

УДК 519.6:532.529.5

ГИБРИДНЫЕ АЛГОРИТМЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ДИАГНОСТИКИ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.Д. Сулимов, П.М. Шкапов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: spm@bmstu.ru

Рассмотрены задачи вычислительной диагностики гидромеханических систем. Для математической модели системы сформулирована обратная задача, при решении которой реализуется оптимизационный подход. Частные критерии предполагаются непрерывными, липшицевыми, не всюду дифференцируемыми, многоэкстремальными функциями. Поиск глобальных решений проведен с использованием новых гибридных алгоритмов, объединяющих стохастический алгоритм сканирования пространства переменных и детерминированные методы локального поиска. Рассмотрены численные примеры модельного диагностирования фазового состава теплоносителя в циркуляционном контуре реакторной установки.

Ключевые слова: обратная задача, критериальная функция, константа Липшица, сглаживающая аппроксимация, глобальная оптимизация, алгоритм Метрополиса, регуляризация, гибридный алгоритм.

HYBRID ALGORITHM OF COMPUTATIONAL DIAGNOSTICS OF HYDROMECHANICAL SYSTEMS

V.D. Sulimov, P.M. Shkapov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: spm@bmstu.ru

Consideration is being given to problems of computational diagnostics of hydro-mechanical systems. For the mathematical model the inverse problem is formulated and during its solving there is optimization. It is suggested that particular criteria are continuous, Lipschitzian, not everywhere differentiable, multiextremal functions. Search for global solutions carried out with using new hybrid algorithms uniting stochastic scanning algorithm of space variables and the deterministic methods of local search. Numerical examples of the model diagnostics of the coolant phase constitution in the reactor primary circuit were presented.

Keywords: inverse problem, criterion function, Lipschitz constant, smoothing approximation, global optimization, Metropolis algorithm, regularization, hybrid algorithm.

Введение. Современные подходы к исследованию сложных систем основаны на применении методов математического моделирования [1]. Актуальным направлением исследований является вычислительная диагностика, которая находит применение в аэрокосмической отрасли, ядерной энергетике, физике, задачах неразрушающего контроля [2–5]. Вычислительная диагностика включает в себя методы и

средства, предназначенные для определения характеристик исследуемых объектов по некоторой косвенной информации о них, получаемой при измерениях. Следует отметить, что процедура диагностирования существенно связана с формулировкой и решением соответствующей обратной задачи; одним из основных подходов к решению последней является оптимизационный [6]. Принципиальная особенность вычислительной диагностики — возможность использования весьма больших объемов информации об исследуемых объектах, для обработки и интерпретации которой применяется специализированное алгоритмическое и программное обеспечение, реализуемое на высокопроизводительных компьютерах [7]. При решении обратных задач диагностирования сложных систем, в частности по спектральным данным, должны быть учтены и другие важные особенности, в том числе корректность постановки задачи, неполнота косвенной информации, наличие в спектрах систем кратных частот, зашумленность измеряемых данных и др. [8–11]. Ввиду этого критериальные функции обратных задач в общем случае являются непрерывными, многоэкстремальными и не всюду дифференцируемыми. Типичным является предположение о том, что отношения приращений критериальных функций к приращениям аргументов не превышают некоторого порога. Последний определяется ограниченной энергией изменений в системе и может быть описан с помощью константы Липшица. Кроме того, при вычислении каждого текущего значения функции в точках допустимой области могут потребоваться значительные вычислительные ресурсы. Этим обусловлена актуальность разработки эффективных алгоритмов решения обратных задач с многоэкстремальными критериальными функциями на основе методов недифференцируемой оптимизации.

Обеспечение безопасной длительной эксплуатации реакторных установок АЭС — одна из важных проблем современной ядерной энергетики. При этом значительное внимание уделяется исследованиям переходных процессов в циркуляционных контурах реакторов под давлением, в том числе контролю фазового состава теплоносителя [12–15]. Образование второй фазы в потоке теплоносителя приводит, в частности, к изменению значений относительной скорости звука на участках ее локализации. Это проявляется в соответствующих изменениях спектра колебаний потока, что может быть использовано в качестве косвенной информации для диагностирования фазового состава газожидкостной смеси. Критериальные функции обратной задачи определяются рассогласованием спектральных составляющих, полученных для математической модели потока, и соответствующих данных, регистрируемых штатными системами [16]. При минимизации критериальных функций в общем случае требуются методы глобальной недифференцируемой оптимизации. Сравнительный анализ

некоторых современных методов недифференцируемой оптимизации и программного обеспечения приведен в работе [17]. В настоящее время детерминированные методы решения задач глобальной оптимизации многоэкстремальных функций достаточно хорошо разработаны и находят широкое применение [18]. Следует отметить, что эффективность детерминированных алгоритмов существенно ограничена их зависимостью от размерности задачи. В случае большого числа переменных применяют алгоритмы стохастической глобальной оптимизации, к которым относятся алгоритмы моделируемого отжига, генетические алгоритмы, алгоритмы управляемого случайного поиска и др. Однако чувствительность к выбору параметров указанных алгоритмов, устанавливаемых пользователем или обусловленных содержанием задачи, во многом определяет скорость сходимости итерационного процесса. Этого недостатка лишен алгоритм М-РСА, который основан на алгоритме Метрополиса и входит в число наиболее мощных современных алгоритмов стохастической глобальной оптимизации [19]. Существенно, что использование алгоритмов стохастической глобальной оптимизации требует значительных вычислительных ресурсов. Одним из путей повышения эффективности таких алгоритмов является совершенствование процедуры локального поиска. В работе [20] представлены гибридные алгоритмы, объединяющие генетический алгоритм сканирования пространства переменных и детерминированные методы локального поиска; также отмечены недостатки описанных гибридных алгоритмов. Цель настоящей статьи — разработка новых гибридных алгоритмов глобальной недифференцируемой оптимизации, ориентированных на решение задач вычислительной диагностики гидромеханических систем.

