

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СОУДАРЕНИЯ ПЛОСКИХ СТРУЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ****В.Д. Баскаков, О.В. Зарубина, К.А. Карнаухов, В.А. Тарасов**МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация  
e-mail: baskakov\_vd@mail.ru

*На основе применения законов сохранения массы, импульса и дополнительного условия разработаны зависимости для определения углового положения стационарных струй идеальной жидкости, сформировавшихся в результате столкновения под углом друг к другу двух неодинаковых струй со свободными границами. Проведено сравнение расчетных значений ширины и углового положения сформировавшихся струй, полученных с помощью разработанных зависимостей и известных из литературных источников моделей, с данными численных расчетов процесса столкновения двух неодинаковых струй жидкости, выполненных в среде ANSYS AUTODYN в системе координат Эйлера. Установлена рациональная область применения разработанных и известных зависимостей для определения углового положения сформировавшихся струй. Для повышения точности экспресс-оценки угловых отклонений сформировавшихся струй в широком диапазоне изменения параметров сталкивающихся струй предложено соотношение, основанное на аппроксимации результатов численных расчетов.*

**Ключевые слова:** соударение струй, расходящиеся струи, стационарная стадия взаимодействия струй, погрешность численных расчетов, аппроксимирующая кривая.

**MATHEMATICAL MODELLING OF IDEAL FLAT JETS IMPACT****V.D. Baskakov, O.V. Zarubina, K.A. Karnaukhov, V.A. Tarasov**Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation  
e-mail: baskakov\_vd@mail.ru

*The problem of finding the parameters of stationary jets, outgoing from the place of impact of two incoming flat ideal jets with free boundaries and possessing the identical speed, but various width, has no solution, because there are four unknown parameters (the width and the angular position of two outgoing jets) in three independent equations, following from mass conservation law and an impulse. Various models are widely used nowadays for obtaining the missing equation, but they lead to contradictory results. In this research we propose a new model, which made it possible to develop algebraic dependences to determine the parameters of an outgoing jet. According to the model, the width of these jets is defined by the average width of the incoming jets and the corner between them and doesn't depend on difference in the width of these jets. We checked the reliability of the model offered, as well as the models known today, by comparing the results of calculating the width and the angular position of the outgoing jets with the numerical calculations executed in ANSYS AUTODYN in Euler system of coordinates. The numerical calculations showed reversibility of a jet current: if we change the direction of a current of the outgoing jets to the incoming ones, we obtain values of the width and the angular position of the original incoming jets. Thus, we established that the results in calculating the width of the jets will be coordinated with the results of the numerical calculations in the wide range of parameters of the incoming jets. We concluded that*

the developed dependences which determine the angular position of the outgoing jets describe the numerical calculations in the range between the incoming jets from 90 to 110 degrees better than the other models. To increase accuracy in calculating the angular position of the internal outgoing jet, we developed the dependence based on approximating the results of the numerical calculations. The research is of great interest to experts, who work on behavior of technological errors in cumulative streams. The received results can be useful to specialists in jet equipment and in explosive bonding.

**Keywords:** jets impact, outgoing jets, stationary stage of jets interaction, errors in numerical calculations, approximating curve.

Рассмотрим установившуюся стадию соударения двух плоских струй идеальной жидкости со свободными границами. Струи движутся под углом  $2\alpha < \pi$  друг к другу с одинаковой скоростью  $U$  и имеют ширину  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , причем  $\delta_1 > \delta_2$  (рис. 1). Расходящиеся от места соударения со скоростью  $U$  струи характеризуются следующими параметрами: внутренняя струя, т.е. струя, движущаяся внутри угла  $2\alpha$ , имеет ширину  $\delta_4$  и отклоняется на угол  $\beta$  от оси  $OY$ ; внешняя струя шириной  $\delta_3$  и угловым отклонением  $\gamma$  от оси  $OY$ . Одна из классических задач теории струй идеальной жидкости предлагает определить параметры  $\delta_3$ ,  $\delta_4$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  расходящихся струй при известных значениях параметров  $\alpha$ ,  $\delta_1$  и  $\delta_2$  соударяющихся струй [1]. Параметры сталкивающихся и расходящихся струй определены на бесконечном удалении от точки  $O$  (см. рис. 1).

