УДК 548.537.611

Н. И. Ю р а с о в

УСЛОВИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВЕРХСТРУКТУР НА СПИНОВЫХ ВОЛНАХ В НАМАГНИЧЕННОМ ФЕРРОМАГНИТНОМ ПРОВОДНИКЕ

Для ферромагнитного проводника в геометрии Фарадея найдено условие образования спиновых волн или волн намагниченности с одинаковым пространственным затуханием, при дополнении которого условием кратности пространственных частот получены условия образования динамических сверхструктур. Задача решена для волн, имеющих одинаковую круговую поляризацию. Отдельно рассмотрены волны с резонансной и нерезонансной поляризациями и найдено, что искомое условие имеет различные формы. Приведены числовые оценки для ферромагнитных металлов железа, никеля и кобальта.

В стандартной электродинамической модели ферромагнитного проводника для волн намагниченности M_l, $l = x, y, z$, применяются уравнения Максвелла и линеаризованное уравнение Ландау–Лифшица (см. [1–3]). Для этой модели авторами работ [1–3] была найдена особенность дисперсионного уравнения $D(\omega, k_l) = 0$, где $\omega/(2\pi)$ — частота и k_l — комплексный волновой вектор, соответствующая пересечению ветвей колебаний намагниченности, т. е. равенству $k_{1l} = k_{2l}$, и которая была названа *кроссовером* [1]. В работах [4, 5] для этой особенности спектра спиновых волн был использован термин "спектральный кроссовер" (СК), более точно соответствующий переводу английского слова *crossover* — пересечение. Спектральный кроссовер имеет аналог, связанный с расслоением пространства комплексных волновых векторов k_l на подпространства вещественных k'_l и комплексных k''_l векторов, так как $k_l = k'_l + ik''_l$, и возможностью совместного выполнения условий $k'_{1l} = -k'_{2l}$ и $k''_{1l} = k''_{2l}$ [4, 5]. В прозрачной среде этой особенности спектра соответствует зеркальное пересечение [6]. Поэтому она была названа в работе [4] *зеркальным спектральным кроссовером* (ЗСК). Общей основой существования СК и ЗСК являются волны или моды (волны, существующие только внутри конденсированной среды или внутри резонатора), имеющие равное пространственное затухание. Целью настоящей работы является получение условия образования таких волн в геометрии Фарадея для ферромагнитного проводника на плоскости Ω, η.

Введем обозначения: $\eta = H/(4\pi M_s)$, H — напряженность внешнего статического магнитного поля, приложенного к ферромагнетику,

M_s — модуль намагниченности насыщения, $\Omega = \omega/\omega_0$, $\omega_0 = 4\pi\gamma M_s$, γ — резонансное значение магнитомеханического отношения.

Для геометрии Фарадея выполнено условие $k_l M_{0l} = \pm k M_0$, где M_{0l} — статическая составляющая намагниченности. После выбора системы координат, такой, чтобы выполнялось условие $k_l = (0, 0, k)$ комплексный волновой вектор становится комплексным волновым числом. В работах [2, 3] исследован случай, когда проводимость намагниченного металла при переменном токе $\sigma_\pm$ (знаку "$-$" соответствует резонансная круговая поляризация, а знаку "$+$" — нерезонансная круговая поляризация) равна своему статическому значению в размагниченном состоянии σ, т. е. является скалярной константой. Было показано, что СК соответствует частота колебаний намагниченности, определяемая в наших обозначениях формулой

$$\Omega_\pm = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{2(\nu_0/s)}{s(1-(\nu_0/s))^2}, \tag{1}$$

где $\nu_0 = \alpha\sigma\omega_0/c^2$, α — постоянная неоднородного обменного взаимодействия из уравнения Ландау–Лифшица, c — скорость света в вакууме, $s = 4\pi\lambda_{LL}/\omega_0$, λ_{LL} — параметр релаксации Ландау–Лифшица. При этом напряженность статического магнитного поля определяется формулой

$$\eta_\pm = \frac{H_\pm}{4\pi M_s} = \mp\Omega + \frac{1+(\nu_0/s)}{1-(\nu_0/s)}. \tag{2}$$

Для достижения поставленных целей было необходимо выполнить анализ дисперсионного уравнения. Важнейшим элементом дисперсионного уравнения является высокочастотная магнитная проницаемость. В геометрии Фарадея она определяется формулой [2, 3]

$$\mu_\pm = 1 + \frac{1}{\eta - 1 \pm \Omega - is\Omega + (\alpha k^2/(4\pi))}.$$