Далее сформулирована обратная задача вычислительной диагностики фазового состава теплоносителя по спектральным данным. Предполагается, что регистрируемые данные могут быть неполными, спектры колебаний потока содержат кратные частоты, шумы отсутствуют. Представлены методы недифференцируемой оптимизации, предназначенные для локального поиска в гибридных алгоритмах. Первый метод основан на построении локальных сглаживающих аппроксимаций критериальных функций; в качестве второго выбран метод без использования производных (модифицированный симплекс-метод Нелдера–Мида). Описаны два новых гибридных алгоритма глобальной недифференцируемой оптимизации. Приведены результаты решения модельных задач вычислительной диагностики фазового состава теплоносителя в циркуляционном контуре реакторной установки.

Обратная задача вычислительной диагностики фазового состава теплоносителя по спектральным данным. Задача вычислительной диагностики системы, как обратная спектральная задача, связана с поиском вектора переменных управления, при котором первые N собственных частот (или соответствующих им собственных значений) модели совпадают с составляющими некоторого заданного ограниченного спектра или близки к ним [13]. Для оценки уровня рассогласования сравниваемых характеристик объекта используется векторный способ описания. Поскольку информация о формах колебаний объекта зачастую отсутствует или является неполной, ниже рассмотрено только рассогласование частотных составляющих нормального и заданного спектров. Возможные подходы основаны на минимизации квадратичной функции рассогласования или минимизации максимальной функции рассогласования спектральных составляющих [16]. Так, для попарно сравниваемых спектральных составляющих может быть построено следующее конечное множество критериев рассогласования:

$$f_i(x) = |\zeta_i(x) - \zeta_i^*(x)|, \quad x \in X \subset \mathbb{R}^n, \quad i \in J,$$

где $\zeta_i(x)$, $\zeta_i^*(x)$ — собственные значения, относящиеся к исходному (текущему) и заданному спектрам; x — вектор переменных управления; X — допустимая область; n — размерность задачи; $J = \{1, \dots, n\}$; \mathbb{R}^n — n -мерное вещественное линейное пространство. Необходимо найти такой вектор переменных управления, который приводит к наименьшим отличиям сравниваемых спектров, т.е. следует провести настройку модели объекта на заданный спектр. Это эквивалентно одновременной минимизации всех N критериев рассогласования: требуется найти $\min_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} \bar{f}(x)$. Здесь векторная целевая функция записывается в виде $\bar{f}(x) = (f_1(x), \dots, f_N(x))^T$.

Задача диагностирования системы формулируется следующим образом: определить вектор переменных управления $x \in X$, который минимизирует максимальное значение критерия рассогласования:

$$\min_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} \max_{i \in I} \{f_i(x)\}. \quad (1)$$

Решением сформулированной дискретной минимаксной задачи (1) является такой вектор $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)^T$, принадлежащий множеству допустимых значений, при котором скалярная критериальная функция $f(x) = \max \{f_1(x), \dots, f_N(x)\}$ принимает минимальное значение. Когда $f(x^*) = 0$, спектр частот настраиваемой модели полностью совпадает с заданным спектром по N низшим частотам. Последнее условие вследствие неполноты экспериментальных данных и наличия погрешностей, полученных при измерениях, не выполняется. Ниже

рассмотрена регуляризованная задача $(1)_\varepsilon$ с многоэкстремальной, не всюду дифференцируемой критериальной функцией $f(x)$; $\varepsilon > 0$ — параметр регуляризации [8].

В обобщение постановок экстремальных задач вычислительной диагностики рассмотрим задачу глобальной оптимизации, формулируемую в следующем виде: найти

$$f(x^*) = \min_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} f(x), \quad (2)$$

где

$$X = \{x \in D : g_i(x) \leq 0, \quad i \in I\}; \quad (3)$$

$$D = \{x \in \mathbb{R}^n : a_j \leq x_j \leq b_j, \quad j \in J\}; \quad (4)$$

$f(x)$ — целевая функция; $g_i(x)$ — функции ограничений задачи, $i \in I$; $I = \{1, \dots, m\}$ — конечное множество индексов; D — область поиска; x^* — глобальное решение. Функции $f(x)$, $g_i(x)$, $i \in I$, задачи (2)–(4) предполагаются непрерывными липшицевыми; действительная функция $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ является многоэкстремальной, не всюду дифференцируемой и для нее задана вычислительная процедура, позволяющая определять значения функции в точках допустимой области. Необходимо также учесть возможную высокую трудоемкость вычисления критериальных функций, что может потребовать значительных вычислительных ресурсов.

Методы локальной минимизации и аппроксимация критериальных функций. Рассмотрим задачу (2)–(4), ограничившись поиском локального решения. Предварительно исследуем задачу поиска минимума действительной функции $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, определенной в виде

$$f(x) = \max_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} \{\varphi_i(x)\}, \quad i \in I_M = \{1, \dots, M\}, \quad (5)$$

где X — допустимое множество; предполагается, что все функции $\varphi_i(x)$, $i \in I_M$, выпуклы и непрерывно дифференцируемы.

Задачи, формулируемые в минимаксной форме, относятся к классу недифференцируемых задач оптимизации [17]. Для их решения применяют специальные методы, например, модифицированный метод сопряженных градиентов, метод гиперболической сглаживающей функции и др. [21, 22]. Рассматриваемый далее подход основан на построении сглаживающих аппроксимаций критериальных функций с последующим применением эффективных методов, разработанных для задач дифференцируемой оптимизации. Следует отметить, что применительно к задачам динамики гидромеханических систем процедура сглаживания корректна и не приводит к потере существенной информации [13]. Преимуществом также является возможность создания эффективного программного обеспечения, позволяющего

оперативно получать решения с приемлемой для практики точностью. Подход предполагает замену каждой недифференцируемой функции некоторой ее аппроксимацией, которая была бы выпуклой и дифференцируемой в области допустимых значений переменных управления [23].