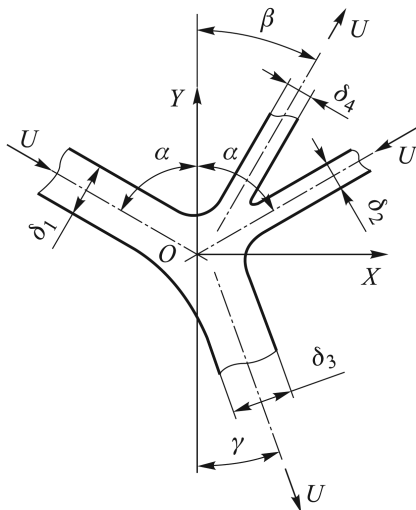
В общем случае такая задача не имеет однозначного решения, поскольку для нахождения четырех неизвестных величин можно записать только три независимых уравнения, основанных на законах сохранения массы и импульса [1]:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_3 + \bar{\delta}_4 &= 2; \\ 2 \cos \alpha &= \bar{\delta}_3 \cos \gamma - \bar{\delta}_4 \cos \beta; \\ 2\Delta\bar{\delta} \sin \alpha &= \bar{\delta}_3 \sin \gamma + \bar{\delta}_4 \sin \beta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{\delta}_3 = \delta_3/\delta_0$ ;  $\bar{\delta}_4 = \delta_4/\delta_0$ ;  $\Delta\bar{\delta} = \Delta\delta/\delta_0$ ;  $\delta_0 = (\delta_1 + \delta_2)/2$ ;  $\Delta\delta = (\delta_1 - \delta_2)/2$  — отклонение ширины соударяющихся струй от среднего значения  $\delta_0$ .

Задача (1) решается без привлечения дополнительных условий только в двух частных случаях [1, 2].

1. При соударении одинаковых струй шириной  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_0$  и  $\Delta\delta = 0$  имеет место симметричная конфигурация струй, т.е.  $\beta = \gamma = 0$ . Решением



**Рис. 1.** Схема столкновения двух плоских струй идеальной жидкости со свободными границами

задачи являются следующие зависимости:

$$\bar{\delta}_3 = 1 + \cos \alpha; \quad \bar{\delta}_4 = 1 - \cos \alpha. \quad (2)$$

2. При встречном движении соударяющихся струй различной ширины, когда  $\alpha = \pi/2$ :

$$\bar{\delta}_3 = \bar{\delta}_4 = 1, \quad \beta = \gamma = \arcsin \Delta \bar{\delta}. \quad (3)$$

Решение задачи (1) имеет важное прикладное значение, поскольку оно является основой для разработки методов оценки влияния технологических погрешностей кумулятивных зарядов на поведение кумулятивных струй и их пробивное действие [3]. Такие методы необходимы, прежде всего, для разработки рациональных технологий изготовления узлов и деталей взрывных устройств кумулятивного действия [4]. Кроме того, задача (1) представляет интерес для специалистов в области струйной техники, а также сварки металлов взрывом [1]. В связи с этим широкое применение находят упрощенные решения системы уравнений (1) [1, 5–7]. Однако лежащие в основе этих решений модели при оценке углов  $\beta$  и  $\gamma$  дают весьма противоречивые результаты.

Цель настоящей статьи — разработка нового подхода к решению системы (1) и всесторонняя его проверка путем сравнения результатов вычисления параметров расходящихся струй с данными численного моделирования процесса соударения двух плоских струй.

Кратко рассмотрим основные положения и допущения, используемые в настоящее время для решения системы уравнений (1), а также полученные результаты.