Тогда дисперсионное уравнение имеет вид [4]

$$k_\pm^2 = 2i\delta_0^{-2}\Omega\Sigma_\pm\mu_\pm,$$

где $\delta_0 = c/(2\pi\sigma\omega_0)^{1/2}$, $\Sigma_\pm = \sigma_\pm/\sigma$. Для высокочастотных компонент магнитной проницаемости $\mu_\pm$ и проводимости $\sigma_\pm$ было использовано представление через продольные и поперечные компоненты соответствующих тензоров $\theta_\pm = \theta_{xx} \mp i\theta_{xy}$, где x, y — декартовы координаты на плоскости, перпендикулярной направлению намагничивания проводника. Предполагалось, что $\sigma_\pm$ не является функцией от k_l в ферромагнитном проводнике, т. е. вся пространственная дисперсия сосредоточена в высокочастотной магнитной проницаемости. Поэтому для решения дисперсионного уравнения необходимо задать вид зависимости $\sigma_\pm = \sigma_\pm(\Omega,\, \eta,\, M_s)$. При моделировании этой зависимости была использована следующая функция:

$$\sigma_\pm = \frac{\sigma}{1 \pm i\psi_H - i\psi}, \tag{3}$$

где $\psi = \omega\tau$, τ — время релаксации импульса носителей тока, $\psi_H = \sigma(R_0 H + R_s 4\pi M_s)$, R_0, R_s — константы нормального и аномального эффекта Холла.

Для учета эффекта магнитосопротивления необходимо использовать зависимость, более сложную, чем формула (3). Эта зависимость получается с помощью аналога гидродинамического приближения, использованного в работе [7] для описания взаимодействия спиновых волн с электронами проводимости. Эта формула имеет вид

$$\sigma_\pm = \sum_j \frac{\sigma_j}{1 \pm iQ_j H},$$

где

$$\sigma_j = \frac{e^2 n_j \tau_j}{m_j(1 - i\omega\tau_j)}, \quad Q_j = \frac{\Upsilon_j e \tau_j \xi_j}{m_j c(1 - i\omega\tau_j)}, \quad \xi_j = 1 + \frac{\beta_j}{H},$$

e — модуль заряда электрона, n_j, τ_j и m_j — соответственно концентрация, время релаксации импульса и эффективная масса носителей тока j-го типа, $\Upsilon_j = (-1,\, +1) =$(электрон, дырка), β_j — параметр, учитывающий спин-орбитальное взаимодействие.

Однако, предполагая, что все τ_j равны τ при $j = 1,\, 2$ и все n_j равны n, а также что $\Upsilon_1 = -1$, $\Upsilon_2 = +1$, можно получить формулу, аналогичную (3). Последние предположения соответствуют компенсированным металлам, к которым относятся железо и никель. Поэтому формула (3) может служить первым приближением для качественного анализа рассматриваемого эффекта.

После подстановки формул, определяющих $\mu_\pm$ и $\sigma_\pm$, в дисперсионное уравнение и использования обозначения $W = k\delta_0$ было получено уравнение

$$\begin{aligned}(1 + i\psi_\pm)B_0 W^4 + ((1 + i\psi_\pm)(\eta - 1 \pm \Omega - is\Omega) -&\\ - 2iB_0\Omega)W^2 - 2i(\eta + \pm\Omega - is\Omega)\Omega = 0,&\end{aligned} \tag{4}$$

где $\psi_\pm = \pm\psi_H - \psi$, $B_0 = (\alpha/(4\pi\delta_0^2)) = \nu_0/2$. Условию СК соответствует равенство нулю дискриминанта этого уравнения.

