

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Z i e g l e r H. Die Stabilitätskriterien der Elastomechanik // Ing. Arch. – 1952. – V. 20. – № 1. – P. 49–56.
2. А г а ф о н о в С. А. Об устойчивости и автоколебании двойного маятника с упругими элементами под действием следящей силы // Изв. РАН. Сер. Механика твердого тела. – 1992. – № 5. – С. 185–190.
3. A g a f o n o v S. A. Stability and Motion. Stabilization of Nonconservative Mechanical Systems // Journal of Math. Sciences. – 2002. – V. 112. – № 5. – P. 4419–4497.
4. К у р о ш А. Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1968. – 432 с.
5. А м о с о в А. А., Д у б и н с к и й Ю. А., К о п ч е н о в а Н. В. Численные методы для инженеров. – М.: Высшая школа, 1994. – С. 105–112, 443–445.

Статья поступила в редакцию 12.09.2003

Александра Игоревна Иванова родилась в 1983 г. Студентка МГТУ им. Н.Э. Баумана.

A.I. Ivanova (b. 1983), student of the Bauman Moscow State Technical University.

УДК 621.313.322

А. Л. Н а з о л и н

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕИДЕАЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ В УПРУГОЙ ПОДВЕСКЕ МАШИНЫ НА ПЕРЕДАЧУ ВИБРАЦИИ

Разработана математическая модель влияния неидеальных связей в упругой подвеске сердечника статора на вибрацию корпуса турбогенератора. Выявлены общие закономерности изменения спектра изгибных колебаний корпуса, которое вызвано дефектом ослабления плотности посадки.

Упругая подвеска машин применяется в технике для уменьшения коэффициента передачи вибрации на корпус или фундамент. При идеальном соединении машины с упругой подвеской, имеющей линейную характеристику восстанавливающей силы, передача вибрации на корпус описывается линейным дифференциальным уравнением, а уменьшение вибрации корпуса по сравнению с вибрацией машины происходит в условиях, когда собственная частота колебаний машины на упругой подвеске мала по сравнению с частотой вынуждающей силы.

Причинами возникновения неидеальных связей в упругой подвеске машин (дефекта подвески) могут быть погрешности изготовления элементов конструкции и некачественная сборка. Кроме того, с течением времени происходит естественный износ узлов подвески с появле-

нием люфтов, зазоров, проскальзываний. Соединение машины с подвеской становится неидеальным. Работа машины с такими дефектами увеличивает износ и скорость срабатывания ресурса машины. Поэтому разработка математического описания неидеальных связей и изучение их влияния на передачу вибрации в конструкциях машин с применением математической модели являются важным этапом, обеспечивающим эффективное решение практической задачи оценки технического состояния упругой подвески виброакустическими средствами.

В отечественной энергетике к настоящему времени половина генерирующих мощностей отработали установленный стандартами срок службы. К 2015 г. нормативный срок службы выработают почти 70% генераторов [1]. Их полная замена нецелесообразна как по техническим, так и по экономическим соображениям. Оценка остаточного ресурса, диагностика технического состояния и обеспечение надежной работы генерирующего оборудования за пределами нормативных сроков службы становится актуальной задачей электроэнергетики [2, 3]. Поэтому поставленная задача — выявление закономерностей влияния неидеальных связей в упругой подвеске машины на передачу вибрации — решается на примере энергетического оборудования, основу которого составляют турбогенераторы с упругой подвеской.

Математическая модель изгибных колебаний системы сердечник — упругая связь — корпус. В большинстве отечественных турбогенераторов в качестве упругих пружинящих элементов, предотвращающих передачу вибраций с сердечника на корпус, используются нормальные стяжные призмы статора с продольными сквозными прорезями. Части стяжной призмы под прорезями представляют собой заделанные с двух сторон балки. В середине пролета каждая балка приварена к поперечной стенке корпуса генератора. Компенсация относительных перемещений сердечника и корпуса осуществляется за счет упругого изгиба балок, податливых в радиальном и тангенциальном направлениях. Стяжные призмы равномерно распределены по окружности и длине сердечника и образуют соединение “ласточкин хвост” со спинкой сердечника статора. Для этого в листах активной стали по внешнему радиусу вырублены пазы в форме трапеции (Т-пазы) или параллелограмма.

