z) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge z \in (0, h)\}$, где $h \in \mathbb{R}$, $h > 0$. Обозначим через $\alpha_{1,k}$, $\beta_{1,k}$, $r_{1,k}$ значения α_k, β_k, r_k на границе $z = 0$, а через $\alpha_{2,k}$, $\beta_{2,k}$, $r_{2,k}$ значения α_k, β_k, r_k на границе $z = h$. В таком случае краевая задача (1), (2) примет вид

$$\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial t} n_k = D_k \Delta n_k - \big(\vec{v}_k, \operatorname{grad}(n_k)\big) + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m} n_m + F_k(x, y, z, t), \\
k = \overline{1, N}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad y \in \mathbb{R}, \quad z \in (0, h), \quad t \in (t_0, t_1); \\
n_k(x, y, z, t_0) = n_{k,0}(x, y, z), \;\; k = \overline{1, N}, \\
x \in \mathbb{R}, \;\; y \in \mathbb{R}, \;\; z \in (0, h),
\end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered}
\left(-\alpha_{1,k}(x, y, t) \frac{\partial}{\partial z} n_k + \beta_{1,k}(x, y, t) n_k\right)\Big|_{z=0} = r_{1,k}(x, y, t), \\
\left(\alpha_{2,k}(x, y, t) \frac{\partial}{\partial z} n_k + \beta_{2,k}(x, y, t) n_k\right)\Big|_{z=h} = r_{2,k}(x, y, t), \\
k = \overline{1, N}, \;\; x \in \mathbb{R}, \;\; y \in \mathbb{R}, \;\; t \in (t_0, t_1), \\
\exists C \geq 0 \exists \delta \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \forall z \in (0, h) \forall t \in (t_0, t_1) \\
\big(|n_k(x, y, z, t)| \leq C e^{\delta t}\big), \quad k = \overline{1, N}.
\end{gathered} \tag{4}$$

В соответствии с реальной действительностью принимали, что дрейф вещества под действием силы тяжести и силы сопротивления среды происходит в направлении, противоположном направлению оси z, т. е. $v_k^1 = 0$, $v_k^2 = 0$, $v_k^3 \leq 0$. В этом случае

$$\big(\vec{v}_k, \operatorname{grad}(n_k)\big) = v_k^3 \frac{\partial}{\partial z} n_k.$$

Обозначим $v_k = -v_k^3$ (такое обозначение вводится для устранения знака минус в уравнениях; так как $v_k^3 \leq 0$, то $v_k \geq 0$). Будем считать, что величины F_k, $n_{0,k}$, $\alpha_{1,k}$, $\beta_{1,k}$, $r_{1,k}$, $\alpha_{2,k}$, $\beta_{2,k}$, $r_{2,k}$ не зависят от переменных x, y. Тогда величины n_k также не зависят от переменных x, y. Соответственно, задача (3), (4) приобретает следующий вид:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t} n_k = D_k \frac{\partial^2}{\partial z^2} n_k + v_k \frac{\partial}{\partial z} n_k + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m} n_m + F_k(z,t),\\ k = \overline{1,N}, \quad z \in (0,h), \ \ t \in (t_0, t_1);\end{gathered} \tag{5}$$

$$n_k(z, t_0) = n_{k,0}(z), \quad k = \overline{1,N}, \quad z \in (0,h),$$

$$\begin{gathered}\left. \left(-\alpha_{1,k}(t) \frac{\partial}{\partial z} n_k + \beta_{1,k}(t) n_k \right) \right|_{z=0} = r_{1,k}(t),\\ \left. \left(\alpha_{2,k}(t) \frac{\partial}{\partial z} n_k + \beta_{2,k}(t) n_k \right) \right|_{z=h} = r_{2,k}(t),\\ k = \overline{1,N}, \quad t \in (t_0, t_1).\end{gathered} \tag{6}$$

Поскольку область стала ограниченной, условия регулярности решения выполняются, поэтому мы их не выписываем.

Далее мы использовали задачу (5), (6) для описания оседания частиц в случае, когда нельзя пренебречь действием силы тяжести. В рассматриваемых в работе [1] приближенных задачах ни силы тяжести, ни силы сопротивления среды не учитывались. Однако, сравнивая результаты расчета с данными модельного эксперимента, получили, что для верной оценки доли токсичного вещества, осевшего к моменту времени t, указанные силы учитывать необходимо.