Целевую функцию (5) можно определить в эквивалентной форме

$$f(x) = \varphi_1(x) + \gamma(\varphi_2(x) - \varphi_1(x) + \gamma(\dots + \gamma(\varphi_{M-1}(x) - \varphi_{M-2}(x) + \gamma(\varphi_M(x) + \varphi_{M-1}(x))) \dots)), \quad (6)$$

где

$$\gamma(\varphi_i(x)) = \max_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} \{0, \varphi_i(x)\}, \quad i \in I_M. \quad (7)$$

Основная идея рассматриваемого метода состоит в том, чтобы каждую функцию $\gamma(\varphi_i(x))$, $i \in I_M$, входящую в (6), заменить некоторой гладкой функцией, построить сглаженную приближенную целевую функцию, а затем применить эффективные методы гладкой минимизации. При возрастании точности аппроксимации функций (7) имеет место сходимость приближенного решения к точному.

Существенно, что уже в одномерном случае функция $\gamma(x) = \max_{x \in X \subset \mathbb{R}} \{0, x\}$ в точке $x = 0$ дифференцируема только по направлениям. Возможен следующий подход: на числовой оси выделяется отрезок $[p, q]$, содержащий точку, в которой функция $\gamma(x)$ имеет указанную особенность, и на этом отрезке исходная функция заменяется некоторой приближенной функцией, выпуклой и дифференцируемой в каждой точке по построению. Пусть выбраны числа $p < 0$ и $q > 0$. Введем двухпараметрическую аппроксимацию функции $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$\tilde{\gamma}(p, q, x) = \begin{cases} 0, & x \leq p; \\ s(p, q, x), & p < x < q; \\ x, & x \geq q. \end{cases}$$

Здесь p, q — параметры аппроксимации, определяющие левую и правую границы отрезка $[p, q]$, на котором задана сглаживающая функция $s(p, q, x)$. Приближенная функция $\tilde{\gamma}(p, q, x)$ совпадает с исходной функцией $\gamma(x)$ всюду, за исключением отрезка $[p, q]$. Потребуем, чтобы функция $s(p, q, x)$ была выпуклой и по крайней мере один раз дифференцируемой на отрезке $[p, q]$. При этом $s(p, q, 0) = -p\eta(p, q)$, где $\eta(p, q)$ определяется свойствами сглаживающей функции.

Теорема 1 [23]. Пусть $x^* \in \mathbb{R}^n$ и $\tilde{x} \in \mathbb{R}^n$ суть точки минимума для $f(x)$ и $\tilde{f}(p, q, x)$ соответственно. Тогда

$$0 \leq \tilde{f}(p, q, \tilde{x}) - f(x^*) \leq -p \min_{x \in X \subset \mathbb{R}^n} \{1, (M-1)\eta(p, q)\}.$$

С помощью сглаживающих аппроксимаций могут быть сформулированы необходимые условия Каруша – Куна – Таккера. Пусть рассматри-

вается задача оптимизации со смешанными функциональными ограничениями

$$f(x) \rightarrow \min, \quad x \in D; \quad (8)$$

$$D = \{x \in \mathbb{R}^n : F(x) = 0, \quad G(x) \leq 0\}, \quad (9)$$

где $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ — заданная функция; $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$ и $G : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ — заданные отображения; l — число ограничений в форме равенств; m — число ограничений-неравенств.

Пусть $\bar{x} \in D$ — локальное решение задачи (8), (9), причем функция \tilde{f} дифференцируема в точке \bar{x} , отображения \tilde{F} и \tilde{G} удовлетворяют условиям гладкости и в точке \bar{x} выполнено условие Мангасариана–Фромовица. Введем функцию Лагранжа задачи (8), (9)

$$L : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R};$$

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \langle \lambda, F(x) \rangle + \langle \mu, G(x) \rangle.$$

С учетом сглаживающих аппроксимаций можно ввести

$$\tilde{L}(p, q; x, \lambda, \mu) = \tilde{f}(p, q; x) + \langle \lambda, \tilde{F}(p, q; x) \rangle + \langle \mu, \tilde{G}(p, q; x) \rangle,$$

при этом

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial x}(p, q; x, \lambda, \mu) = \tilde{f}'(p, q; x) + (\tilde{F}'(p, q; x))^B \lambda + (\tilde{G}'(p, q; x))^B \mu,$$

$$x \in \mathbb{R}^n, \lambda \in \mathbb{R}^l, \mu \in \mathbb{R}^m.$$

Теорема 2. Пусть выбраны параметры p, q , функция $\tilde{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ и отображение $\tilde{G} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ дифференцируемы в точке $\bar{x} : \mathbb{R}^n$, а отображение $\tilde{F} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$ — в некоторой окрестности этой точки, причем его производная непрерывна в точке \bar{x} .

Если \bar{x} является локальным решением задачи (8), (9) и в точке \bar{x} выполнено условие регулярности Мангасариана–Фромовица, то найдутся элементы $\bar{\lambda} \in \mathbb{R}^l$ и $\bar{\mu} \in \mathbb{R}_+^m$ такие, что

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial x}(p, q; \bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) = 0;$$

$$\langle \bar{\mu}, \tilde{G}(p, q; \bar{x}) \rangle = 0.$$

◀ Доказательство получается прямой ссылкой на теорему 2, приведенную в работе [24], и теорему 1.▶

Рассмотрим важный практический случай задачи вычислительной диагностики систем — задача минимизации (2), (4) для случая простых ограничений (ограничений на переменные управления):

$$\min_x \left\{ \tilde{f}(p, q, x) : a_j \leq x_j \leq b_j, \quad j \in J \right\}, \quad (10)$$