Известные математические модели изгибных колебаний системы сердечник — упругая связь — корпус генератора [4–6] сводятся к системе дифференциальных уравнений вынужденных изгибных колебаний

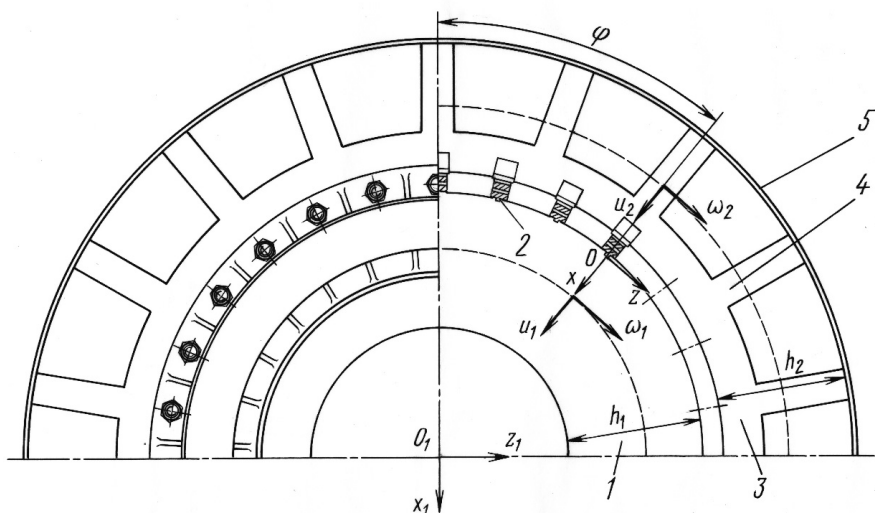


Рис. 1. Поперечное сечение турбогенератора:

1 — сердечник статора, 2 — стяжная призма со стандартными упругими элементами, 3 — поперечная стенка корпуса, 4 — поперечное ребро корпуса, 5 — обшивка корпуса

эллиптического вида, полученной при следующих допущениях:

- корпус статора и сердечник рассматриваются как кольцо;
- соединение сердечника и стяжной призмы шарнирное (идеальное соединение);
- число упругих связей между сердечником и корпусом достаточно велико, чтобы их можно было считать равномерно распределенными по окружности и длине сердечника;
- влияние закрепления корпуса на фундаменте не учитывается.

Существует два типа изгибных колебаний кругового кольца: изгибные колебания в плоскости кольца и изгибные колебания, состоящие из перемещений, перпендикулярных к плоскости кольца и кручения. Рассмотрим вынужденные изгибные колебания сердечника и корпуса генератора в плоскости поперечного сечения, так как по значениям амплитуд этих колебаний осуществляется оценка уровня вибрации турбогенератора виброакустическими средствами.

Введем неподвижную инерциальную систему координат (НСК) $O_1x_1z_1$, связанную с осью симметрии статора, и подвижную неинерциальную систему координат (ПСК) Oxz , связанную со спинкой сердечника статора (рис. 1). Введем следующие обозначения: φ — угол, отсчитываемый от вертикали по часовой стрелке и определяющий положение точек осевой линии недеформированного сердечника и кор-

пуса; u_1 и u_2 — радиальные, ω_1 и ω_2 — тангенциальные перемещения средней линии окружности сердечника и корпуса турбогенератора соответственно; v_1 и v_2 — тангенциальные перемещения на внешнем радиусе сердечника и внутреннем радиусе корпуса соответственно.

Решение системы дифференциальных уравнений вынужденных изгибных колебаний системы сердечник — упругая связь — корпус имеет вид [6]

$$\begin{aligned} \omega_1 &= A_1 \sin 2(\varphi - \omega t), & u_1 &= 2A_1 \cos 2(\varphi - \omega t), \\ v_1 & & &= A_1 \sin 2(\varphi - \omega t)(1 - 3\gamma_1); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \omega_2 &= A_2 \sin 2(\varphi - \omega t), & u_2 &= 2A_2 \cos 2(\varphi - \omega t), \\ v_2 & & &= A_2 \sin 2(\varphi - \omega t)(1 + 3\gamma_2); \end{aligned} \quad (2)$$

$$A_1 = \frac{f_0 R_1^4}{36 E_1 J_1} \frac{1}{1 - \left(\frac{2\omega}{p_{12}}\right)^2}; \quad (3)$$

$$\gamma_1 = \frac{h_1}{2R_1}, \quad \gamma_2 = \frac{h_2}{2R_2}; \quad (4)$$

здесь A_1 и A_2 — амплитуды тангенциальных колебаний сердечника и корпуса статора соответственно; ω — частота вращения ротора; h_1 — высота спинки сердечника статора; h_2 — расстояние между внешним и внутренним радиусами корпуса; R_1 и R_2 — радиусы средней линии окружности сердечника и корпуса соответственно; $E_1 J_1$ — изгибная жесткость сердечника как кругового кольца; f_0 — максимальное значение силы магнитного тяжения, приходящейся на единицу длины средней линии окружности сердечника; p_{12} — собственная частота основной формы колебаний сердечника, $p_{12} > 2\omega$.