При решении задачи (5), (6) отдельно описываем урансодержащие продукты (UF_6 (газ), UOF_4 (газ), UO_2F_2 (газ), UO_2F_2 (аэрозоль)) и фторсодержащие продукты (UF_6 (газ), UOF_4 (газ), HF (газ), HF (аэрозоль)). Для этого выбираем $N = 4$. Мы рассматриваем временной промежуток $(0, +\infty)$, т. е. полагаем $t_0 = 0$, $t_1 = +\infty$. Поскольку первые три вещества находятся в газообразном состоянии и не участвуют в дрейфе под действием силы тяжести и силы сопротивления среды, то $v_k = 0$ при $k = \overline{1,3}$. Четвертое вещество не участвует в процессах гидролиза и коагуляции. Кроме того, рассмотрим случай, когда воздухообменом можно пренебречь. Поэтому $a_{4,4} = 0$. Так как в помещение поступает только UF_6, то $F_k \equiv 0$ при $k = \overline{2,4}$. Поскольку в нулевой момент времени в помещении находится только UF_6, то $n_{k,0} \equiv 0$ при $k = \overline{2,4}$. Задача решалась в предположении полного поглощения вещества на границе. Кроме того, мы считаем, что не происходит поступления вещества через границу области. Поэтому $\alpha_{1,k} \equiv 0$, $r_{1,k} \equiv 0$, $\alpha_{2,k} \equiv 0$, $r_{2,k} \equiv 0$.

Тогда задача (5), (6) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}n_1 = D_1\frac{\partial^2}{\partial z^2}n_1 + a_{1,1}n_1 + F_1(z,t),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}n_k = D_k\frac{\partial^2}{\partial z^2}n_k + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m}n_m, \quad k = 2,3, \tag{7}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}n_4 = D_4\frac{\partial^2}{\partial z^2}n_4 + v_4\frac{\partial}{\partial z}n_4 + \sum_{m=1}^{3} a_{4,m}n_m,$$

$$z \in (0,h), \quad t \in (0,+\infty);$$

$$n_1(z,0) = n_{1,0}(z),$$

$$n_k(z,0) = 0, \quad k = \overline{2,4}, \quad z \in (0,h),$$

$$n_k\big|_{z=0} = 0, \tag{8}$$

$$n_k\big|_{z=h} = 0, \quad k = \overline{1,4}, \quad t \in (0,+\infty).$$

Выпишем отдельно задачу для функций n_1, n_2, n_3:

$$\frac{\partial}{\partial t}n_1 = D_1\frac{\partial^2}{\partial z^2}n_1 + a_{1,1}n_1 + F_1(z,t),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}n_k = D_k\frac{\partial^2}{\partial z^2}n_k + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m}n_m, \quad k = 2,3, \tag{9}$$

$$z \in (0,h), \quad t \in (0,+\infty);$$

$$n_1(z,0) = n_{1,0}(z),$$

$$n_k(z,0) = 0, \quad k = 2,\ 3, \quad z \in (0,h),$$

$$n_k\big|_{z=0} = 0, \tag{10}$$

$$n_k\big|_{z=h} = 0, \quad k = \overline{1,3}, \quad t \in (0,+\infty).$$

Задачу (9), (10) нетрудно решить, используя метод Фурье (метод разделения переменных).

Обозначим $\tilde{F}(z,t) = \sum\limits_{m=1}^{3} a_{4,m}n_m(z,t)$; тогда для определения функции n_4 получаем следующую задачу:

$$\frac{\partial}{\partial t}n_4 = D_4\frac{\partial^2}{\partial z^2}n_4 + v_4\frac{\partial}{\partial z}n_4 + \tilde{F}(z,t), \quad z \in (0,h), \quad t \in (0,+\infty); \tag{11}$$

$$n_4(z,0) = 0, \quad z \in (0,\ h),$$

$$n_4\big|_{z=0} = 0, \tag{12}$$

$$n_4\big|_{z=h} = 0, \quad t \in (0,+\infty).$$

Задачу (11), (12) также нетрудно решить, используя метод Фурье.