где $\tilde{f}(p, q, x)$ — выпуклая функция; допустимая область X совпадает с областью поиска D . Вспомогательная задача квадратичного программирования с вектором $w \in \mathbb{R}^n$ формулируется в виде:

$$\min \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{\partial \tilde{f}(p, q, x)}{\partial x_j} w_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (w_j)^2 : a_j \leq x_j \leq b_j, j \in J \right\}. \quad (11)$$

Решение задачи (11) позволяет получить w_j , затем определяются множители Каруша–Куна–Таккера u_j^- и u_j^+ , соответствующие неравенствам $x_j + w_j - b_j \leq 0$ и $-x_j - w_j + b_j \leq 0$, $j \in J$. Функция Лагранжа принимает вид

$$\sum_{j=1}^n \left[\frac{1}{2} (w_j)^2 + \frac{\partial \tilde{f}(p, q, x)}{\partial x_j} w_j + u_j^+ (a_j - x_j - w_j) + u_j^- (x_j + w_j - b_j) \right].$$

Существенно, что для минимизируемой в задаче (10) целевой функции должны выполняться условия [23]

$$\frac{\partial \tilde{f}(p, q, x)}{\partial x_j} - u_j^+ + u_j^- + w_j = 0, \quad j \in J;$$

$$u_j^+ \geq 0, u_j^+ (a_j - x_j - w_j) = 0;$$

$$u_j^- \geq 0, u_j^- (x_j + w_j - b_j) = 0, j \in J.$$

Пусть требуется решить задачу (10), выбраны числа a_j, b_j , $j \in J$, число β , $0 < \beta < 1$, а также параметры аппроксимации $p < 0$, $q > 0$. Алгоритм минимизации включает в себя следующие основные шаги.

0. Выбор точки x^0 , $a_j \leq x_j^0 \leq b_j$, $j \in J$.

1. Если точка x^k построена, то необходимо вычислить вектор $w^k = w(x^k)$.

2. Определение первого значения $r = 0, 1, \dots$, при котором для $\alpha = (1/2)^r$ будет выполнено неравенство

$$\tilde{f}(p, q, x^k + \alpha w^k) \leq \tilde{f}(p, q, x^k) - \beta \alpha \|w^k\|^2;$$

если такое $r = r_0$ найдено, то принять $\alpha_k = 2^{-r_0}$, $x^{k+1} = x^k + \alpha_k w^k$.

Перейти к шагу 1.

3. Критерий останова $w^k = 0$.

Локальную сходимость алгоритма минимизации при использовании сглаживающих аппроксимаций критериальных функций для случая простых ограничений устанавливает следующее утверждение.

Теорема 3 [23]. Пусть выбраны параметры $p < 0$, $q > 0$. Если числа a_j, b_j , $j \in J$, конечны и градиент функции $\tilde{f}(p, q, x)$ удовлетворяет условию Липшица, то во всякой предельной точке последовательности x^k , $k = 0, 1, \dots$, удовлетворяются необходимые условия минимума.

Во многих практических приложениях физические условия задачи вычислительной диагностики могут налагать ограничения на моделирование. Поэтому критериальные функции обычно не обладают такими сильными математическими свойствами, как липшицева непрерывность, дифференцируемость и др. Например, наличие шума означает, что вычисление производных является затруднительным и ненадежным. Кроме того, критериальные функции, которые вычисляются с помощью стандартных коммерческих кодов, следует рассматривать как заданные в форме черного ящика. Указанные причины приводят к необходимости использования методов оптимизации без вычисления производных. К числу активно применяемых методов этого класса относится симплекс-метод Нелдера – Мида. Установлено, что алгоритмы, реализующие стандартный вариант этого метода, не всегда обеспечивают сходимость к стационарной точке [25]. Некоторые современные версии алгоритма Нелдера – Мида (включая рандомизированную версию для задач большой размерности) представлены в работах [26, 27]. Далее для решения задачи локальной минимизации используется модифицированный метод Нелдера – Мида. Следует отметить, что алгоритм, реализующий модифицированный метод Нелдера – Мида, является робастным для задач с разрывными или зашумленными критериальными функциями.

Гибридные алгоритмы глобальной минимизации. Такие алгоритмы построены на основе стохастического алгоритма М-РСА [19], объединенного с процедурами поиска локальных минимумов не всюду дифференцируемых функций. Работа современного алгоритма глобальной оптимизации М-РСА основана на применении аналогии с физическими процессами абсорбции и рассеяния частиц при ядерных реакциях. В простейшей версии алгоритма для исследования области поиска используется одна частица. На начальном шаге выбирается пробное решение (Old_Config), которое затем модифицируется с помощью стохастического возмущения (Perturbation()), что позволяет найти новое решение (New_Config). С использованием функции Fitness() дается сравнительная оценка нового и предыдущего решений, на основании которой новое решение может быть принято или отвергнуто. Если новое решение отвергнуто, то происходит переход к функции Scattering(), реализующей схему Метрополиса. Для сканирования области, перспективной на минимум, применяют функции Perturbation() и Small_Perturbation(). Новое решение принимается, если оно лучше предыдущего (абсорбция); если найденное решение хуже предыдущего, то происходит переход в отдаленную область пространства поиска (рассеяние), что позволяет преодолевать локальные минимумы. Эффективность описанного поиска глобального решения алгоритмом значительно повышается за счет одновременного

использования большого числа частиц. Такой подход реализует алгоритм М-РСА, который непосредственно ориентирован на применение в среде параллельных вычислений. Наилучшее решение определяется с учетом данных обо всех частицах, участвующих в процессе. Единственный задаваемый параметр для алгоритма М-РСА — число итераций.

Предложены гибридные алгоритмы, интегрирующие алгоритм М-РСА и детерминированные алгоритмы локальной минимизации. В работе [23] представлен двухпараметрический метод построения сглаживающих аппроксимаций не всюду дифференцируемых функций и предложен вариант метода линеаризации LMS со сглаживанием. Первый гибридный алгоритм объединяет стохастический алгоритм М-РСА сканирования пространства переменных и детерминированный метод LMS локального поиска. Результирующий гибридный алгоритм М-PCALMS реализован в виде прикладного программного обеспечения.