Путем вычисления кинетической энергии в системе взаимодействующих струй А. Палатини установил, что ее минимум достигается в случае, когда направления расходящихся струй противоположны [1]:

$$\beta = -\gamma. \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (1) и (4), получаем

$$\begin{aligned} \beta = -\gamma &= -\arctg(\Delta \bar{\delta} \operatorname{tg} \alpha); \\ \bar{\delta}_3 &= 1 + \cos \alpha \sqrt{1 + \Delta \bar{\delta}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \bar{\delta}_4 = 1 - \cos \alpha \sqrt{1 + \Delta \bar{\delta}^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}. \end{aligned} \quad (5)$$

Условие (4) противоречит результатам более поздних исследований [5–8]. В связи с этим положение (1) в расчетной практике не применяется. Более совершенной полагается модель, разработанная на основе концепции упругих–неупругих взаимодействий струйных потоков, согласно которой отходящие струи наклонены к оси  $OY$  под одинаковыми углами [5]:

$$\beta = \gamma. \quad (6)$$

При совместном решении (1) и (6) находим

$$\beta = \gamma = \arcsin (\Delta \bar{\delta} \sin \alpha), \quad (7)$$

а величины  $\bar{\delta}_3$  и  $\bar{\delta}_4$  определяем по формулам (2).

Условие (6) также обосновывается и в других работах (например, [7]).

При определении угловых отклонений и размеров отходящих струй Дж. Кертис исходил из следующих основных положений [6]: в области точки  $O$  сталкивающихся струй (см. рис. 1) формируется застойная зона; поперечные размеры частей сталкивающихся струй, перетекающих во внутреннюю струю, относятся друг к другу так же, как  $\delta_1/\delta_2$ . Эти положения позволили получить зависимости для определения угловых отклонений расходящихся струй (дополнительно предполагается, что  $\beta$  и  $\gamma$  — малые величины):

$$\beta = \Delta \bar{\delta} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}; \quad \gamma = \Delta \bar{\delta} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (8)$$

При этом ширина расходящихся струй определяется по формулам (2).

Зависимости (8) показывают, что внутренняя расходящаяся струя всегда отклоняется на больший угол, чем внешняя ( $\beta > \gamma$ ), что в отличие от условий (4), (6) не противоречит особенностям угловых отклонений струй кумулятивных зарядов под влиянием асимметрий технологической природы [9].

Один из важных выводов, следующий из анализа известных моделей, которые определяют параметры расходящихся струй — ширина  $\delta_4$ ,  $\delta_3$  струй либо строго соответствует симметричному случаю (2) [5–7], либо приближается к нему [1]. В связи с этим в качестве основного положения, позволяющего решить систему уравнений (1), можно использовать допущение о том, что ширина расходящихся струй определяется только средней шириной  $\delta_0$  сталкивающихся струй и углом между ними и не зависит от различий  $\Delta \delta$  в ширине сталкивающихся струй. Тогда зависимости (2) будут определять ширину расходящихся струй не только при  $\Delta \delta = 0$ , но и в произвольном случае, когда  $\Delta \delta \neq 0$ . Подставляя (2) во второе и третье уравнения системы (1), полагая углы  $\beta$  и  $\gamma$  малыми ( $\sin \beta \approx \beta$ ,  $\sin \gamma \approx \gamma$ ,  $\cos \beta \approx 1 - \beta^2/2$ ,  $\cos \gamma \approx 1 - \gamma^2/2$ ) и проводя несложные преобразования, можно получить следующие зависимости для определения углового положения расходящихся струй:

$$\beta = 2\Delta \bar{\delta} f_1(\alpha); \quad \gamma = 2\Delta \bar{\delta} f_2(\alpha), \quad (9)$$

$$\text{где } f_1(\alpha) = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}(\alpha/2)}; \quad f_2(\alpha) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha/2)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha/2)}.$$

Зависимости (9) так же, как и модель (8), обеспечивают соблюдение условия  $\beta > \gamma$ .

Необходимо отметить, что при  $\alpha = 90^\circ$  соотношения (9) и модели (7), (8) дают одинаковые значения угловых положений отходящих струй, которые при  $\Delta\bar{\delta} \ll 1$  совпадают с точным решением (3) задачи (1). Угол отклонения  $\beta$  внутренней струи, определяемый по зависимостям (5), (7)–(9), должен быть ограничен очевидным условием  $\beta < \alpha$ .