Решение задачи (9), (10) мы находим в виде функционального ряда. Следовательно, функцию $\tilde{F}$ мы также находим в виде функционального ряда. Соответственно, при решении задачи (11), (12) получается двойной ряд, что создает значительные трудности при расчете на компьютере. Поэтому имеет смысл рассмотреть более грубую, но более простую модель, в которой диффузионным оседанием частиц пренебрегают, считая, что оно протекает медленнее, чем осаждение под действием силы тяжести. Тогда задача для определения функции n_4 может быть записана в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} n_4 = v_4 \frac{\partial}{\partial z} n_4 + \tilde{F}(z,t), \quad z \in (0,h), \quad t \in (0,+\infty); \tag{13}$$

$$\begin{aligned} n_4|_{t=0} &= 0, \quad z \in (0,h), \\ n_4|_{z=h} &= 0, \quad t \in (0,+\infty). \end{aligned} \tag{14}$$

Формально уравнение (13) получается из уравнения (11) отбрасыванием “малого” члена $D_4 \frac{\partial^2}{\partial z^2} n_4$. При этом порядок уравнения уменьшается на единицу, соответственно и число дополнительных условий должно уменьшиться на единицу. Очевидно, что должно быть опущено условие $n_4|_{z=0} = 0$, так как условие $n_4|_{z=h} = 0$ обязательно выполняется, если дрейф происходит против направления оси z.

Для математического обоснования перехода от задачи (11), (12) к задаче (13), (14) необходимо в задаче (11), (12) представить коэффициент диффузии D_4 как функцию некоторого малого безразмерного параметра ε. Например, $D_4 = D_4^0 \varepsilon^2$. Затем к получившейся задаче нужно применить методы асимптотического исследования сингулярно возмущенных начально-краевых задач и убедиться в том, что решение задачи (13), (14) является регулярной частью нулевого приближения к решению задачи (11), (12).

Задачу (13), (14), нетрудно решить, используя метод характеристик.

Далее используем задачу (5), (6) для описания оседания токсичных веществ, присутствующих в рабочих помещениях при повседневных производственных условиях. Будем одновременно описывать оседание урансодержащих и фторсодержащих продуктов (UF_6 (газ), UOF_4 (газ), UO_2F_2 (газ), UO_2F_2 (аэрозоль), HF (аэрозоль)) на временном промежутке $(0,+\infty)$. Для этого выбираем $N = 6$, $t_0 = 0$, $t_1 = +\infty$. Исходя из реальных производственных условий можно считать, что подтекание газа UF_6 происходит с постоянной скоростью, а характеристики производственного помещения с течением времени практически не меняются. Поэтому принимаем, что величины F_k, $\alpha_{1,k}$, $\beta_{1,k}$, $\alpha_{2,k}$, $\beta_{2,k}$ не зависят от переменной t. Кроме того, мы считаем, что не происходит поступления вещества через границу области и, соответственно, $r_{1,k} \equiv 0$, $r_{2,k} \equiv 0$.

Можно показать (при этом учитываются некоторые особенности конкретной используемой матрицы $\{a_{k,m}\}$), что при $t \to +\infty$ решение задачи (5), (6) стремится к решению следующей стационарной задачи:

$$D_k \frac{d^2}{dz^2} n_k + v_k \frac{d}{dz} n_k + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m} n_m = -F_k(z), \quad k = \overline{1,6}, \quad z \in (0,h); \tag{15}$$

$$\left. \left(-\alpha_{1,k} \frac{d}{dz} n_k + \beta_{1,k} n_k \right) \right|_{z=0} = 0,$$
$$\left. \left(\alpha_{2,k} \frac{d}{dz} n_k + \beta_{2,k} n_k \right) \right|_{z=h} = 0, \quad k = \overline{1,6}. \tag{16}$$

Задача (15), (16) может быть исследована стандартными методами:

1) находится фундаментальная система решений (ФСР) однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, соответствующей неоднородной системе обыкновенных дифференциальных уравнений (15);

2) находится функция Грина краевой задачи (15), (16);

3) находится интеграл от произведения функции Грина на правую часть уравнения (15).

