

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВУМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФАЗЫ СТАТИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ

Рассмотрена задача восстановления фазовой компоненты статической интерференционной картины с помощью двумерного преобразования Фурье. Проведено исследование зависимости методической погрешности от параметров настройки интерферометра.

Задача восстановления фазовой компоненты электромагнитной волны, отраженной от контролируемой поверхности, методом интерференционного сравнения ее с эталонным электромагнитным фронтом, может быть поставлена в рамках общей задачи обнаружения, распознавания и обработки изображений.

Учитывая большой опыт решения задачи распознавания изображений, выделим основные этапы ее решения:

1) составление основных оптико-физических соотношений для амплитудно-фазовых полей (эти отношения включают как информативные, так и неинформативные параметры);

2) определение типа входящих в эти соотношения параметров: детерминированные или случайные величины, случайные процессы или поля;

3) оценивание статистических характеристик всех случайных параметров и функций;

4) построение алгоритма фильтрации неинформативных параметров и усиление влияния информативных параметров — повышение отношения сигнал/шум;

5) определение значений информативных параметров и оценка точности их определения.

Учитывая практику обработки интерференционных картин, рассмотрим задачу интерференционного контроля качества изготовления оптических деталей. При наложении на контролируемый волновой фронт эталонного волнового фронта с некоторым небольшим углом получается система интерференционных полос равной толщины.

По искривлению полос можно получить относительный профиль контролируемой поверхности. При применении такого метода уменьшено влияние случайного поля интенсивности на определение информативных параметров. Однако данный метод не позволяет контролиро-

вать фазовые распределения с высоким пространственным разрешением и дает большие погрешности на краях интерферограмм.

В настоящей работе применен метод, использующий двумерное преобразование Фурье интерференционной картины, промодулированной пространственными частотами. Пространственная частота модуляции согласована с требуемым пространственным разрешением и с шириной спектра случайных полей интенсивностей лазерных пучков в обоих плечах интерферометра.

Постановка задачи и начальные допущения. При интерферометрическом контроле качества изготовления оптических поверхностей с использованием интерферометра схемы Тваймана–Грина сигнал на входе приемника можно представить в виде [1–3]

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(2\pi f_0 x + 2\pi \omega_0 y + \psi(x, y)), \quad (1)$$

где фаза $\psi(x, y)$ является информативным параметром, а случайные поля $a(x, y)$ и $b(x, y)$ представляют собой нежелательные аддитивное и мультипликативное возмущения, обусловленные различными факторами и условиями интерферометрической съемки. Будем полагать, что двумерные функции $a(x, y)$, $b(x, y)$, $\psi(x, y)$ изменяются медленнее по сравнению с изменениями, вносимыми пространственно-несущими частотами f_0 и ω_0 . Предположим также, что случайные поля $a(x, y)$ и $b(x, y)$ являются однородными.

Фаза сигнала $\psi(x, y)$ линейно зависит от функции $\delta(x, y)$ профиля контролируемой поверхности:

$$\psi(x, y) = \frac{4\pi}{\lambda} \delta(x, y),$$

где λ — длина волны интерферометра. В качестве источника когерентного электромагнитного излучения обычно используется полупроводниковый лазер с длиной волны $\lambda = 0,6328$ мкм.

Необходимо, имея на входе приемного устройства сигнал $g(x, y)$, восстановить фазу $\psi(x, y)$, что равнозначно восстановлению интересующей функции $\delta(x, y)$ профиля поверхности.

Метод решения поставленной задачи. Будем следовать методике, приведенной в работе [2], но обобщим ее для двумерного случая. Перепишем уравнение (1) в виде

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp(2\pi i f_0 x + 2\pi i \omega_0 y) + c^*(x, y) \exp(-2\pi i f_0 x - 2\pi i \omega_0 y), \quad (2)$$

где $*$ — знак комплексного сопряжения,

$$c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) \exp(i\psi(x, y)).$$

Выражение (2) подвергнем процедуре двумерного преобразования Фурье по пространственным координатам x, y и получим

$$G(f, \omega) = A(f, \omega) + C(f - f_0, \omega - \omega_0) + C^*(f + f_0, \omega + \omega_0),$$

где $G(f, \omega), A(f, \omega), C(f, \omega), C^*(f, \omega)$ — фурье-спектр функций $g(x, y), a(x, y), c(x, y), c^*(x, y)$; f — пространственная частота в направлении x ; ω — пространственная частота в направлении y .