Уравнение (4) является биквадратным относительно k или W, т. е. имеет решения вида $\pm k_{\pm 1}$, $\pm k_{\pm 2}$, поэтому достаточно получить искомые условия для решений вида $k_{\pm 1}$, $k_{\pm 2}$. Чтобы упростить анализ уравнения (4), оно было представлено в канонической форме

$$W^4 + a_1 W^2 + a_0 = 0, \tag{5}$$

где

$$a_1 = \frac{2}{\nu_0}\left(\eta - 1 \pm \Omega - is\Omega - i\left(\frac{\nu_0 \Omega}{1 + i\psi_\pm}\right)\right),$$

$$a_0 = -\frac{4\Omega}{\nu_0}\frac{s\Omega + i(\eta \pm \Omega)}{1 + i\psi_\pm}.$$

Искалось условие, связывающее коэффициенты a_1, a_0, при котором возможно представление комплексного волнового числа в следующей форме:

$$W_j = W_j' + iW_0, \quad j = 1,\, 2. \tag{6}$$

Подставляя равенство (6) в уравнение (5), после ряда алгебраических преобразований получим искомый результат:

$$(a_0'')^2 - a_0'(a_1'')^2 - \frac{1}{4}(a_1'')^4 = 0. \tag{7}$$

В процессе вывода формулы (7) была получена формула, определяющая W_0:

$$W_0^2 = -\frac{a_1'' F}{2G}, \tag{8}$$

где

$$G = \frac{1}{2}a_1' a_1'' - a_0'', \quad F = Q + \left(Q^2 + \frac{1}{4}G^2\right)^{1/2},$$

$$Q = \frac{1}{2}\left(a_0' - \frac{1}{4}((a_1')^2 - (a_1'')^2)\right).$$

Формула (7) выведена при условии выполнения неравенства $W_0^2 > 0$, которое означает, что при распространении волны в поглощающей среде ее амплитуда уменьшается. Множитель F всегда положителен, поэтому важны знаки величин a_1'' и G. В обычной электродинамической модели ферромагнитного проводника параметр $\psi_\pm$ равен нулю и $a_1'' < 0$, т. е. знак W_0^2 определяется знаком величины G. Использование формул для коэффициентов уравнения (5) приводит в этом случае к неравенству

$$\eta \pm \Omega < 1 + \frac{2\nu_0/s}{1 - \nu_0/s}, \tag{9}$$

которое задает достаточно большую область для волн, имеющих резонансную поляризацию, так как для ν_0 и s имеем оценки $\approx 10^{-4}$ [5] и $\approx 2 \cdot 10^{-3} \ldots 3 \cdot 10^{-2}$ [7].

Условие (9) в сочетании с условием устойчивого намагничивания $\eta > 1$ выделяет на плоскости Ω, η область, заключенную между прямыми

$$\eta = \Omega + 1 + \frac{2\nu_0/s}{1-\nu_0/s} \quad \text{и} \quad \eta = 1$$

и расположенную в первом квадранте, которая является физической областью. Для волн, имеющих нерезонансную поляризацию, физическая область мала и расположена внутри равнобедренного прямоугольного треугольника с катетами, равными $b = 2(\nu_0/s)/(1-\nu_0/s)$. Вершина прямого угла этого треугольника расположена на плоскости Ω, η в точке с координатами $(0,\,1)$. Две другие вершины имеют координаты $(0,\,1+b)$ и $(b,\,1)$.

Теперь перейдем к определению особых линий, задаваемых уравнением (7) на плоскости Ω, η. При продолжении анализа стандартной модели были найдены уравнения, соответствующие резонансной поляризации:

$$\eta = \left(1 \pm \frac{\nu_0 + s}{2\nu_0}|s-\nu_0|\right)\Omega. \tag{10}$$

Прямые, заданные уравнениями (10), образуют две ветви. Поскольку обычно выполнено условие $s > \nu_0$, то формулы (10) удобно представить в более компактном виде:

$$\eta = \left(1 \pm \frac{s^2-\nu_0^2}{2\nu_0}\right)\Omega. \tag{11}$$

Для железа, кобальта и никеля были получены следующие оценки параметра $(s^2-\nu_0^2)/(2\nu_0)$: 0,048…0,050, 0,042…0,044 и 3,2…3,6 соответственно. Поэтому на плоскости Ω, η в физической области линия имеет две ветви для железа и кобальта и одну ветвь для никеля. Начальные точки этих ветвей соответствуют условию $\eta = 1$ и их координаты на оси Ω равны

$$\Omega_{1,2} = \left(1 \pm \frac{s^2-\nu_0^2}{2\nu_0}\right)^{-1}. \tag{12}$$

Верхняя ветвь имеет верхнюю границу, определяемую пересечением с прямой $\eta = \Omega + 1 + 2(\nu_0/s)/(1-\nu_0/s)$, причем граница задана условием (9). Точке пересечения соответствует координата Ω_m, определяемая формулой

$$\Omega_m = \frac{2\nu_0/s}{s(1-(\nu_0/s))^2}. \tag{13}$$

Эта частота совпадает с частотой СК (см. формулу (1)).