Для всесторонней проверки предложенной модели (9) параметры расходящихся струй определялись с помощью численных расчетов с использованием программного комплекса ANSYS AUTODYN. Задача взаимодействия двух неодинаковых струй со свободными границами рассматривалась в системе координат Эйлера в динамической постановке с учетом сжимаемости среды и в соответствии с рекомендациями, приведенными в работах [10–13].

Численно решалась следующая система уравнений:

1) уравнения движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}u + \frac{\partial u}{\partial y}v + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x}u + \frac{\partial v}{\partial y}v + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0;$$

2) уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x}u + \frac{\partial \rho}{\partial y}v + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0.$$

Здесь  $u, v$  — составляющие вектора скорости, выраженные как функции координат точек  $(x, y)$  и времени  $t$ ;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность.

Скорость ударной волны  $U_s$  в жидкости определялась по зависимости  $U_s = c_0 + su_p$ , где  $c_0$  — скорость звука;  $u_p$  — скорость течения жидкости;  $s$  — параметр [10].

При проведении расчетов значение параметра  $s$  в соответствии с рекомендациями, приведенными в работе [10], составляло  $s = 5$ .

Расчетная область задачи включала три связанных между собой подобласти, не заполненные средой (светлые области на рис. 2). Боковые подобласти ромбической формы предназначались для соударяющихся струй, а центральная подобласть — для отходящих. Принималось, что соударяющиеся струи не ограничены по длине и непрерывно втекают в боковые расчетные подобласти. При решении задачи скорость течения соударяющихся струй составляла  $U = 3$  м/с, плотность —  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, скорость звука —  $c_0 = 1500$  м/с. Условие  $U \ll c_0$  является необходимым для приближения задачи к модели несжимаемой жидкости. В качестве модели разрушения жидкости принималась модель *Hydro* ( $P_{\min}$ ) из численного пакета ANSYS AUTODYN.



*a*



*б*

**Рис. 2. Соударение двух плоских струй при  $\alpha = 60^\circ$  и  $k = 0,5$  при нестационарной (*a*,  $t = 10$  мс) и стационарной (*б*,  $t = 25$  мс) стадиях**

В процессе расчета варьировались следующие параметры:  $k = \delta_2 / \delta_1 = (1 - \Delta\bar{\delta}) / (1 + \Delta\bar{\delta})$ ,  $k = 0,5$ ;  $k = 0,667$ ;  $k = 0,75$ ;  $k = 0,85$ ; угол между входящими струями  $2\alpha = 90^\circ \dots 180^\circ$  с шагом в  $10^\circ$ .

Численные расчеты показали, что с момента времени  $t \approx 25$  мс нестационарная стадия взаимодействия струй переходит в стационарную и в дальнейшем конфигурация струйного течения не изменяется во времени (струи соответствуют темным областям на рис. 2).

Расчетами также продемонстрирована обратимость струйного течения: при изменении направления течения расходящихся струй и превращении их в соударяющиеся значения ширины и углового положения струй практически не изменяются. Этот результат, а также соответствие положения стационарных расходящихся струй данным численных расчетов, представленным в работе [10], позволяют использовать приведенную численную модель для проверки адекватности представленных в настоящей статье приближенных решений задачи (1).