Коэффициент уменьшения амплитуды колебаний корпуса имеет вид

$$k = \frac{A_1}{A_2} = \lambda_{22} \left(1 - \left(\frac{2\omega}{\rho_{22}} \right)^2 \right), \quad (5)$$

где p_{22} — собственная частота основной формы колебаний корпуса, $p_{22} < 2\omega$; $\lambda_{22} > 1$ — безразмерный коэффициент, учитывающий связь корпуса с сердечником через упругую подвеску и зависящий от размеров корпуса и конструкции стандартных упругих элементов.

Анализ формул (3), (5) показывает, что в случае идеальных связей изгибные колебания сердечника и корпуса идут в противофазе с умень-

шением амплитуды вибрации сердечника в k раз. Спектр вибрации корпуса состоит из одной гармоники на удвоенной частоте вращения ротора.

Математическая модель динамики призмы с неидеальными связями. Рассмотрим наиболее распространенный дефект упругой подвески сердечника статора — дефект ослабления плотности посадки стяжной призмы в Т-пазе сердечника. В этом случае соединение призмы с Т-пазом нельзя рассматривать как идеальное шарнирное, так как поперечные сечения призмы совершают радиальные и тангенциальные перемещения относительно Т-паза сердечника под действием внешних сил, что приводит к контактной коррозии металла в местах их соприкосновения. Для оценки сил, действующих на корпус, и ускорения изгибных колебаний корпуса генератора с дефектом ослабления плотности посадки разработана многофакторная нелинейная математическая модель динамики призмы.

Учитывая симметрию действия сосредоточенных внешних сил от стандартных упругих элементов и граничных условий (заделок) относительно центра масс (ЦМ) призмы и допуская, что силы, действующие в соединении “ласточкин хвост” призмы — Т-паз сердечника, распределены равномерно по длине и симметрично относительно ЦМ, приходим к существованию равнодействующей всех внешних сил. Тогда движение призмы относительно ПСК можно рассматривать в приближении абсолютно твердого тела с двумя степенями свободы.

Обозначим через x радиальное перемещение ЦМ, положительное в направлении к центру сердечника, через z тангенциальное перемещение, положительное в направлении возрастания угла φ (по часовой стрелке). Вращением призмы относительно ее ЦМ пренебрежем. Тогда дифференциальное уравнение движения ЦМ призмы относительно ПСК, связанной со спинкой сердечника статора, с учетом внешних сил и сил инерции имеет вид (рис. 2)

$$m_{\text{пр}} \vec{a}_{\text{пр}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_{\text{тр}1} + \vec{F}_{\text{тр}2} + \vec{F}_3 + \vec{F}_c + \vec{F}_{\text{пр}} + \vec{\Phi}_e + \vec{\Phi}_k, \quad (6)$$

где $m_{\text{пр}}$ — масса призмы; $\vec{a}_{\text{пр}}$ — ускорение ЦМ призмы относительно ПСК; $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_{\text{тр}1}, \vec{F}_{\text{тр}2}, \vec{F}_3, \vec{F}_c, \vec{F}_{\text{пр}}$ — внешние силы, действующие на призму; $\vec{\Phi}_e, \vec{\Phi}_k$ — силы инерции.

Рассмотрим внешние силы. Перпендикулярно граням соединения “ласточкин хвост” призмы, составляющим угол α с осью Ox ПСК, с левой и правой сторон Т-паза сердечника действуют результирующие

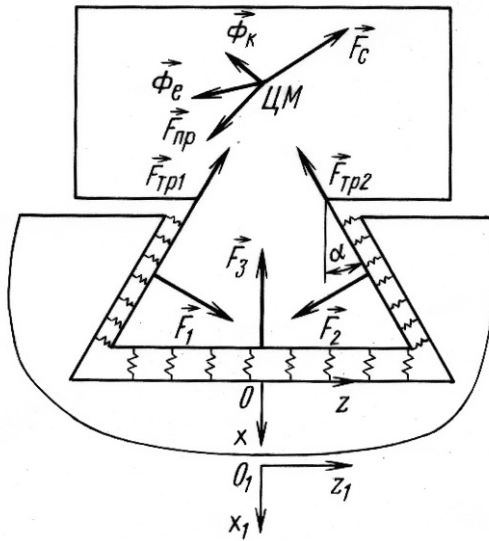


Рис. 2. Силы, действующие на призму

нелинейные силы упругости

$$\vec{F}_1(z) = \begin{cases} F_1(z)(\vec{i} \sin \alpha + \vec{k} \cos \alpha) & \text{при } (z - z_{\text{пр}}) \leq 0, \\ 0 & \text{при } (z - z_{\text{пр}}) > 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$\vec{F}_2(z) = \begin{cases} F_2(z)(\vec{i} \sin \alpha + \vec{k} \cos \alpha) & \text{при } (z + z_{\text{пр}}) \geq 0, \\ 0 & \text{при } (z + z_{\text{пр}}) < 0; \end{cases} \quad (8)$$

здесь \vec{i}, \vec{k} — единичные орты ПСК; $z_{\text{пр}}$ — деформация гребенки листов активной стали, составляющих боковую поверхность Т-паза и соприкасающихся с боковой гранью соединения “ласточкин хвост” призмы, при прессовке сердечника в проекции на ось Oz .

