УДК 519.8 DOI: 10.18698/1812-3368-2017-4-16-28

СТОХАСТИЗМ И ДЕТЕРМИНИЗМ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВУХСТОРОННИХ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ

В.Ю. Чуев vacilious@mail.ru
И.В. Дубограй irina.dubograi@yandex.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

На основе теории непрерывных марковских процессов разработаны стохастические модели «высокоорганизованного» боя, позволяющие вычислить основные показатели боя многочисленных группировок. Проведено сравнение с результатами, полученными на основе детерминированной модели двухсторонних боевых действий, построенной методом динамики средних. Установлено, что на ошибки метода динамики средних более существенно влияет соотношение сил противоборствующих группировок, а не их численность в начале боя. Проведено сравнение с результатами моделирования «плохо организованного» боя

Ключевые слова

Модель двухсторонних боевых действий, боевая единица, эффективная скорострельность, параметр соотношения сил, непрерывный марковский процесс

Поступила в редакцию 14.06.2016

Введение. Как правило, при проектировании новых видов технических устройств возникает задача построения математической модели их функционирования [1]. При разработке новых образцов вооружения и военной техники важную роль играет оценка их боевой эффективности, так как она позволяет дать количественную оценку степени приспособленности образцов к решению поставленных боевых задач. При проведении такой оценки необходимо учитывать различные виды противодействия противника. В значительно большей степени это позволяют сделать модели двухсторонних боевых действий по сравнению с моделями без учета ответного огня [2–5].

Рассмотрим бой двух сторон. Первая сторона X состоит из m однотипных боевых единиц, вторая сторона Y — из n однотипных боевых единиц, не обязательно однородных с единицами стороны X. Стороны открывают огонь по противнику одновременно и ведут бой до тех пор, пока хотя бы одна из противоборствующих сторон не будет полностью уничтожена. Полагаем, что обе противоборствующие стороны имеют полную и не запаздывающую информацию о состоянии боевых единиц противника (поражены или нет) и ведут стрельбу только по уцелевшим единицам, а время переноса огня на непораженные боевые единицы пренебрежимо мало.

В литературе подробно описана модель динамики средних, отображающая «высокоорганизованный» бой, обычно называемая уравнениями Ланчестера [6–12]. Построение моделей динамики средних основано на следующих допущениях.

Согласно закону больших чисел, численности сохранившихся боевых единиц сторон в каждый момент времени боя близки к средним численностям (математическим ожиданиям), что дает возможность не рассматривать подробности, связанные со случайным состоянием отдельно взятой боевой единицы, и рассматривать процесс боевых действий как детерминированный [13]. При этом допущении все показатели боя уже не являются случайными величинами и заменяются математическими ожиданиями.

Последовательность выстрелов, осуществляемых каждой участвующей в бою единицей, представляется в виде пуассоновского потока событий [2]. Применяется прием, заключающийся в переходе от потока выстрелов к потоку успешных выстрелов, который тоже считается пуассоновским [5]. Выстрел назовем «успешным» в том случае, если он поражает боевую единицу противника [2, 5].

При этих допущениях динамика боя описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} x' &= -uy; \\ y' &= -vx \end{aligned} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$x(0) = m; \quad y(0) = n, \tag{2}$$

где $x(t)$, $y(t)$, $x'(t)$, $y'(t)$ — текущие численности сторон и их производные по времени; t — время протекания боя; $v = p_x\lambda_x$, $u = p_y\lambda_y$ — эффективные скорострельности боевых единиц сторон X и Y; p_x, p_y — вероятности поражения единицы противника одним выстрелом боевой единицы сторон X и Y; λ_x, λ_y — практические скорострельности боевых единиц сторон X и Y.

При постоянных эффективных скорострельностях боевых единиц сторон решение системы (1), (2) имеет вид

$$\begin{aligned} x &= x_0\left(\operatorname{ch}\overline{t} - æ\operatorname{sh}\overline{t}\right); \\ y &= y_0\left(\operatorname{ch}\overline{t} - \frac{1}{æ}\operatorname{sh}\overline{t}\right). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\overline{t} = \sqrt{uv}t$ — приведенное время; $æ = \dfrac{n}{m}\sqrt{\dfrac{u}{v}}$ — параметр соотношения сил [14].