Несложно заметить, что все три составляющие функции $G(x, y)$ разнесены на фурье-плоскости на величину пространственно-несущих частот f_0 и ω_0 . Это следует из начального предположения о том, что пространственное изменение функций $a(x, y), b(x, y), \psi(x, y)$ менее значительно в сравнении с изменением, вносимым пространственно-несущими частотами f_0 и ω_0 .

Следовательно, можно выделить аддитивную спектральную составляющую $C(f - f_0, \omega - \omega_0)$ функции $G(f, \omega)$, проигнорировав остальные ее составляющие. Далее сдвигом компоненты спектра $C(f - f_0, \omega - \omega_0)$ в начало координат приводим к нулю значения несущих частот. Проводим процедуру обратного преобразования Фурье и получаем функцию $c(x, y)$. Теперь, чтобы получить функцию $\psi(x, y)$, необходимо вычислить комплексный логарифм от функции $c(x, y)$:

$$\ln(c(x, y)) = \ln\left(\frac{1}{2}b(x, y)\right) + i\psi(x, y).$$

Мнимая составляющая и представляет собой зависимость $\psi(x, y)$.

Необходимо отметить, что таким способом возможно восстановить функцию $\psi(x, y)$, свернутую по модулю 2π , т.е. относительные фазовые значения. Для получения абсолютных фазовых значений необходимо провести процедуру “развертки фазы”. В данной процедуре используется то, что в дискретном случае операция свертки по модулю 2π искажает абсолютные значения функции, оставляя без изменения поле градиентов. В рамках настоящей работы проблемы “развертки фазы” не рассматриваются; они рассмотрены, например, в работах [4, 5].

Обработка модельной статической интерференционной картины. Создадим модельную статическую интерференционную картину, где в качестве функции $\delta(x, y)$ будет выступать сумма двух поверхностей: $A\rho^2 \cos(2(\varphi - \varphi_A))$ — астигматизма с параметрами $A = 0,4, \varphi_A = 17^\circ$; $C_3\rho^3 \cos(3(\varphi - \varphi_{C_3}))$ — триангулярной комы с параметрами $C_3 = 0,6, \varphi_{C_3} = -43^\circ$; здесь ρ — функция такая, что $\rho^2 = x^2 + y^2$. Начало отсчета угла φ — ось y , направление его отсчета — против часовой стрелки (рис. 1).

Линейные размеры модельной интерференционной картины составляют 1024 строки и 1024 столбца. Радиус внешней маски — 512 эле-