Результирующие силы трения, действующие вдоль боковых граней соединения “ласточкин хвост” призмы, имеют вид

$$\vec{F}_{\text{тр}1}(z) = \pm \mu F_1(z)(\vec{i} \cos \alpha - \vec{k} \sin \alpha), \quad (9)$$

$$\vec{F}_{\text{тр}2}(z) = \pm \mu F_2(z)(\vec{i} \cos \alpha + \vec{k} \sin \alpha), \quad (10)$$

где μ — коэффициент трения скольжения.

Со стороны основания Т-паза сердечника перпендикулярно основанию соединения “ласточкин хвост” призмы действует результирующая нелинейная сила упругости

$$\vec{F}_3(x) = \begin{cases} F_3(x)\vec{i} & \text{при } (x + x_{\text{пр}}) \geq 0, \\ 0 & \text{при } (x + x_{\text{пр}}) < 0, \end{cases} \quad (11)$$

где $x_{\text{пр}}$ — деформация гребенки листов активной стали в основании Т-паза при прессовке сердечника в проекции на ось Ox .

Результирующая линейная сила упругости от стандартных упругих элементов подвески, препятствующая перемещению сердечника относительно корпуса, имеет вид

$$\begin{aligned}\vec{F}_c &= F_{cx}\vec{i} + F_{cz}\vec{k}, \\ F_{cx} &= -C_x(u_1 - u_2 + x), \quad F_{cz} = -C_z(v_1 - v_2 + z); \end{aligned} \quad (12)$$

здесь F_{cx} , F_{cz} — радиальная и тангенциальная составляющие силы; C_x , C_z — суммарные радиальная и тангенциальная жесткости стандартных упругих элементов стяжной призмы.

Полагая сечение призмы квадратным, влияние граничных условий, соответствующих заделке на концах призмы, оценим по формуле

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -C_{\text{пр}}(x\vec{i} + z\vec{k}), \quad (13)$$

где $C_{\text{пр}}$ — изгибная жесткость призмы в сечении, проходящем через ее ЦМ.

Поскольку ПСК является неинерциальной, на призму действует переносная сила инерции

$$\vec{\Phi}_e = -m_{\text{пр}}\vec{a}_e = -m_{\text{пр}}(\vec{a}_e^n + \vec{a}_e^r); \quad (14)$$

здесь \vec{a}_e — переносное ускорение; \vec{a}_e^n и \vec{a}_e^r — нормальное и касательное переносные ускорения ЦМ призмы в случае, если она движется вместе с ПСК, не имея в рассматриваемый момент относительного движения. Проекция силы $\vec{\Phi}_e$ на координатные оси ПСК имеют вид

$$\Phi_{ex} = -m_{\text{пр}}a_e^n = -m_{\text{пр}}\ddot{u}_1, \quad \Phi_{ez} = -m_{\text{пр}}a_e^r = -m_{\text{пр}}\ddot{v}_1. \quad (15)$$

Кориолисова сила инерции выражается следующим образом:

$$\vec{\Phi}_k = -m_{\text{пр}}\vec{a}_k = -2m_{\text{пр}}(\vec{\dot{\varphi}} \times \vec{v}_r), \quad (16)$$

где $\vec{v}_r = (\dot{x}, \dot{z})$ — относительная скорость ЦМ призмы в ПСК; $\vec{\dot{\varphi}} = \vec{v}_1/R$ — угловая скорость вращения ПСК; R — радиус окружности, образованной точками расположения начала отсчета ПСК относительно НСК. Проекция силы $\vec{\Phi}_k$ на координатные оси ПСК имеют вид

$$\Phi_{kx} = 2m_{\text{пр}}\frac{\dot{v}_1}{R}\dot{x}, \quad \Phi_{kz} = -2m_{\text{пр}}\frac{\dot{v}_1}{R}\dot{z}. \quad (17)$$