Поскольку $\{a_{k,m}\}$ — треугольная матрица, то удается получить рекуррентные формулы для построения функций $j_k = D_k \frac{d}{dz} n_k(z) + v_k n_k(z)$ и n_k.

Представляет интерес оценка дозы, получаемой человеком не только за счет перкутанного, но и за счет ингаляционного проникновения токсичных веществ в организм. В качестве физической модели дыхательной системы можно рассмотреть цилиндрическую трубку радиуса a, через которую из атмосферы рабочего помещения всасывается воздух, загрязненный токсичными веществами. Для описания осаждения гексафторида урана и продуктов его гидролиза на стенки трубки используем задачу (1), (2). Предположим, что трубка является бесконечно длинной. Соответственно, можно считать, что $Q = \{(x,y,z)\colon x^2 + y^2 < a^2 \wedge z > 0\}$. Обозначим через $\alpha_{1,k}$, $\beta_{1,k}$, $r_{1,k}$ значения величин α_k, β_k, r_k на боковой поверхности трубки, а через $\alpha_{2,k}$, $\beta_{2,k}$, $r_{2,k}$ значения величин α_k, β_k, r_k на торце трубки. В таком случае задача (1), (2) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} n_k = D_k \Delta n_k - (\vec{v}_k, \mathrm{grad}(n_k)) + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m} n_m + F_k(x,y,z,t), \tag{17}$$
$$k = \overline{1,N}, \quad x^2 + y^2 < a^2, \quad z > 0, \quad t \in (t_0, t_1);$$

$$n_k\big|_{t=t_0} = n_{k,0}, \quad k=\overline{1,N}, \quad x^2+y^2<a^2, \quad z>0,$$
$$\alpha_{1,k}\frac{\partial}{\partial \vec{n}}n_k + \beta_{1,k}n_k = r_{1,k}, \quad k=\overline{1,N},$$
$$x^2+y^2=a^2, \quad z>0, \quad t\in(t_0,t_1),$$
$$\left(-\alpha_{2,k}\frac{\partial}{\partial z}n_k + \beta_{2,k}n_k\right)\bigg|_{z=0} = r_{2,k}, \quad k=\overline{1,N}, \tag{18}$$
$$x^2+y^2<a^2, \quad t\in(t_0,t_1),$$
$$\exists C\geq 0 \exists \delta\in\mathbb{R}\forall x\forall y\forall z\forall t$$
$$((x,y,z)\in Q\wedge t\in(t_0,t_1)\Rightarrow |n_k(x,y,z,t)|\leq Ce^{\delta t}), \;\; k=\overline{1,N}.$$

Перепишем задачу (17), (18) в цилиндрических координатах. Очевидно, задача (17), (18) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}n_k = D_k\Delta n_k - (\vec{v}_k, \mathrm{grad}(n_k)) + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m}n_m + F_k(\rho,\varphi,z,t),$$
$$k=\overline{1,N}, \quad \rho\in(0,a), \;\; \varphi\in(0,2\pi), \;\; z\in(0,+\infty), \;\; t\in(t_0,t_1); \tag{19}$$

$$n_k\big|_{t=t_0} = n_{k,0}, \;\; k=\overline{1,N}, \;\; \rho\in(0,a), \;\; \varphi\in(0,2\pi), \;\; z\in(0,+\infty),$$
$$\left(\alpha_{1,k}\frac{\partial}{\partial \rho}n_k + \beta_{1,k}n_k\right)\bigg|_{\rho=a} = r_{1,k}, \quad k=\overline{1,N},$$
$$\varphi\in(0,2\pi), \quad z\in(0,+\infty), \quad t\in(t_0,t_1),$$
$$\left(-\alpha_{2,k}\frac{\partial}{\partial z}n_k + \beta_{2,k}n_k\right)\bigg|_{z=0} = r_{2,k}, \quad k=\overline{1,N},$$
$$\rho\in(0,a) \quad \varphi\in(0,2\pi), \quad t\in(t_0,t_1), \tag{20}$$
$$n_k\big|_{\varphi=0} - n_k\big|_{\varphi=2\pi} = 0,$$
$$\frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\bigg|_{\varphi=0} - \frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\bigg|_{\varphi=2\pi} = 0, \quad k=\overline{1,N},$$
$$\rho\in(0,a), \quad z\in(0,+\infty), \quad t\in(t_0,t_1),$$
$$\exists C\geq 0\exists\delta\in\mathbb{R}\forall\rho\in(0,a)\forall\varphi\in(0,2\pi)\forall z\in(0,+\infty)\forall t\in(t_0,t_1)$$
$$(|n_k(\rho,\varphi,z,t)|\leq Ce^{\delta t}), \quad k=\overline{1,N}.$$