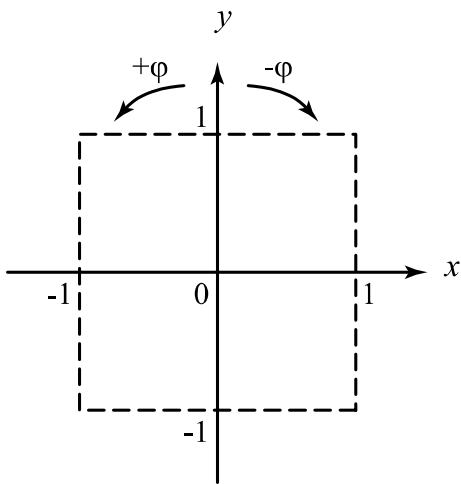


Рис. 1. Система координат, используемая при моделировании

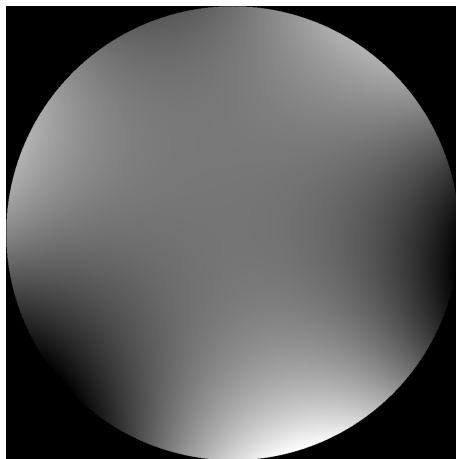


Рис. 2. Поверхность, описываемая функцией $\delta(x, y)$

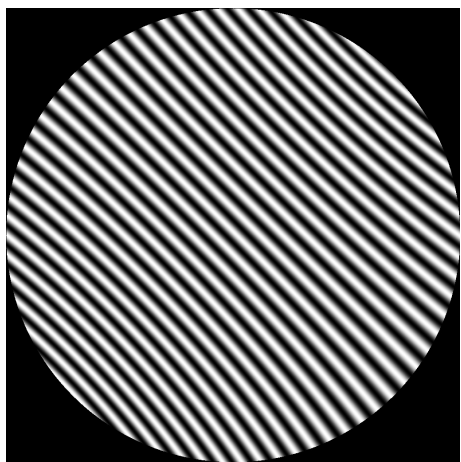


Рис. 3. Модельная интерферограмма

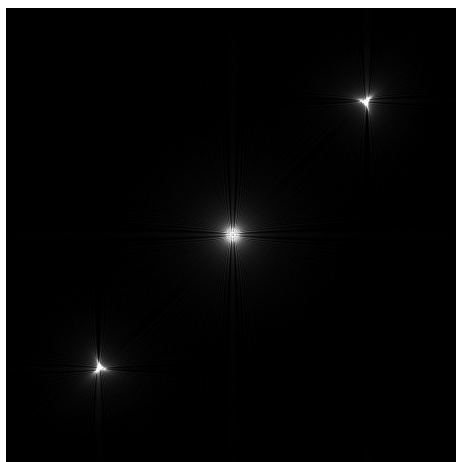


Рис. 4. Спектр $G(f, \omega)$ сигнала $g(x, y)$

ментов разрешения.

Для поверхности, описываемой функцией $\delta(x, y)$ (рис. 2), получена модельная интерферограмма $g(x, y)$, представленная на рис. 3.

После проведения двумерного преобразования Фурье входного сигнала $g(x, y)$ получаем спектр модельной интерференционной картины $G(f, \omega)$, приведенный на рис. 4.

Процедура аподизации основана на том, что низкочастотная компонента спектра сигнала $g(x, y)$ в значительной мере зависит от формы маскирующего зрачка интерферограммы. С помощью этой процедуры можно избавиться от аддитивной компоненты $A(f, \omega)$ в спектре $G(f, \omega)$ (рис. 5).