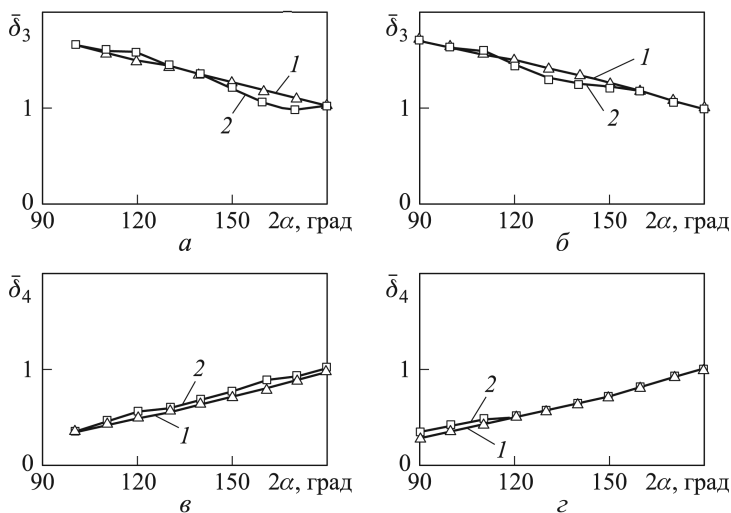


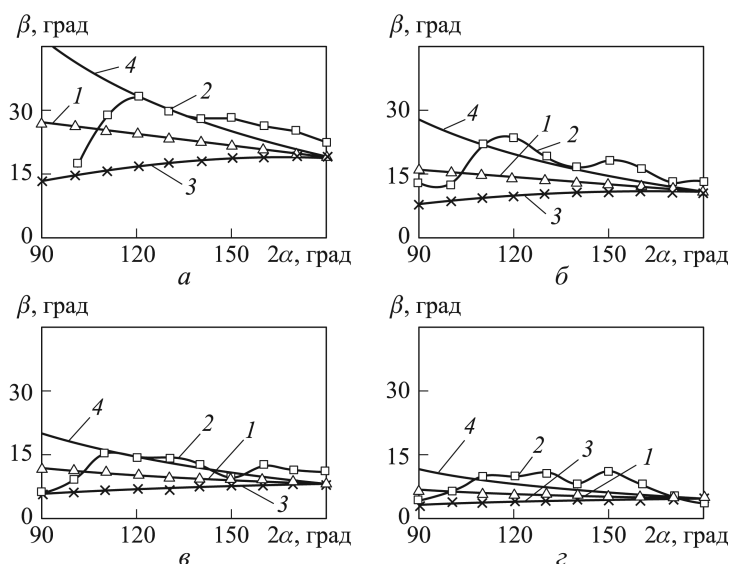
Рис. 3. Зависимости ширины внешней  $\bar{\delta}_3$  (а, б) и внутренней  $\bar{\delta}_4$  (в, г) струй от угла  $\alpha$  между соударяющимися струями, полученные по формуле (2) (1), и численные зависимости (2) при  $k = 0,5$  (а, в),  $k = 0,85$  (б, г)

Проведено сравнение результатов численных расчетов ширины расходящихся струй с предложенной в статье моделью неизменности размеров внешней ( $\bar{\delta}_3$ ) и внутренней ( $\bar{\delta}_4$ ) струй при переходе от симметричного к несимметричному соударению (рис. 3).

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что сделанное в настоящей статье допущение о возможности использования зависимостей (2) для оценки ширины расходящихся струй приемлемо не только при  $\Delta\bar{\delta} \ll 1$ , но и при значительных отличиях габаритных размеров соударяющихся струй.

Проведено сравнение результатов численных расчетов угловых отклонений внутренней  $\beta = \beta(\alpha)$  отходящей струи (кривая 2, рис. 4) с расчетами, полученными по разработанной модели (9) и по моделям (7), (8) (кривые 1, 3, 4, рис. 4). Расчеты для внешней струи  $\gamma = \gamma(\alpha)$  удовлетворительно совпадают между собой и в статье не приведены.

Анализ кривых, приведенных на рис. 4, показывает, что при  $k = 0,85$  расчетные результаты, выполненные по различным моделям, близки. Однако при больших различиях в ширине соударяющихся струй (например, при  $k = 0,5$ ) наблюдаются не только существенные расхождения расчетов, но и заметны противоречивые тенденции в характере изменения кривых  $\beta = \beta(\alpha)$  в различных моделях (например, кривые 3, 4, рис. 4, а) имеют кривизну разного знака). В целом можно отметить, что в диапазоне значений углов  $2\alpha 120^\circ \dots 180^\circ$  в наибольшей степени результатам численных расчетов соответствует модель (8). Однако в диапазоне значений  $90^\circ \dots 110^\circ$  лучшее совпадение с численными расчетами показывает разработанная модель (9).