Подставляя в уравнение (6) выражения (7), (14), (16) с учетом выражений (15), (17), в проекции на оси ПСК получаем

$$\begin{aligned}
 (\sin \alpha \mp \mu \cos \alpha) (F_1(z) + F_2(z)) - F_3(x) - C_x(u_1 - u_2 + x) - \\
 - C_{\text{пр}}x - m_{\text{пр}} \left(\ddot{u}_1 - 2 \frac{\dot{v}_1}{R} \dot{x} \right) = m_{\text{пр}} \ddot{x}, \\
 (\cos \alpha \pm \mu \sin \alpha) (F_1(z) - F_2(z)) - C_z(v_1 - v_2 + z) - \\
 - C_{\text{пр}}z - m_{\text{пр}} \left(\ddot{v}_1 + 2 \frac{\dot{v}_1}{R} \dot{z} \right) = m_{\text{пр}} \ddot{z}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Решение системы дифференциальных уравнений (18) ищем при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned}
 x(t)|_{t=0} = x_0, \quad z(t)|_{t=0} = z_0, \\
 \dot{x}(t)|_{t=0} = 0, \quad \dot{z}(t)|_{t=0} = 0;
 \end{aligned} \tag{19}$$

здесь x_0 и z_0 — начальные смещения ЦМ призмы относительно начала ПСК, вызванные силами прессовки сердечника, веса активной стали и внешнего крутящего момента, определяемые из уравнения статики. Рассмотрим действие на призму каждой из этих сил в отдельности.

Прессовка сердечника при сборке генератора приводит к начальной деформации гребенки листов активной стали всех поверхностей Т-паза. Задавая значение $z = z_{\text{пр}}$, из решения уравнения равновесия ЦМ призмы

$$(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)(F_1(z) + F_2(z)) - F_3(x) = 0 \tag{20}$$

можно найти $x_{\text{пр}}$. Значениями $x_{\text{пр}}$ и $z_{\text{пр}}$ определяются условия действия нелинейных результирующих сил упругости со стороны Т-паза сердечника на призму в формулах (7), (8), (11).

Сила тяжести сердечника массой M_1 уравнивается силой упругости стандартных упругих элементов подвески. Полагая равномерным распределение силы тяжести по стяжным призмам, получаем, что радиальное и тангенциальное смещения ПСК относительно НСК имеют вид

$$\Delta u = u_1 - u_2 = \frac{M_1 g}{C} \cos \varphi, \quad \Delta v = v_1 - v_2 = \frac{M_1 g}{C} \sin \varphi, \tag{21}$$

где C — суммарная жесткость упругой подвески при смещении сердечника в радиальном направлении.

Электрические силы, действующие между ротором и статором в номинальном режиме работы генератора, создают передаваемый статору постоянный электромагнитный крутящий момент M_H , который поворачивает сердечник и ПСК относительно НСК. Тангенциальное перемещение ПСК, вызванное крутящим моментом, представим в виде

$$\delta v = \frac{M_H}{r R_p C_z}; \quad (22)$$

здесь r — число стяжных призм, на которые шихтуется сердечник; R_p — радиус окружности, образованной точками расположения стандартных упругих элементов.

Из условий равновесия ЦМ призмы под действием статических сил

$$(\sin \alpha \mp \mu \cos \alpha)(F_1(z) + F_2(z)) - F_3(x) - C_x(\Delta u + x) - C_{пр}x = 0, \quad (23)$$

$$(\cos \alpha \pm \mu \sin \alpha)(F_1(z) - F_2(z)) - C_z(\Delta v + \delta v + z) - C_{пр}z = 0$$

находим начальные радиальное $x = x_0$ и тангенциальное $z = z_0$ смещения ЦМ призмы относительно ПСК.

Анализ системы уравнений (23) показывает, что результирующая сила действия статических сил, определяющая начальные условия (19) для системы дифференциальных уравнений (18), зависит от расположения призмы на спинке сердечника статора. Одни призмы под действием внешнего момента получают нагрузку, дополнительную к весу активной стали сердечника, а другие, наоборот, освобождаются от нее. Поэтому возникновение дефекта ослабления плотности посадки также зависит от расположения призмы.

Анализ численного решения системы (18) методом Рунге–Кутта четвертого порядка показывает, что тангенциальное $z(t)$ и радиальное $x(t)$ перемещения ЦМ призмы представляют собой периодические, но не гармонические функции, удовлетворяющие условиям Дирихле. Поэтому результат численного решения системы (18) можно представить в аналитическом виде, разложив $x(t)$ и $z(t)$ в ряд Фурье по частотам, целочисленно кратным $p = 2\pi/T_B$, где T_B — период вынужденных колебаний. Представим радиальное перемещение ЦМ призмы в виде ряда Фурье:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos npt + b_n \sin npt) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(p_n t + \beta_n), \quad (24)$$

где

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos npt dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin npt dt,$$
$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \beta_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}, \quad p_n = np, \quad n = 1, 2, \dots$$

Тогда результирующее радиальное усилие, действующее на корпус при дефекте ослабления плотности посадки призмы, получим по третьему закону Ньютона из выражения (12):

$$F_{cx}(t) = C_x(u_1(t) - u_2(t) + x(t)) = F_u(t) + F_x(t); \quad (25)$$

здесь $F_u(t)$ — гармоническая составляющая радиальной силы в случае идеального шарнирного соединения “ласточкин хвост” призмы с Т-пазом сердечника; $F_x(t)$ — периодическая составляющая радиальной силы, несущая информацию о дефекте ослабления плотности посадки.