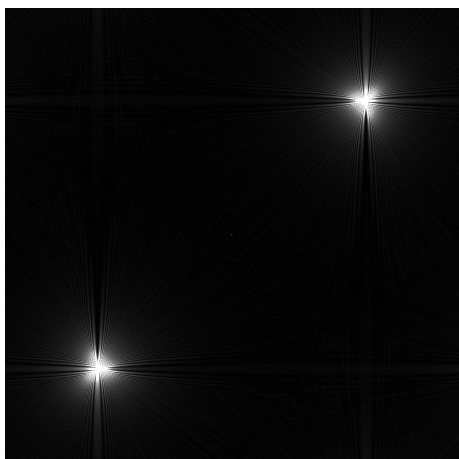


Рис. 5. Результат аподизации

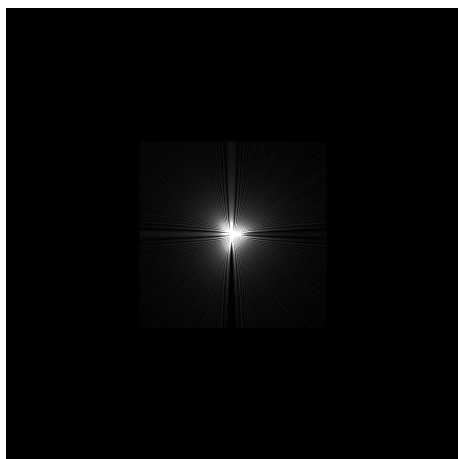


Рис. 6. Результат спектральной фильтрации

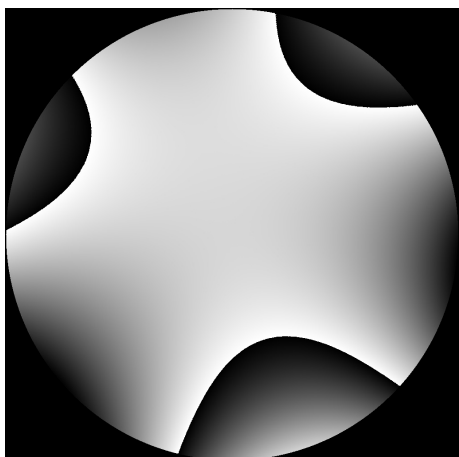


Рис. 7. Фаза, свернутая по модулю 2π

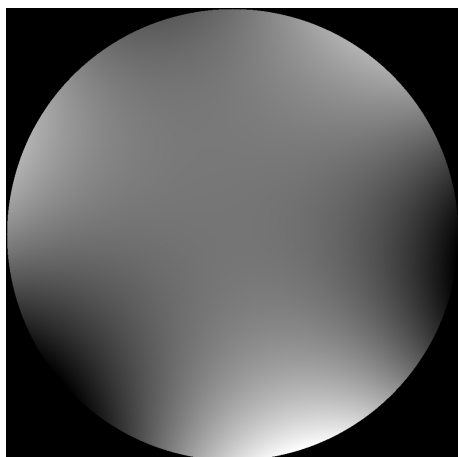


Рис. 8. Развернутая фаза

Участок спектра $C(f - f_0, \omega - \omega_0)$, смещенный в начало координат, приведен на рис. 6. На рис. 7 представлен результат обратного преобразования Фурье с последующим вычислением комплексного логарифма — свернутая по модулю 2π функция $\delta(x, y)$; на рис. 8 — результат проведения процедуры “развертки фазы”, т.е. искомая функция $\delta(x, y)$.

В результате обработки модельной статической интерференционной картины была получена функция поверхности $\tilde{\delta}(x, y)$, характеризующаяся астигматизмом с параметрами $A = 0,3971$, $\varphi_A = 17,002^\circ$ и триангулярной комой с параметрами $C_3 = 0,5933$, $\varphi_{C_3} = -42,9981^\circ$. После вычитания из функции $\tilde{\delta}(x, y)$ функций астигматизма и триангулярной комы была получена методическая погрешность измерений (рис. 9). Разница между максимальным и минимальным значениями

методической погрешности составила 0,0264379, а величина среднего квадратического отклонения — 0,0005917 (эти величины измеряются в длинах волн интерферометра). Необходимо отметить, что максимальные значения методическая погрешность имеет на краях обрабатываемой статической интерференционной картины. Полученная величина методической погрешности хорошо согласуется с теоретической оценкой возможностей фазового подхода, представленной в работе [6].

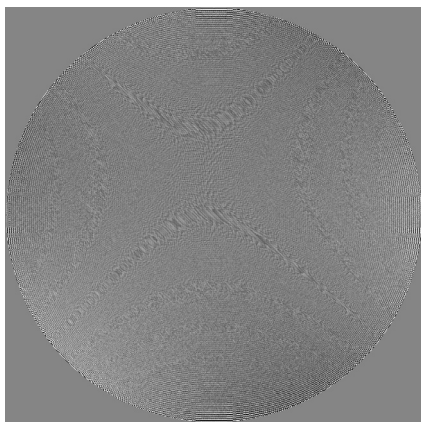


Рис. 9. Методическая погрешность

Теперь исследуем, как зависит разница между максимальным и минимальным значениями методической погрешности и величина ее среднего квадратического отклонения от количества полос и их пространственной ориентации на интерферограмме, чтобы выяснить, какое количество полос и какая их пространственная ориентация являются оптимальными для данного метода.