При $æ < 1$ победу одержит сторона X, при этом

$$\begin{aligned} t_k &= \frac{1}{2\sqrt{uv}}\ln\frac{1+æ}{1-æ}; \\ x_k &= x_0\sqrt{1-æ^2}; \\ y_k &= 0, \end{aligned} \tag{4}$$

где t_k — время протекания боя; x_k, y_k — математические ожидания числа сохранившихся к концу боя боевых единиц сторон X и Y.

При $æ > 1$ победу одержит сторона Y, тогда

$$\begin{aligned} t_k &= \frac{1}{2\sqrt{uv}} \ln \frac{1+æ}{æ-1}; \\ x_k &= 0; \\ y_k &= y_0 \sqrt{1-\frac{1}{æ^2}}. \end{aligned} \tag{5}$$

Эта модель боя достаточно проста, позволяет учесть влияние на исход боя большого числа факторов. Однако построение модели динамики средних основано на допущении возможности замены фактических численностей противоборствующих сторон в каждый момент боя, которые являются случайными величинами, их средними значениями, приемлемость которого не доказана. Не обоснована также область применимости моделей динамики средних, хотя рекомендуется применять их для отображения боя многочисленных группировок опять же без строгого математического обоснования.

Стохастические модели «высокоорганизованного» боя. Одним из возможных способов построения стохастических моделей двухсторонних боевых действий является применение теории непрерывных марковских процессов [16–21]. Процесс, протекающий в системе, называется марковским, если состояние системы в будущем зависит только от состояния системы в настоящий момент и не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние [22]. Полагая потоки выстрелов, а также потоки «успешных» выстрелов, произведенных каждой участвующей в бою единицей, пуассоновскими [2, 5], получаем следующую систему дифференциальных уравнений для отображения процесса протекания боя:

$$\begin{aligned} &F'_{i0}(t) = ivF_{i1}(t), \ i = 1, m; \\ &F'_{0j}(t) = juF_{1j}(t), \ j = 1, n; \\ &F'_{ij}(t) = (iv + ju)F_{ij}(t) + ivF_{i,j+1}(t) + juF_{i+1,j}(t), \ i = 1, \ m-1; \ j = 1, \ n-1; \\ &F'_{mj}(t) = -(mv + ju)F_{mj}(t) + mvF_{m,j+1}(t), \ j = 1, \ n-1; \\ &F'_{in}(t) = -(iv + nu)F_{in}(t) + nuF_{i+1,n}(t), \ i = 1, \ m-1; \\ &F'_{mn}(t) = -(mv + nu)F_{mn}(t) \end{aligned} \tag{6}$$

с начальными условиями

$$F_{mn}(0) = 1; \ F_{ij}(0) = 0 \ \text{при} \ i + j < m + n, \tag{7}$$

где $F_{ij}(t)$ — вероятность того, что в момент времени t сохранилось i единиц стороны X и j единиц стороны Y (вероятность состояния $(i:j)$); $F'_{ij}(t)$ — их производные по времени; $F_{ij}(\infty)$ — вероятности состояний этой системы к окончанию боя (вероятности окончательных состояний).

Отметим, что устойчивыми состояниями этой системы являются состояния $(1:0)...(i:0)...(m:0)$; $(0:1)...(0:j)...(0:n)$. Состояние $(0:0)$ состоянием данной системы не является, так как вероятность одновременного поражения двух и более боевых единиц является бесконечно малой величиной.