Подставляя ряд (24) в выражение (25) и пренебрегая постоянным членом a_0 , не влияющим на вибрацию корпуса, получаем

$$F_x(t) = C_x \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(p_n t + \beta_n). \quad (26)$$

Тогда сила, действующая на одну поперечную стенку корпуса, имеет вид

$$F_{x1}(t) = C_{x1} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(p_n t + \beta_n), \quad (27)$$

где $C_{x1} = C_x/s$, s — число прорезей в стяжной призме.

Математическая модель изгибных колебаний корпуса с дефектом упругой подвески. Сечение корпуса в месте приложения сосредоточенной периодической силы $F_{x1}(t)$ представляет собой поперечную стенку — массивное кольцо, соединенное с помощью жестких поперечных ребер (призматических стержней) с обшивкой. Концы ребер жестко заделаны в поперечной стенке и обшивке корпуса (рис. 3, а; см. рис.1).

Кольцо служит примером многосвязного тела. Для полного определения поля напряжений в таких телах недостаточно знать граничные условия для напряжений. Необходимо рассматривать дополнительные уравнения, представляющие собой условия однозначности возможных

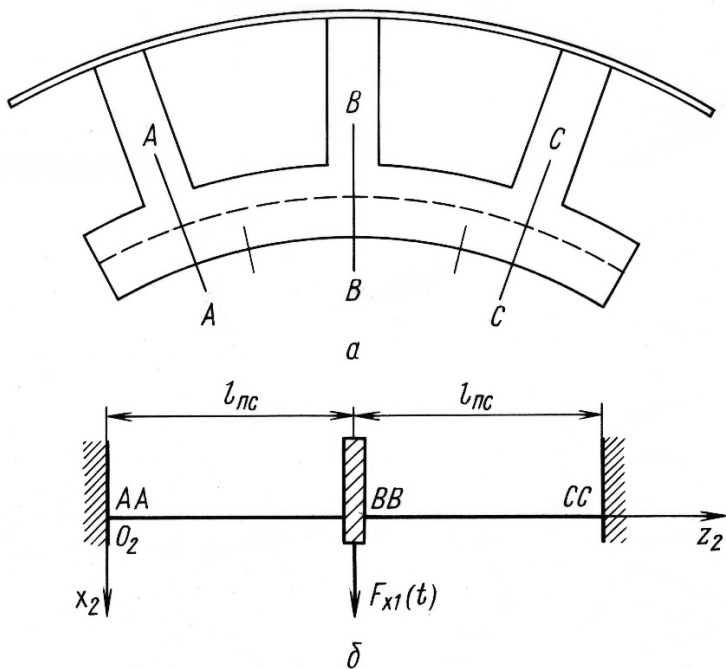


Рис. 3. Конструктивная (а) и расчетная (б) схемы поперечной стенки корпуса

перемещений элементов [7]. Пусть сосредоточенная периодическая сила $F_{x1}(t)$ приложена в месте соединения поперечной стенки с ребром корпуса генератора. Исходя из геометрии поперечной стенки, ребер и обшивки генератора, проведем расчет вибрации сечения корпуса генератора в месте приложения силы $F_{x1}(t)$ при следующих допущениях:

- изгибной жесткостью обшивки пренебрегаем, поскольку она мала по сравнению с жесткостью поперечной стенки;
- угол поворота сечения в соединении “поперечная стенка — ребро” полагаем равным нулю, а само соединение — заделкой;
- примем, что напряженное состояние в поперечной стенке между двумя ребрами такое же, как в прямолинейном брусе, поскольку длина дуги окружности мала по сравнению с радиусом кривизны поперечной стенки [8].