**Рис. 4.** Зависимости углового отклонения  $\beta$  внутренней струи от угла  $2\alpha$  между соударяющимися струями при  $k = 0,5$  (а),  $k = 0,667$  (б),  $k = 0,75$  (в),  $k = 0,85$  (г), полученные по (9) (1), (7) (3) и (8) (4), и для  $\beta = \beta(\alpha)$  отходящей струи (2)

Следует учесть погрешности численных расчетов при оценке углового отклонения  $\beta$ . Так, при  $2\alpha = 180^\circ$  численные расчеты должны соответствовать данным, полученным по зависимости (3), а также по моделям (7)–(9) (см. рис. 4). Имеющее место несовпадение результатов вычислений позволяет судить о наличии случайных погрешностей, связанных с неточностями измерений углового отклонения  $\beta$  при расчетных стационарных течениях плоских струй (см. рис. 2, б). Для компенсации этих погрешностей можно предложить следующий подход. Разработанная модель (9) и аналитические модели (7), (8) указывают на пропорциональность между величинами  $\beta$  и  $\Delta\bar{\delta}$ ; примем, что пропорциональность должна соблюдаться и при численных расчетах:

$$\beta = \Delta\bar{\delta} f(\alpha). \quad (10)$$

Функцию  $f(\alpha)$  можно получить, обрабатывая результаты численных расчетов. Численные значения функции  $f(\alpha)$  представим в виде границ доверительных интервалов шириной  $4\sigma$  (рис. 5), где  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение значений  $f(\alpha)$ , полученных по результатам численных расчетов для фиксированных значений  $\alpha$  и различных значений погрешности  $\Delta\bar{\delta}$ . Аппроксимирующая численные расчеты кривая (см. рис. 5)

$$f(\alpha) = 6(2\alpha)^{10} e^{-4,43(2\alpha)} \quad (11)$$

проходит внутри доверительных интервалов и может применяться совместно с формулой (10) для оценки углового отклонения внутренней



отходящей струи. В формулах (10), (11) углы  $\alpha$  и  $\beta$  измеряются в радианах. На угол отклонения  $\beta$  внутренней струи, определяемый по зависимостям (10), (11), также следует наложить ограничение:  $\beta < \alpha$ .

Сравнение результатов численных расчетов и вычислений с помощью зависимостей (10), (11) показывает их удовлетворительное совпадение при  $k \geq 0,667$  ( $\Delta \bar{\delta} \leq 0,2$ ) (рис. 6).

Такое расхождение ширины  $\Delta \bar{\delta}$  соударяющихся струй вполне приемлемо для решения практических задач, например, возникающих в процессе оценки влияния малых погрешностей кумулятивных зарядов на угловое отклонение формируемой внутренней струи.

**Выводы.** Предложено и подтверждено численными расчетами условие, согласно которому ширина плоских отходящих струй идеальной жидкости определяется средним значением ширины двух соударяющихся струй и не зависит от различий ширины.

На основе указанного условия разработаны зависимости для определения углового положения плоских отходящих струй идеальной жидкости. Численными расчетами показано, что такие зависимости лучше, чем известные модели, позволяют оценить угловое отклоне-

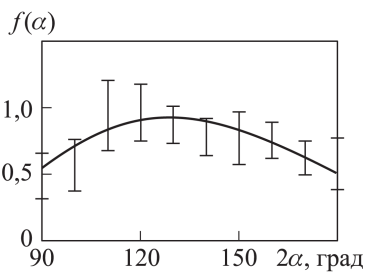


Рис. 5. Аппроксимация численных расчетов (11)