Здесь Δ — оператор Лапласа в цилиндрических координатах [2, 3]. Заметим, что переход к цилиндрическим координатам приводит к появлению условий периодичности по переменной φ [2, 3]:

$$n_k\big|_{\varphi=0} - n_k\big|_{\varphi=2\pi} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\bigg|_{\varphi=0} - \frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\bigg|_{\varphi=2\pi} = 0.$$

Мы рассматриваем временной промежуток $(0, +\infty)$, т. е. полагаем $t_0 = 0$, $t_1 = +\infty$. Исходя из реальных производственных условий можно считать, что величины $\alpha_{1,k}$, $\beta_{1,k}$, $r_{1,k}$, $\alpha_{2,k}$, $\beta_{2,k}$, $r_{2,k}$, F_k не зависят от переменной t. Можно показать (при этом учитываются некоторые особенности конкретной используемой матрицы $\{a_{k,m}\}$), что при $t \to +\infty$ решение задачи (19), (20) стремится к решению следующей стационарной задачи (которая и использовалась для описания оседания продуктов гидролиза в дыхательном тракте):

$$D_k\Delta n_k - (\vec{v}_k, \operatorname{grad}(n_k)) + \sum_{m=1}^{k} a_{k,m}n_m = -F_k(\rho, \varphi, z), \tag{21}$$

$$k = \overline{1, N}, \quad \rho \in (0, a), \quad \varphi \in (0, 2\pi), \quad z \in (0, +\infty);$$

$$\left(\alpha_{1,k}\frac{\partial}{\partial\rho}n_k + \beta_{1,k}n_k\right)\bigg|_{\rho=a} = r_{1,k}, \quad k = \overline{1, N},$$

$$\varphi \in (0, 2\pi), \quad z \in (0, +\infty),$$

$$\left(-\alpha_{2,k}\frac{\partial}{\partial z}n_k + \beta_{2,k}n_k\right)\bigg|_{z=0} = r_{2,k}, \quad k = \overline{1, N},$$

$$\rho \in (0, a), \quad \varphi \in (0, 2\pi),$$

$$n_k\big|_{\varphi=0} - n_k\big|_{\varphi=2\pi} = 0, \tag{22}$$

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\bigg|_{\varphi=0} - \frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\bigg|_{\varphi=2\pi} = 0, \quad k = \overline{1, N},$$

$$\rho \in (0, a), \quad z \in (0, +\infty),$$

$$\exists C \geq 0 \forall\rho \in (0, a) \forall\varphi \in (0, 2\pi) \forall z \in (0, +\infty)$$

$$(|n_k(\rho, \varphi, z)| \leq C), \quad k = \overline{1, N}.$$

Для численной оценки осаждения продуктов гидролиза в дыхательном тракте можно считать, что коэффициенты диффузии одинаковы и коагуляция отсутствует. Учитывалось, что скорости дрейфа всех частиц равны, поскольку они определяются скоростью, с которой движется всасываемый воздух. Предполагалось, что для всех веществ коэффициенты в граничных условиях одинаковы. Отдельно рассматривались урансодержащие и фторсодержащие продукты. Итак, $N = 3$, $D_1 = D_2 = D_3 = D$, $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3 = \vec{v}_0$, $\alpha_{1,1} = \alpha_{1,2} = \alpha_{1,3} = \alpha_1$,