Решение подзадачи локального поиска для не всюду дифференцируемой критериальной функции также можно получить с помощью методов, не использующих производные. В работе [25] представлен вариант симплекс-метода Нелдера – Мида, сходимость которого доказана теоретически. Кроме того, алгоритм, реализующий модифицированный метод Нелдера – Мида, является робастным для задач с разрывными или зашумленными критериальными функциями. Отмечена более высокая вычислительная эффективность модифицированной версии метода по сравнению с классической. Второй гибридный алгоритм М-PCAMNM объединяет стохастический алгоритм М-РСА (общий поиск в пространстве переменных) и модифицированный симплекс-метод Нелдера – Мида (локальный поиск). Фрагмент псевдокода гибридного алгоритма М-PCANMN представлен ниже:

```
0 Generate an initial solution Old_Config
Best_Fitness = Fitness (Old_Config)
Update Blackboard
For n = 0 to # of particles
For n = 0 to # of iterations
    Update Blackboard
    Perturbation ( )
    If Fitness (New_Config) > Fitness (Old_Config)
        If Fitness (New_Config) > Best_Fitness
            Best_Fitness := Fitness (New_Config)
        End If
        Old_Config := New_Config
        Exploration ( )
    Else
        Scattering ( )
```

```

End If
  End For
End For
2. Exploration ( )
  For  $n = 0$  to # of iterations
    Small_Perturbation ( )
      Local search
      using Modified Nelder-Mead Simplex Method
      Check stopping criterion:
      Find global solution Best Fitness
      Else continue
      If  $\text{Fitness}(\text{New\_Config}) > \text{Best\_Fitness}$ 
         $\text{Best\_Fitness} := \text{Fitness}(\text{New\_Config})$ 
      End If
       $\text{Old\_Config} := \text{New\_Config}$ 
    End For
  Return
3. Scattering ( )
   $p_{scatt} = 1 - (\text{Fitness}(\text{New\_Config}) / (\text{Best\_Fitness}))$ 
  If  $p_{scatt} > \text{random}(0, 1)$ 
     $\text{Old\_Config} := \text{random solution}$ 
  Else
    Exploration ( )
  End If
Return

```

В состав алгоритма М-PCAMNM входят стандартные процедуры Perturbation() и Small_Perturbation() [19]. Другой гибридный алгоритм М-PCASFC, объединяющий стохастический алгоритм М-РСА и детерминированный метод кривой, которая заполняет пространство [28], используемый при локальном поиске, представлен в работе [29].

Пример 1. Идентификация аномалий фазового состава теплоносителя реакторной установки. В качестве диагностируемой системы рассмотрен главный циркуляционный контур серийного блока ВВЭР-1000 [13, 30]. Переменными модели являются относительные значения скорости звука x_i в теплоносителе на участках, соответствующих зоне нагрева теплоносителя в напорном баке системы компенсации объема (СКО) (x_1); выходному объему реактора (x_2); активной зоне реактора (x_3); проточной части главного циркуляционного насоса циркуляционной петли с СКО (x_4). При отсутствии в теплоносителе второй фазы нормальный спектр ω_j , $j = \overline{1, 10}$, соответствует максимальным значениям скорости звука на выделенных участках.

Значения нормального и аномального спектров частот колебаний теплоносителя

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω_j , Гц	0,89	6,77	9,82	15,44	15,96	18,94	24,56	26,69	27,07	30,52
ω_j^* , Гц	0,82	6,76	9,37	15,20	15,77	18,83	21,15	26,63	26,91	29,42

В модельной задаче аномальный спектр ω_j^* , $j = \overline{1, 10}$, получен при наличии двухфазной смеси в напорном баке СКО, в выходном объеме и активной зоне реактора; в проточной части главного циркуляционного насоса циркуляционной петли с СКО; при этом $x_1^* = 77\%$; $x_2^* = 88,5\%$; $x_3^* = 82,25\%$; $x_4^* = 92,25\%$. Критериальная функция найдена с учетом десяти низших спектральных составляющих. Для решения задачи вычислительной диагностики использован гибридный алгоритм М-PCALMS. После определения области переменных модели, содержащей глобальный минимум, завершающие итерации гибридного алгоритма проведены с применением градиентной информации для сглаживающих аппроксимаций критериальной функции. Сходимость решения проиллюстрирована на рис. 1 и 2.

Получено приближенное решение, %: $x_1^* \approx 77,03$; $x_2^* \approx 89,17$; $x_3^* \approx 81,09$; $x_4^* \approx 91,95$. Относительная погрешность определения значений переменных модели не превышает 2,5 % при точности настройки спектра частот порядка 10^{-2} Гц. В результате завершения настройки спектра частот расчетной динамической модели объекта на заданный аномальный спектр установлено, что происходит образование второй фазы в потоке теплоносителя на выделенных участках циркуляционного контура.

Пример 2. Аномальный спектр ω_j^* определен при наличии двухфазной смеси в напорном баке СКО, в выходном объеме и активной зоне реактора; при этом $x_1^* = 76,25\%$; $x_2^* = 87\%$; $x_3^* = 82,5\%$; $x_4^* = 100\%$. Значения нормального и аномального спектров частот колебаний теплоносителя приведены ниже:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω_j , Гц	0,89	6,77	9,82	15,44	15,96	18,94	24,56	26,69	27,07	30,52
ω_j^* , Гц	0,81	6,77	9,33	15,32	15,96	18,85	21,04	26,67	26,92	29,36