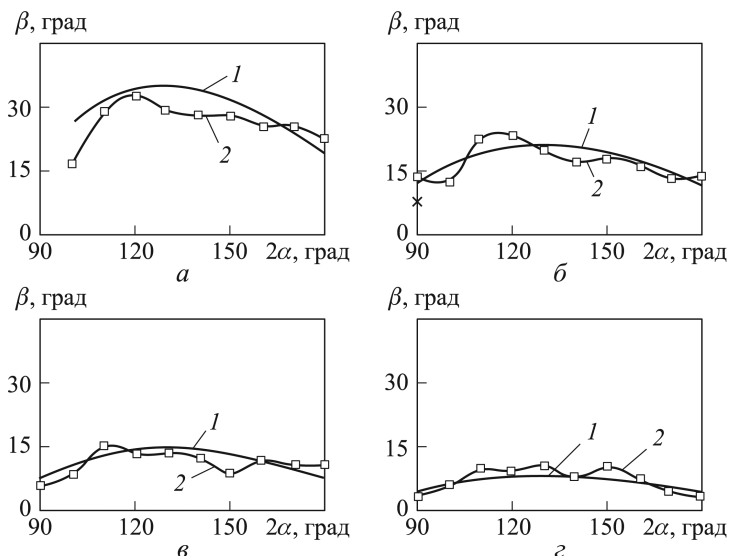


Рис. 6. Зависимости углового отклонения  $\beta$  внутренней отходящей струи от угла  $2\alpha$  и параметра  $k = 0,5$  (а),  $k = 0,667$  (б),  $k = 0,75$  (в) и  $k = 0,85$  (г), полученные с помощью зависимостей (10), (11) (1) и по результатам численных расчетов (2)

ние внутренней отходящей струи в диапазоне значений  $90^\circ \dots 110^\circ$  изменения угла  $2\alpha$  соударения струй.

Для повышения точности вычисления углового отклонения внутренней отходящей струи в широком диапазоне изменения значений угла  $2\alpha$  разработана зависимость, основанная на аппроксимации результатов численных расчетов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
2. Физика взрыва / Под ред. Л.П. Орленко. В 2 т. Т. 2. М.: Физматлит, 2002. 656 с.
3. Тарасов В.А., Баскаков В.Д. Методология обоснования и технологического обеспечения рациональной точности боеприпасов на ранних стадиях технической подготовки производства // Боеприпасы и высокоэнергетические конденсированные системы. 2008. № 2. С. 97–103.
4. Тарасов В.А., Баскаков В.Д., Круглов П.В. Методика проектирования технологии изготовления высокоточных деталей боеприпасов // Оборонная техника. 2000. № 1–2. С. 89–92.
5. Кинеловский С.А. Концепция упругих–неупругих взаимодействий струйных потоков и соударение струй идеальной несжимаемой жидкости // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30. № 3. С. 75–85.
6. Curtis J.P. Asymmetric Formation of Shaped Charge Jets // In Proceedings of the 17th International Symposium on Ballistics. Midrand, South Africa, 1998. Vol. 2. P. 405–412.
7. Тришин Ю.А. Физика кумулятивных процессов. Новосибирск: Изд-во Ин-та гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, 2005. 324 с.
8. Кинеловский С.А., Соколов А.В. О несимметричном соударении плоских струй идеальной несжимаемой жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 1986. № 1. С. 54–57.
9. Тарасов В.А., Баскаков В.Д., Дубовской М.А. Влияние технологической наследственности на пробивное действие кумулятивных зарядов // Оборонная техника. 1995. № 4. С. 54–59.
10. Miller Simcha, Ceder Roy. The indeterminacy of the outgoing flow of two impinging asymmetric jets // In proceedings of the 19th International Symposium on Ballistics, 7–11 May 2001. Interlaken, Switzerland. P. 843–850.
11. Алексеев А.Н., Тарасов В.А. Разработка и внедрение струйной пакетной технологии для очистки поверхностей деталей на предприятиях машиностроительного комплекса // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2003. № 12. С. 6–10.
12. Тарасов В.А., Колпаков В.И., Королев А.Н., Баскаков В.Д. Численное моделирование процесса струйно-динамической промывки деталей с глухими отверстиями // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2011. № 4. С. 34–41.
13. Федоров С.В., Велданов В.А. К определению размеров кавитационной полости в воде за движущимся с высокой скоростью цилиндрическим телом // ЖТФ. 2013. Т. 83. № 2. С. 15–20.

## REFERENCES

- [1] Gurevich M.I. Teoriya struy ideal'noy zhidkosti [The Theory of Perfect Fluid Jets]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 536 p.