Исследованной линии на плоскости Ω, η соответствуют спиновые волны с равным пространственным затуханием. Если для них выполняется дополнительное условие

$$N_2 k_1' = N_1 k_2', \quad \text{или} \quad N_2 W_1' = N_1 W_2', \tag{14}$$

где N_1, N_2 — целые числа, то при сложении таких спиновых волн образуется периодическая динамическая структура, так как происходит суммирование волн с кратными пространственными частотами. При задании чисел N_1, N_2 получается точка, принадлежащая линии, исследованной выше, так как между величинами W_j' и W_0 имеется связь:

$$W_1' = \frac{F^{1/2}-(1/2)a_1''}{2W_0}, \quad W_2' = -\frac{F^{1/2}+(1/2)a_1''}{2W_0}, \tag{15}$$

откуда следует дополнительное условие

$$\frac{N_1}{N_2} = -\frac{2F^{1/2}-a_1''}{2F^{1/2}+a_1''}, \tag{16}$$

которое определяет вместе с уравнением (10) точку на плоскости Ω, η. Если целые числа N_1 и N_2 принимают допустимые значения из физической области, то получим волновые числа всех пар спиновых волн или спектр пар спиновых мод в намагниченном ферромагнитном проводнике. Первое упоминание о таких спиновых модах, названных *эквизатухаюшими интерферирующими модами*, имеется в работе [8].

Используя уравнение (4) без ограничений, связанных со стандартной электродинамической моделью, можно учесть влияние частотной дисперсии проводимости, а также эффекта Холла, как это сделано в работе [5]. Такая задача будет рассмотрена отдельно.

Выводы. 1. Найдены условия образования динамических сверхструктур в намагниченном ферромагнитном проводнике.

2. Проведен анализ полученных условий для стандартной электродинамической модели ферромагнитного проводника.

3. Выполнен численный анализ условий равного затухания спиновых мод для ферромагнитных металлов группы железа, и выделены две группы: железо-кобальт и никель.

4. Указаны возможности исследования динамических сверхструктур на спиновых волнах за пределами стандартной модели.

5. Выведены уравнения, определяющие спектр спиновых мод, образующих динамические сверхструктуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Patton C. E. Classical theory of spin-wave dispersion for ferromagnetic metals // Czech. J. Phys. – 1976. – V. B26. – P. 925–935.
2. Юрасов Н. И. К теории экстремумов прозрачности проводящих ферромагнетиков в области ФМР / Деп. в ВИНИТИ 28 авг. 1983, № 4667-83. – 18 с.
3. Fraitova D. On the analytical FMR theory in the normal configuration // Phys. Stat. Sol. (b). – 1995. – V. 187. – P. 217–224.
4. Юрасов Н. И. Зеркальный спектральный кроссовер в намагниченном проводнике // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Естественные науки”. – 2004. – № 4. – С. 124–126.
5. Юрасов Н. И. Влияние частотной дисперсии проводимости на зеркальный спектральный кроссовер в намагниченном проводнике // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Естественные науки”. – 2005. – № 1. –С. 67–72.
6. Каганов М. И., Янкелевич Р. И. Особенности распространения электромагнитных волн в гиро-анизотропных средах // ФТТ. – 1968. – Т. 10, № 9. – С. 2771–2777.
7. Гуревич А. Г., Мелков Г. А. Магнитные колебания и волны. – М.: Наука, 1994. – 464 с.
8. Юрасов Н. И. Квазирезонансное возбуждение эквизатухающих интерферирующих мод и прозрачность ферромагнитного металла при нормальном и аномальном скин-эффектах: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М.: МГУ, 1985. – 125 с.

Статья поступила в редакцию 22.04.2005

Николай Ильич Юрасов родился в 1943 г., окончил в 1966 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана и в 1974 г. МИФИ. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 научных работ в области физики конденсированного состояния: магнитных и кинетических явлений, интерференционных эффектов, квантовой гравитации и устойчивости тяжелых ядер.

N.I. Yurasov (b. 1943) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1966. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 70 publications in the field of physics of condensed state: magnetic and kinetic phenomena, interferometry effects, quantum gravitation and heavy nuclei stability.