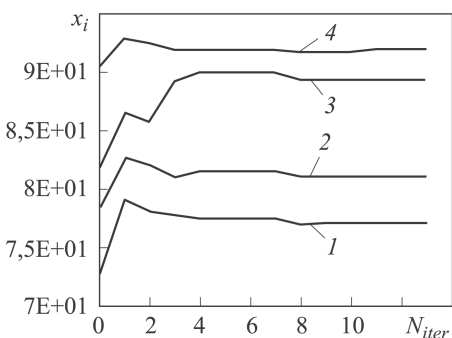


Рис. 1. Зависимость переменных управления x_1 (1), x_2 (2), x_3 (3) и x_4 (4) от числа итераций N_{iter}

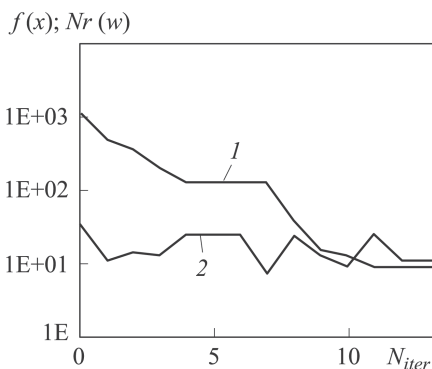
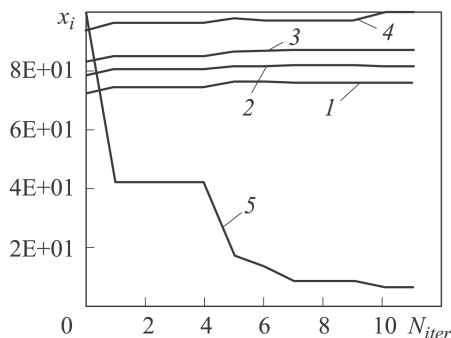


Рис. 2. Зависимость критериальной функции $f(x)$ (1) и нормы вектора $Nr(w)$ (2) от числа итераций N_{iter}

Рис. 3. Зависимость переменных управления x_1 (1), x_2 (2), x_3 (3) и x_4 (4) и нормированной критериальной функции $F(x)$ (5) от числа итераций N_{iter}



Критериальная функция найдена с учетом десяти нижних спектральных составляющих. Для решения задачи вычислительной диагностики использован гибридный алгоритм М-РСAMNM. После определения области переменных модели, содержащей глобальный минимум, завершающие итерации гибридного алгоритма проведены с использованием модифицированного симплекс-метода Нелдера–Мида. Сходимость решения проиллюстрирована на рис. 3.

Получено приближенное решение, %: $x_1^* \approx 76,44$; $x_2^* \approx 86,92$; $x_3^* \approx 81,91$; $x_4^* = 100$. Относительная погрешность определения значений переменных модели не превышает 2,5 % при точности настройки спектра частот порядка 10^{-2} Гц. В результате завершения настройки спектра частот расчетной динамической модели объекта на заданный аномальный спектр установлено, что происходит появление второй фазы в потоке теплоносителя на выделенных участках циркуляционного контура.

Выводы. Предложен подход к решению задач вычислительной диагностики гидромеханических систем с использованием новых гибридных алгоритмов глобальной оптимизации. Исследование пространства переменных модели проведено стохастическим методом. В гибридном алгоритме М-РСALMS при локальном поиске градиентная информация определена для сглаживающих аппроксимаций не всюду дифференцируемых критериальных функций. В гибридном алгоритме М-РСAMNM локальный поиск осуществлен модифицированным методом Нелдера–Мида. Модельные расчеты показали возможность идентификации аномалий фазового состава теплоносителя в циркуляционном контуре реакторной установки с достаточной для приложений точностью.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (грант Президента РФ по поддержке научных исследований ведущих научных школ РФ, код НШ-4058.2014.8).

1. *Pulecchi T., Casella F., Lovera M.* Object-oriented modelling for spacecraft dynamics: Tools and applications // *Simulation Modelling and Theory*. 2010. Vol. 18. No. 1. P. 63–86.
2. *Gao C., Zhao Z., Duan G.* Robust actuator fault diagnosis scheme for satellite attitude control systems // *Journal of the Franklin Institute*. 2013. Vol. 350. No. 9. P. 2560–2580.
3. *Ma J., Jiang J.* Applications of fault detection and diagnosis methods in nuclear power plants: A review // *Progress in Nuclear Energy*. 2011. Vol. 53. P. 255–266.
4. *Shang J.S.* Simulating plasma microwave diagnostics // *Journal of Scientific Computing*. 2006. Vol. 28. No. 213. P. 507–532.
5. *Лаврентьев М.М., Жаринов С.Ю., Зеркаль С.М., Сонна М.С.* Вычислительная диагностика поверхностных характеристик протяженных цилиндрических объектов методами активной локации // *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2002. Т. V. № 1 (9). С. 105–113.
6. *Гончарский А.В., Романов С.Ю.* О двух подходах к решению коэффицентных обратных задач для волновых уравнений // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2012. Т. 52. № 2. С. 263–269.
7. *Goncharsky A.V., Romanov S.Y.* Supercomputer technologies in inverse problems of ultrasound tomography // *Inverse Problems*. 2013. Vol. 29. No. 7. P. 1–22.
8. *Wang Y., Yagola A.G., Yang C.* Optimization and regularization for computational inverse problems and applications. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2010. XVIII. 351 p.
9. *Medeiros J.A.C., Schirru R.* Identification of nuclear power plant transients using the Particle Swarm Optimization algorithm // *Annals of Nuclear Energy*. 2008. Vol. 35. No. 4. P. 576–582.
10. *Lippert R.A.* Fixing multiple eigenvalues by a minimal perturbation // *Linear Algebra and its Applications*. 2010. Vol. 432. P. 1785–1817.
11. *Bai Z.-J., Ching W.-K.* A smoothing Newton’s method for the construction of a damped vibrating system from noisy test eigendata // *Numerical Linear Algebra with Applications*. 2009. Vol. 16. No. 2. P. 109–128.
12. *Poullikas A.* Effects of two-phase flow on the performance of nuclear reactor cooling pumps // *Progress in Nuclear Energy*. 2003. Vol. 42. No. 1. P. 3–10.
13. *Kinelev V.G., Shkapov P.M., Sulimov V.D.* Application of global optimization to VVER-1000 reactor diagnostics // *Progress in Nuclear Energy*. 2003. Vol. 43. No. 1–4. P. 51–56.
14. *Семченков Ю.М., Мильто В.А., Шумский Б.Е.* Внедрение методики контроля кипения теплоносителя в активной зоне ВВЭР-1000 в систему внутриреакторной диагностики // *Атомная энергия*. 2008. Т. 105. № 2. С. 79–82.
15. *Yang X., Schiegel J.P., Liu Y., Paranjape S., Hibiki T., Ishii M.* Experimental study of interfacial area transport in air-water two phase flow in a scaled 8×8 BWR rod bundle // *Journal of Multiphase Flow*. 2013. Vol. 50. P. 16–32.
16. *O’Leary D.P., Rust B.W.* Variable projection for nonlinear least squares problems // *Computational Optimization and Applications*. 2013. Vol. 54. No. 3. P. 579–593.
17. *Karmitsa N., Bagirov A., Mäkelä M.M.* Comparing different nonsmooth minimization methods and software // *Optimization Methods & Software*. 2012. Vol. 27. No. 1. P. 131–153.
18. *Floudas C.A., Gounaris C.E.* A review of recent advances in global optimization // *Journal of Global Optimization*. 2009. Vol. 45. No. 1. P. 3–38.
19. *Luz E.F.P., Becceneri J.C., de Campos Velho H.F.* A new multi-particle collision algorithm for optimization in a high performance environment // *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*. 2008. Vol. 1. P. 3–10.