- [2] Orlenko L.P., ed. Fizika vzryva [Physics of Explosions]. In 2 vol. Vol. 2. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002. 656 p.
- [3] Tarasov V.A., Baskakov V.D. Methodology of Substantiation and Technological Support of Munitions Rational Precision in the Early Stages of Technical Preparation of Production. *Boepripasy i vysokoenergeticheskie kondensirovannyye sistemy* [Explosives and high energy condensed system], 2008, no. 2, pp. 97–103 (in Russ.).
- [4] Tarasov V.A., Baskakov V.D., Kruglov P.V. The method of design of manufacturing technology of high-precision parts of ammunition. *Oboronnaya tekhnika* [Defence Technology], 2000, no. 1–2, pp. 89–92 (in Russ.).
- [5] Kinelovskiy S.A. Concept of elastic-inelastic interactions of jet flows and collision of jets of an ideal incompressible liquid. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 1994, vol. 30, iss. 3, pp. 331–339.
- [6] Curtis J.P. Asymmetric Formation of Shaped Charge Jets. In *Proceedings of the 17th International Symposium on Ballistics*. Midrand, South Africa, 1998, vol. 2, pp. 405–412.
- [7] Trishin Yu.A. Fizika kumulyativnykh protsessov [Physics of Cumulative Processes]. Novosibirsk, Inst. gidrodinamiki im. M.A. Lavrent'eva SO RAN Publ., 2005. 324 p.
- [8] Kinelovskiy S.A., Sokolov A.V. Nonsymmetric collision of plane jets of an ideal incompressible fluid. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1986, vol. 27, iss. 1, pp. 47–50.
- [9] Tarasov V.A., Baskakov V.D., Dubovskoy M.A. Influence of Technological Heredity on the Shaped Charge Penetration. *Oboronnaya tekhnika* [Defence Technology], 1995, no. 4, pp. 54–59 (in Russ.).
- [10] Miller Simcha, Ceder Roy. The indeterminacy of the outgoing flow of two impinging asymmetric jets. In *proceedings of the 19th International Symposium on Ballistics*, 7–11 May 2001. Interlaken, Switzerland, pp. 843–850.
- [11] Alekseev A.N., Tarasov V.A. Development and implementation of a packet inkjet technology for cleaning surfaces of the parts at enterprises of mechanical engineering complex. *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal* [Handbook. An Engineering journal with appendix], 2003, no. 12, p. 6–10 (in Russ.).
- [12] Tarasov V.A., Kolpakov V.I., Korolev A.N., Baskakov V.D. Numerical Simulation of Process of Jet-Dynamic Flushing of Parts with Blind Holes. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Mashinost.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Mech. Eng.], 2011, no. 4, pp. 34–41 (in Russ.).
- [13] Fedorov S.V., Veldanov V.A. Determining of the dimension of a cavity in water behind a fast-moving cylindrical body. *Zh. Tekh. Fiz.* [Tech. Phys. The Russ. J. Appl. Phys.], 2013, vol. 83, iss. 2, pp. 15–20 (in Russ.).

Статья поступила в редакцию 03.11.2015

Баскаков Владимир Дмитриевич — д-р техн. наук, профессор кафедры “Технологии ракетно-космического машиностроения” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Baskakov V.D. — Dr. Sci. (Eng.), Professor of Technology of Rocket and Space Engineering Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Зарубина Ольга Васильевна — канд. техн. наук, доцент кафедры “Технологии ракетно-космического машиностроения” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Zarubina O.V. — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Technology of Rocket and Space Engineering Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Карнаухов Кирилл Андреевич — студент кафедры “Высокоточные летательные аппараты” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Karnaukhov K.A. — student of High Precision Aircraft Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Тарасов Владимир Алексеевич — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой “Технологии ракетно-космического машиностроения” МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Tarasov V.A. — Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of Technology of Rocket and Space Engineering Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Баскаков В.Д., Зарубина О.В., Карнаухов К.А., Тарасов В.А. Математическое моделирование процесса соударения плоских струй идеальной жидкости // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2016. № 2. С. 79–90.

DOI: 10.18698/1812-3368-2016-2-79-90

**Please cite this article in English as:**

Baskakov V.D., Zarubina O.V., Karnaukhov K.A., Tarasov V.A. Mathematical modelling of ideal flat jets impact. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2016, no. 2, pp. 79–90. DOI: 10.18698/1812-3368-2016-2-79-90