Введем ПСК $O_2x_2z_2$, связанную со средней линией поперечной стенки корпуса. Тогда с учетом сделанных допущений приходим к расчетной схеме изгибных колебаний поперечной стенки корпуса под действием сосредоточенной периодической силы $F_{x1}(t)$ при следующих граничных условиях для любого момента времени (рис. 3, б):

$$\begin{aligned}
\text{в сечении } A-A: \quad x_2 \Big|_{z_2=0} &= 0, \quad \frac{dx_2}{dz_2} \Big|_{z_2=0} = 0; \\
\text{в сечении } B-B: \quad \frac{dx_2}{dz_2} \Big|_{z_2=l_{\text{nc}}} &= 0; \\
\text{в сечении } C-C: \quad x_2 \Big|_{z_2=2l_{\text{nc}}} &= 0, \quad \frac{dx_2}{dz_2} \Big|_{z_2=2l_{\text{nc}}} = 0;
\end{aligned} \tag{28}$$

здесь l_{nc} — длина пролета поперечной стенки между соседними поперечными ребрами корпуса. В силу симметрии действия силы $F_{x1}(t)$ относительно левой (сечение $A-A$) и правой (сечение $B-B$) заделки можно упростить расчетную схему, разбив ее на две эквивалентные. Из решения дифференциального уравнения изгибных колебаний с граничными условиями (28) следует, что частота первой формы собственных колебаний одного пролета поперечной стенки намного больше частоты возмущающей силы. Поэтому в расчетах можно использовать статическую жесткость поперечной стенки корпуса в сечении $B-B$

$$C_{\text{nc}} = \frac{24E J_{\text{nc}}}{l_{\text{nc}}^3}, \tag{29}$$

где $E J_{\text{nc}}$ — изгибная жесткость поперечной стенки корпуса, J_{nc} — момент инерции осевого сечения поперечной стенки.

Результирующее радиальное перемещение средней линии окружности корпуса в сечении $B-B$ является суперпозицией перемещений от действия силы магнитного тяжения (см. формулы (2)) и сосредоточенной периодической силы $F_{x1}(t)$, вызванной дефектом ослабления плотности посадки:

$$u_{2B-B} = u_2(t) - \frac{F_{x1}(t)}{C_{\text{nc}}} = 2A_2 \cos 2(\varphi - \omega t) - \frac{C_{x1}}{C_{\text{nc}}} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(p_n t + \beta_n), \tag{30}$$

где

$$C_{x1} = \frac{24E J_{\delta}}{l_{\delta}^3}, \tag{31}$$

l_{δ} — половина длины стандартного упругого элемента — балки; $E J_{\delta}$ — изгибная жесткость упругого элемента в радиальном направлении. Подставляя выражения (29), (31) в формулу (30), окончательно получим

$$u_{2B-B} = 2A_2 \cos 2(\varphi - \omega t) - \frac{J_{\delta}}{J_{\text{nc}}} \left(\frac{l_{\text{nc}}}{l_{\delta}} \right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(p_n t + \beta_n). \tag{32}$$

Вычисляя вторую производную по времени, получаем ускорение изгибных колебаний корпуса в сечении $B-B$:

$$\ddot{u}_{2B-B}(t) = -8A_2\omega^2 \cos 2(\varphi - \omega t) - \frac{J_6}{J_{nc}} \left(\frac{\ell_{nc}}{\ell_6} \right)^3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n p_n^2 \sin(p_n t + \beta_n). \quad (33)$$

Анализ решения (33) показывает, что виброускорение корпуса генератора в сечении $B-B$ при дефекте плотности посадки пропорционально радиальному перемещению $x(t)$ ЦМ призмы относительно начала ПСК Oxz .

Результаты математического моделирования. Результат расчета спектра виброускорения \ddot{u}_{2B-B} корпуса турбогенератора ТВВ-320-2 с дефектом ослабления плотности посадки по программе, реализующей разработанную математическую модель и включающей в себя более 40 основных геометрических и физико-механических параметров конструкции [5, 6], представлен на рис. 4. Анализ результатов математического моделирования показывает, что можно выделить следующие общие закономерности в изменении спектра ускорения изгибных колебаний корпуса при дефекте ослабления плотности посадки.

1. Нормальному функционированию двухполюсного турбогенератора ТВВ-320-2 без дефектов упругой подвески соответствуют изгибные колебания корпуса на удвоенной частоте вращения ротора (100 Гц) [6].

2. Ослабление плотности посадки сопровождается проскальзыванием соединения “ласточкин хвост” призмы внутри Т-паза сердечника и появлением в низкочастотной области спектра (до 1 кГц) гармоник, целочисленно кратных удвоенной частоте вращения ротора (см. рис. 4, *a*). Дальнейшее уменьшение плотности посадки приводит к возрастанию амплитуд этих гармоник.

3. Развитие дефекта сопровождается контактной коррозией металла в местах соприкосновения элементов и формированием зазора между гранями “ласточкина хвоста” призмы и Т-паза сердечника, что приводит к увеличению в спектре числа составляющих, целочисленно кратных удвоенной частоте вращения ротора, и перераспределению энергии между ними (см. рис. 4, *б*).

4. Увеличение энергии гармоник, целочисленно кратных удвоенной частоте вращения ротора, сопровождается уменьшением амплитуды колебаний основной гармоники.