20. Voglis C., Parsopoulos K.E., Papageorgiou D.G., Lagaris I.E., Vrahatis M.N. MEMPSODE: A global optimization software based on hybridization of population-based algorithms and local searches // *Computer Physics Communications*. 2012. Vol. 183. No. 2. P. 1139–1154.
21. Yuan G., Wei Z., Li G. A modified Polak–Ribière–Polyak conjugate gradient algorithm for nonsmooth convex programs // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2014. // Vol. 255. P. 86–96.
22. Bagirov A.M., Al Nuaimat A., Sultanova N. Hyperbolic smoothing function method for minimax problems // *Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research*. 2013. Vol. 62. No. 6. P. 759–782.
23. Сулимов В.Д. Локальная сглаживающая аппроксимация в гибридном алгоритме оптимизации гидромеханических систем // *Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Естественные науки*. 2010. № 3. С. 3–14.
24. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации. М.: Физматлит, 2005. 304 с.
25. McKinnon K.I.M. Convergence of the Nelder–Mead simplex method to a non-stationary point // *SIAM Journal of Control and Optimization*. 1999. Vol. 9. No. 2. P. 148–158.
26. Price C.J., Coope I.D., Byatt D. A convergent variant of the Nelder–Mead algorithm // *Journal of Optimization Theory and Applications*. 2002. Vol. 113. No. 1. P. 5–19.
27. Xiao H.F., Duan J.A. Multi-direction-based Nelder–Mead method // *Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research*. 2012. P. 1–22.
28. Lera D., Sergeev Ya.D. Lipschitz and Hulder global optimization using space-filling curves // *Applied Numerical Mathematics*. 2010. Vol. 60. No. 1. P. 115–129.
29. Сулимов В.Д. Гибридные алгоритмы оптимизации динамических характеристик гидромеханических систем // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011. № 4 (2). С. 324–326.
30. Sulimov V.D., Shkapov P.M. Application of hybrid algorithms to computational diagnostic problems for hydromechanical systems // *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 2012. Vol. 2. No. 12. P. 734–741.

REFERENCES

- [1] Pulecchi T., Casella F., Lovera M. Object-oriented modelling for spacecraft dynamics: Tools and applications. *Simulation Modelling and Theory*, 2010, vol. 18, no. 1, pp. 63–86. DOI: 10.1016/j.simpat.2009.09.010
- [2] Gao C., Zhao Z., Duan G. Robust actuator fault diagnosis scheme for satellite attitude control systems. *J. Franklin Inst.*, 2013, vol. 350, no. 9, pp. 2560–2580.
- [3] Ma J., Jiang J. Applications of fault detection and diagnosis methods in nuclear power plants: A review. *Progress in Nuclear Energy*, 2011, vol. 53, pp. 255–266.
- [4] Shang J.S. Simulating plasma microwave diagnostics. *J. Sc. Computing*, 2006, vol. 28, no. 213, pp. 507–532.
- [5] Lavrent'ev M.M., Zharinov S.Yu., Zerkal' S.M., Soppa M.S. Computational diagnostics of surface characteristics of long cylindrical objects by methods of active location *Sib. Zh. Ind. Mat.* [J. Appl. Ind. Math.], 2002, vol. V, no. 1 (9), pp. 105–113 (in Russ.).
- [6] Goncharsky A.V., Romanov S.Y. *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.* [Comput. Math. Math. Phys.], 2012, vol. 52, no. 2, pp. 263–269 (in Russ.).
- [7] Goncharsky A.V., Romanov S.Y. Supercomputer technologies in inverse problems of ultrasound tomography. *Inverse Problems*. 2013, vol. 29, no. 7, pp. 1–22.
- [8] Wang Y., Yagola A.G., Yang C. Optimization and regularization for computational inverse problems and applications. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2010. XVIII. 351 p.