В силу симметричности функции $G(f, \omega)$ достаточно рассмотреть два угла поворота полос — 0° и 45° .

Результаты численного эксперимента приведены на рис. 10. На их основании можно сделать вывод о том, что угол 45° поворота полос на интерференционной картине к оси y более предпочтителен, так как позволяет добиться наименьшей методической погрешности.

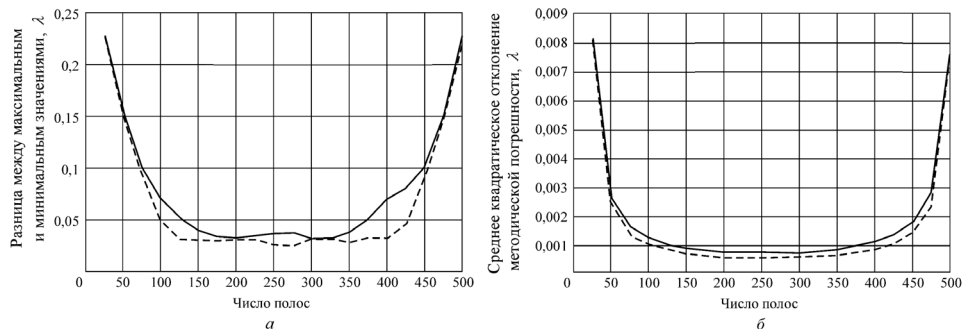


Рис. 10. Зависимости разницы между максимальным и минимальным значениями методической погрешности (а) и величины среднего квадратического отклонения методической погрешности (б) от числа полос на интерферограмме при различной пространственной ориентации полос: под углом 0° (————) и 45° (— — —) к оси y

Выводы. Представленный метод позволяет с высокой точностью получить двумерное фазовое распределение статической интерференционной картины, что эквивалентно получению функции профиля контролируемой оптической поверхности.

Моделирование показало, что оптимальным является режим съемки, при котором полосы на интерферограмме ориентированы под углом 45° к оси y , а каждая полоса занимает 4-5 элементов разрешения ПЗС-матрицы приемного устройства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г у б и н В. Б. Лекции по математическим методам восстановления формы оптических поверхностей по интерферограммам. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 247 с.
2. Takeda M., Ina H., Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry // J. of Optical Society of America. – 1982. – V. 72. – P. 156–160.
3. Ge Z., Kobayashi F., Matsuda Sh., Takeda M. Coordinate-transform technique for closed-fringe analysis by the Fourier-transform method // Applied Optics. – 2001. – V. 40. – № 10. – P. 1649–1657.
4. Chiglia D.C., Romero L. A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods // Journal of Optical Society of America. A. – 1994. – V. 11. – P. 107–117.
5. Xu W., Cumming I. A region-growing algorithm for InSAR phase unwrapping // IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing. – 1999. – V. 37. – P. 124–134.
6. Schaham M. Precision optical wavefront measurement // SPIE. – 1981. – V. 306. – P. 183–191.

Статья поступила в редакцию 24.05.2004



Чемякин Эдуард Владимирович родился в 1978 г., окончил в 2001 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

E.V. Chemyakin (b. 1978) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2001. Post-graduate of “Applied mathematics” department of the Bauman Moscow State Technical University.



Алехнович Валентин Иванович родился в 1952 г., окончил в 1975 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана и в 1979 г. МГУ им. М.В. Ломоносова. Кандидат технических наук, доцент кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 40 научных работ в области математического моделирования оптико-электронных систем.

V.I. Alekhovich (b. 1952) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975 and from the Lomonosov Moscow State University in 1979. Ph. D. (Eng), ass. professor of “Laser and Optical-and-Electronic Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of over 40 publications in the field of mathematical modeling of optical-and-electronic systems.