Выводы. Разработанная математическая модель описывает вибрационное состояние электрических машин в условиях отклонения их

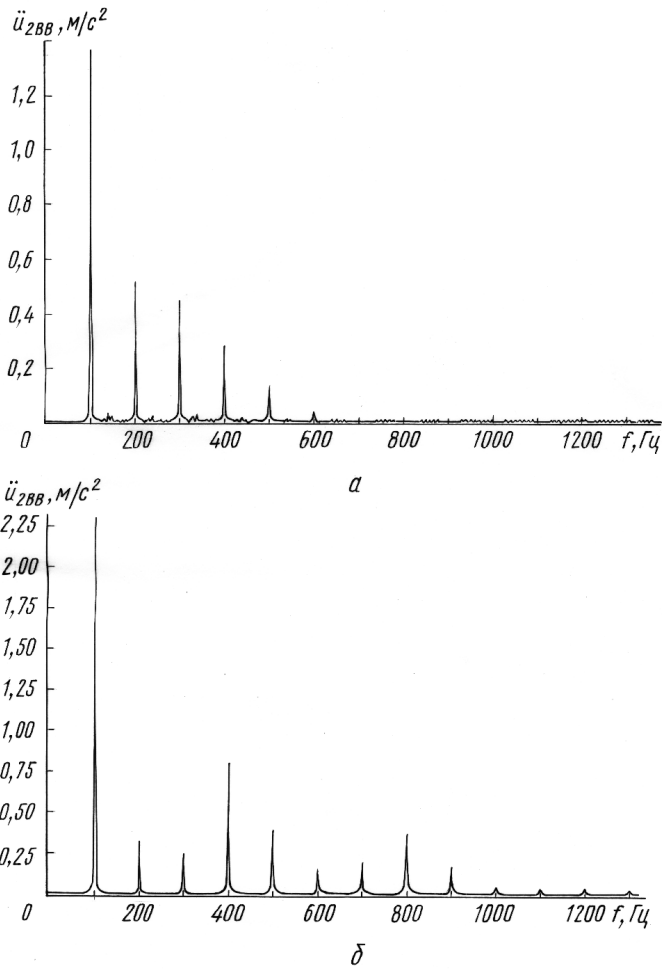


Рис. 4. Амплитудный спектр виброускорения корпуса турбогенератора с дефектом ослабления плотности посадки:

a — перемещение соединения “ласточкин хвост” призмы внутри Т-паза сердечника без зазора, *б* — с зазором.

технического состояния от идеального и представляет интерес для специалистов по динамике и прочности машин, особенно в области электромашиностроения. Перспективным направлением развития модели, расширяющим ее диагностические возможности, является учет ударного характера взаимодействия в соединении “ласточкин хвост” призмы и Т-пазе сердечника при выработке зазора и определение параметров упругих волн деформации, распространяющихся по механическим конструкциям генератора. Результаты математического моделирования могут быть использованы при решении задач обнаружения и распознавания по спектру виброускорения корпуса генератора различных стадий развития дефекта упругой подвески.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О стратегии развития электроэнергетики России на ближайшие 15 лет // Энергетик. – 2001. – № 1. – С. 2–5.
2. Ремезов А. Н., Романов Л. А., Косинов Ю. П., Бржезьянский С. Э. Проблемы технического перевооружения энергопредприятий РАО “ЕЭС России” и пути их решения // Электрические станции. – 2001. – № 1. – С. 55–59.
3. Мамиконянц Л. Г., Моржин Ю. Н., Савваитов Д. С., Шакарян Ю. Г. Электротехнические проблемы научно-технического прогресса электроэнергетики // Электрические станции. – 2000. – № 1. – С. 59–62.
4. Подрез В. М. Упругие колебания статора турбогенератора // Сборник “Электрические машины” Ин-та электротехники АН СССР. – М.–Л.: Наука, 1965. – С. 94–106.
5. Подрез В. М. Методика расчета частот собственных колебаний статора турбогенератора // Сборник “Электрические машины” Ин-та электротехники АН СССР. – М.–Л.: Наука, 1965. – С. 112–126.
6. Титов В. В., Хуторецкий Г. М., Загородная Г. А и др. Турбогенераторы. Расчет и конструкция / Под ред. Н.П. Иванова, Р.А. Лютера. – Л.: Энергия, 1967. – 895 с.
7. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 575 с.
8. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1959. – 439 с.

Статья поступила в редакцию 26.12.2003



Андрей Леонидович Назолин родился в 1972 г., окончил в 1996 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Автономные информационные и управляющие системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ в области технической диагностики машин и механизмов.

A.L. Nazolin (b. 1972) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1996. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Autonomous and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 30 publications in the field of technical diagnostics of machines and mechanisms.