$\beta_{1,1}=\beta_{1,2}=\beta_{1,3}=\beta_1,\ \alpha_{2,1}=\alpha_{2,2}=\alpha_{2,3}=\alpha_2,\ \beta_{2,1}=\beta_{2,2}=\beta_{2,3}=\beta_2$. Тогда задача (21), (22) принимает вид

$$D\Delta n_k-(\vec{v}_0,\mathrm{grad}(n_k))+\sum_{m=1}^{k}a_{k,m}n_m=-F_k(\rho,\varphi,z),$$
$$k=\overline{1,3},\quad \rho\in(0,a),\quad \varphi\in(0,2\pi),\quad z\in(0,+\infty); \tag{23}$$

$$\left.\left(\alpha_1\frac{\partial}{\partial\rho}n_k+\beta_1 n_k\right)\right|_{\rho=a}=r_{1,k},\quad k=\overline{1,3},$$
$$\varphi\in(0,2\pi),\quad z\in(0,+\infty),$$

$$\left.\left(-\alpha_2\frac{\partial}{\partial z}n_k+\beta_2 n_k\right)\right|_{z=0}=r_{2,k},\quad k=\overline{1,3},$$
$$\rho\in(0,a),\quad \varphi\in(0,2\pi),$$

$$n_k|_{\varphi=0}-n_k|_{\varphi=2\pi}=0, \tag{24}$$

$$\left.\frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\right|_{\varphi=0}-\left.\frac{\partial}{\partial\varphi}n_k\right|_{\varphi=2\pi}=0,\quad k=\overline{1,3},$$
$$\rho\in(0,a),\quad z\in(0,+\infty),$$

$$\exists C\geq 0\forall\rho\in(0,a)\forall\varphi\in(0,2\pi)\forall z\in(0,+\infty)$$

$$(|n_k(\rho,\varphi,z)|\leq C),\quad k=\overline{1,3}.$$

Для конкретной используемой матрицы $\{a_{k,m}\}$ можно указать такие натуральные числа σ_1, σ_2, σ_3, что $\sigma_1a_{1,m}+\sigma_2a_{2,m}+\sigma_3a_{3,m}=0$ при $m=\overline{1,3}$. С точки зрения формирования доз интерес представляют не вещества UF_6, UOF_4, UO_2F_2 или UF_6, UOF_4, HF, а токсичные вещества уран или фтор, входящие в них. Обозначим через n концентрацию атомов урана или “активных” атомов фтора (т. е. тех, которые могут перейти в свободное состояние и нанести вред человеку), а через F — плотность мощности источников атомов рассматриваемого токсичного вещества. Тогда

$$n=\sigma_1n_1+\sigma_2n_2+\sigma_3n_3,\quad F=\sigma_1F_1+\sigma_2F_2+\sigma_3F_3.$$

Кроме того, обозначим

$$r_1=\sigma_1r_{1,1}+\sigma_2r_{1,2}+\sigma_3r_{1,3},\quad r_2=\sigma_1r_{2,1}+\sigma_2r_{2,2}+\sigma_3r_{2,3}.$$

Очевидно, что функция $n(\rho,z,\varphi)$ удовлетворяет следующей задаче:

$$D\Delta n-(\vec{v}_0,\mathrm{grad}(n))=-F(\rho,\varphi,z),$$
$$\rho\in(0,a),\quad \varphi\in(0,2\pi),\quad z\in(0,+\infty); \tag{25}$$

$$\left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial \rho} n + \beta_1 n\right)\Big|_{\rho=a} = r_1, \quad \varphi \in (0, 2\pi), \quad z \in (0, +\infty),$$

$$\left(-\alpha_2 \frac{\partial}{\partial z} n + \beta_2 n\right)\Big|_{z=0} = r_2, \quad \rho \in (0, a), \quad \varphi \in (0, 2\pi),$$

$$n|_{\varphi=0} - n|_{\varphi=2\pi} = 0, \tag{26}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} n\Big|_{\varphi=0} - \frac{\partial}{\partial \varphi} n\Big|_{\varphi=2\pi} = 0, \quad \rho \in (0, a), \quad z \in (0, +\infty),$$

$$\exists C \geq 0 \forall \rho \in (0, a) \forall \varphi \in (0, 2\pi) \forall z \in (0, +\infty) \ \ (|n(\rho, \varphi, z)| \leq C).$$