- [9] Medeiros J.A.C., Schirru R. Identification of nuclear power plant transients using the Particle Swarm Optimization algorithm. *Annals of Nuclear Energy*, 2008, vol. 35, no. 4, pp. 576–582.
- [10] Lippert R.A. Fixing multiple eigenvalues by a minimal perturbation // *Linear Algebra and its Applications*, 2010, vol. 432, pp. 1785–1817.
- [11] Bai Z.-J., Ching W.-K. A smoothing Newton's method for the construction of a damped vibrating system from noisy test eigendata. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 2009, vol. 16, no. 2, pp. 109–128.
- [12] Poullikkas A. Effects of two-phase liquid-gas flow on the performance of nuclear reactor cooling pumps. *Progress in Nuclear Energy*, 2003, vol. 42, no. 1, pp. 3–10.
- [13] Kinelev V.G., Shkapov P.M., Sulimov V.D. Application of global optimization to VVER-1000 reactor diagnostics. *Progress in Nuclear Energy*, 2003, vol. 43, no. 1–4, pp. 51–56. DOI: 10.1016/S0149-1970(03)00010-6
- [14] Semchenkov Yu.M., Mil'to V.A., Shumskiy B.E. Intercalation of control methodologies of the coolant boiling in reacting core of water-cooled power reactor VVER-1000 into system of reactor internals diagnostics *Atomnaya energiya* [Nuclear power], 2008, vol. 105, no. 2, pp. 79–82 (in Russ.).
- [15] Yang X., Schlegel J.P., Liu Y., Paranjape S., Hibiki T., Ishii M. Experimental study of interfacial area transport in air-water two-phase flow in a scaled 878 BWR rod bundle. *Int. J. Multiphase Flow*, 2013, vol. 50, pp. 16–32.
- [16] O'Leary D.P., Rust B.W. Variable projection for nonlinear least squares problems. *Computational Optimization and Applications*, 2013, vol. 54, no. 3, pp. 579–593.
- [17] Karmitsa N., Bagirov A., Mäkelä M.M. Comparing different nonsmooth minimization methods and software. *Optimization Methods & Software*. 2012, vol. 27, no. 1, pp. 131–153.
- [18] Floudas C.A., Gounaris C.E. A review of recent advances in global optimization. *J. Glob. Optim.*, 2009, vol. 45, no. 1, pp. 3–38.
- [19] Luz E.F.P., Becceneri J.C., de Campos Velho H.F. A new multi-particle collision algorithm for optimization in a high performance environment. *J. Computational Interdisciplinary Sc.*, 2008, vol. 1, pp. 3–10. DOI: 10.6062/jcis.2008.01.01.0001
- [20] Voglis C., Parsopoulos K.E., Papageorgiou D.G., Lagaris I.E., Vrahatis M.N. MEMPSODE: A global optimization software based on hybridization of population-based algorithms and local searches. *Computer Physics Communications*, 2012, vol. 183, no. 2, pp. 1139–1154. DOI: 10.1016/j.cpc.2012.01.010
- [21] Yuan G., Wei Z., Li G. A modified Polak–Ribière–Polyak conjugate gradient algorithm for nonsmooth convex programs. *J. Computational and Applied Mathematics*, 2014, vol. 255, pp. 86–96.
- [22] Bagirov A.M., Al Nuaimat A., Sultanova N. Hyperbolic smoothing function method for minimax problem. *Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research*. 2013, vol. 62, no. 6, pp. 759–782.
- [23] Sulimov V.D. Local smoothing approximation in hybrid algorithm of optimization of hydromechanical systems. *Vest. MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestv. nauki* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Natural Sc.], 2010, no. 3, pp. 3–14 (in Russ.).
- [24] Izmailov A.F., Solodov M.V. Chislennyye metody optimizatsii [Numerical optimization procedure]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 304 p.
- [25] McKinnon K.I.M. Convergence of the Nelder–Mead simplex method to a nonstationary point. *SIAM J. Contr. Optim.*, 1999, vol. 9, no. 2, pp. 148–158.
- [26] Price C.J., Coope I.D., Byatt D. A convergent variant of the Nelder-Mead algorithm. *J. Optim. Theory Appl.*, 2002, vol. 113, no. 1, pp. 5–19.
- [27] Xiao H.F., Duan J.A. Multi-direction-based Nelder - Mead method. *Optim.: A J. Math. Progr. Oper. Res.*, 2012, pp. 1–22.
- [28] Lera D., Sergeev Ya.D. Lipschitz and Hülder global optimization using space-filling curves *App. Num. Math.*, 2010, vol. 60, no. 1, pp. 115–129.

- [29] Sulimov V.D. Hybrid algorithms for optimization of dynamic characteristics of hydromechanical systems *Vestn. Lobachevskiy Nizhegorodskogo Un.* [Bull. Lobachevskiy Un. of Nizhni Novgorod], 2011, No. 4 (2), pp. 324–326 (in Russ.).
- [30] Sulimov V.D., Shkapov P.M. Application of hybrid algorithms to computational diagnostic problems for hydromechanical systems. *J. Mech. Engineering and Automation*, 2012, vol. 2, no. 12, pp. 734–741. DOI: 10.7463/1113.0604082

Статья поступила в редакцию 24.03.2014

Валерий Дмитриевич Сулимов — старший преподаватель кафедры “Теоретическая механика им. профессора Н.Е. Жуковского” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области математического моделирования и оптимизации динамических систем.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

V.D. Sulimov — Senior teacher of “Theoretical Mechanics by name Professor Zhukovsky” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 50 publications in the field of mathematical simulation and optimization of dynamical systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Павел Михайлович Шкапов — д-р техн. наук, заведующий кафедрой “Теоретическая механика им. профессора Н.Е. Жуковского” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 печатных работ по динамике механических и гидромеханических систем, математическому моделированию и расчету кавитационных и двухфазных течений в трубопроводных системах, вопросам оптимизации и диагностирования динамических систем.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

P.M. Shkapov — Dr. Sci. (Eng.), head of “Theoretical Mechanics by name Professor Zhukovsky” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 publications in the field of dynamics of mechanical and hydromechanical systems, mathematical simulation and calculation cavitation and two-phase flows in pipeline systems, questions of optimization and diagnostics of dynamical systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.