Очевидно, что вектор $\vec{v}_0 = (v_0^1, v_0^2, v_0^3)$ направлен вдоль оси z. Обозначим $v_0 = v_0^3$. Будем считать, что в трубке отсутствуют внешние источники частиц, т. е. $F \equiv 0$, а через боковую поверхность трубки вещество внутрь не поступает, т. е. $r_1 \equiv 0$. Кроме того, считаем, что величины $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, r_2$ не зависят от переменной φ. Тогда величина n также не зависит от переменной φ. Очевидно, задача (25), (26) принимает вид

$$D\Delta_\rho n + D \frac{\partial^2}{\partial z^2} n - v_0 \frac{\partial}{\partial z} n = 0, \quad \rho \in (0, a), \quad z \in (0, +\infty); \tag{27}$$

$$\left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial \rho} n + \beta_1 n\right)\Big|_{\rho=a} = 0, \quad z \in (0, +\infty),$$

$$\left(-\alpha_2 \frac{\partial}{\partial z} n + \beta_2 n\right)\Big|_{z=0} = r_2, \quad \rho \in (0, a), \tag{28}$$

$$\exists C \geq 0 \forall \rho \in (0, a) \forall z \in (0, +\infty) \ \ (|n(\rho, z)| \leq C).$$

Здесь Δ_ρ — радиальный оператор Лапласа [2, 3]. Задачу (27), (28) нетрудно решить, используя метод Фурье.

Приведенные в настоящей статье математические модели позволяют оценивать дозу, получаемую человеком и в аварийной ситуации, и в повседневных условиях при учете силы тяжести и силы сопротивления среды, действующих на оседающие частицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Б а б е н к о С. П., Б а д ь и н А. В., Б а д ь и н В. И. Количественная оценка диффузионного осаждения гексафторида урана при аварии в закрытых помещениях и последовательном учете гидролиза всех продуктов UF_6 // Изв. Академии промышленной экологии. – 2002. – № 2. – С. 66–73; № 3. – С. 77–84.

2. Т и х о н о в А. Н., С а м а р с к и й А. А. Уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.

3. Б о г о л ю б о в А. Н., К р а в ц о в В. В. Задачи по математической физике. – М.: Изд-во МГУ, 1998. – 350 с.

Статья поступила в редакцию 05.04.2005

Светлана Петровна Бабенко родилась в 1937 г., окончила в 1960 г. Московский государственный педагогический институт им. В.И. Ленина. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 65 научных работ.

S.P. Babenko (b. 1937) graduated from the Lenin Moscow State Pedagogical Institute in 1960. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Physics” department of the Bauman State Technical University. Author of 65 publications.

Андрей Валентинович Бадьин родился в 1970 г., окончил в 1992 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник кафедры математики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова. Автор 12 научных работ.

A.V. Badiin (b. 1970) graduated from the Lomonosov Moscow State University in 1992. Ph. D. (Phys.-Math.), senior researcher of department of mathematics of Physical faculty of the Lomonosov Moscow State University. Author of 12 publications.

ИНЖЕНЕРНАЯ ПЕДАГОГИКА И ЛИНГВИСТИКА

УДК 378.937:54(077.7)

Н. Н. Д в у л и ч а н с к а я, Г. Н. Ф а д е е в

РЕАЛИЗАЦИЯ КОНЦЕПЦИИ НЕПРЕРЫВНОГО ХИМИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ НА ОСНОВЕ СИСТЕМНОГО АКСИОЛОГИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Предложен новый системный аксиологический подход реализации концепции непрерывного химического образования при переходе от технического колледжа к техническому вузу нехимического профиля. Показана принципиальная возможность соответствия уровней преподавания химии в колледже и техническом университете. Обоснованы принципы построения и методика изложения курса химических дисциплин в среднем и высшем технических учебных учреждениях.

Система образования любой страны отражает особенности экономического, политического и культурного ее развития. Главной характеристикой современного исторического этапа развития являются перемены, которым свойственны такие особенности, как непрерывность, устойчивость, стремительность и способность к ускорению. Эти перемены изменяют спрос на квалификационную структуру профессиональных кадров, требуя от них профессиональной мобильности и совершенства, необходимости постоянно обновлять свои знания. Поэто-