Для описания боев $1{:}n$ (одна единица стороны X против произвольного числа единиц стороны Y), $m{:}1$, $2{:}n$, $m{:}2$, 3:3, 4:4, 5:5 при постоянных эффективных скорострельностях боевых единиц сторон получены расчетные формулы для вычисления вероятностей текущих и окончательных состояний системы, а также для расчета основных показателей боя. В первую очередь, к таким показателям относятся математические ожидания относительного числа сохранившихся к концу боя единиц сторон X и Y $M_x = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} iF_{i0}(\infty)$, $M_y = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} jF_{0j}(\infty)$, а также вероятности победы сторон X и Y $P_{0x} = \sum_{i=1}^{n} F_{i0}(\infty)$, $P_{0y} = \sum_{j=1}^{n} F_{0j}(\infty)$.

Расчетные формулы для вычисления основных показателей для боев $1{:}n$, $m{:}1$ и 3:3 приведены в работе [22]. Ввиду громоздкости формул в настоящей работе приведены только формулы для вычисления вероятностей окончательных состояний системы только для боя 5:5:

$$\begin{aligned}
F_{10}(\infty) = 5v\Bigg[& \frac{14035}{96(u+v)} + \frac{511}{45(u+2v)} + \frac{511}{45(2u+v)} + \frac{27}{160(u+3v)} + \frac{27}{160(3u+v)} - \\
& - \frac{16}{45(u+4v)} - \frac{54}{5(2u+3v)} - \frac{54}{5(3u+2v)} - \frac{16}{45(4u+v)} + \frac{125}{576(u+5v)} + \\
& + \frac{125}{576(5u+v)} - \frac{125}{9(2u+5v)} - \frac{864}{5(3u+4v)} - \frac{864}{5(4u+3v)} - \frac{125}{9(5u+2v)} + \\
& + \frac{3375}{32(3u+5v)} + \frac{3375}{32(5u+3v)} - \frac{2000}{9(4u+5v)} - \frac{2000}{9(5u+4v)} \Bigg];
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
F_{20}(\infty) = \frac{10v^2}{u}\Bigg[& -\frac{15631}{144(u+v)} - \frac{767}{45(u+2v)} - \frac{128}{45(2u+v)} - \frac{27}{80(u+3v)} + \\
& + \frac{16}{15(u+4v)} + \frac{54}{5(2u+3v)} + \frac{18}{5(3u+2v)} - \frac{125}{144(u+5v)} + \frac{250}{9(2u+5v)} + \frac{864}{5(3u+4v)} + \\
& + \frac{432}{5(4u+3v)} + \frac{25}{9(5u+2v)} - \frac{1125}{8(3u+5v)} - \frac{675}{16(5u+3v)} + \frac{2000}{9(4u+5v)} + \frac{400}{3(5u+4v)} \Bigg];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{30}(\infty) = \frac{15v^3}{u^2}\Bigg[& \frac{2555}{48(u+v)} + \frac{256}{15(u+2v)} + \frac{27}{80(u+3v)} - \frac{32}{15(u+4v)} - \frac{27}{5(2u+3v)} + \\
& + \frac{125}{48(u+5v)} - \frac{125}{3(2u+5v)} - \frac{576}{5(3u+4v)} - \frac{108}{5(4u+3v)} + \frac{1125}{8(3u+5v)} + \\
& + \frac{135}{16(5u+3v)} - \frac{500}{3(4u+5v)} - \frac{160}{3(5u+4v)} \Bigg];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{40}(\infty) = \frac{v^4}{u^3}\Bigg[& -\frac{1649}{6(u+v)} - \frac{512}{3(u+2v)} + \frac{128}{3(u+4v)} - \frac{625}{6(u+5v)} + \frac{768}{(3u+4v)} + \\
& + \frac{2500}{3(2u+5v)} - \frac{1875}{(3u+5v)} + \frac{5000}{3(4u+5v)} + \frac{640}{3(5u+4v)} \Bigg];
\end{aligned}$$

$$F_{50}(\infty)=\frac{5^5 v^5}{24u^4}\left[\frac{1}{(u+5v)}-\frac{4}{(2u+5v)}+\frac{6}{(3u+5v)}-\frac{4}{(4u+5v)}+\frac{1}{(5u+5v)}\right];$$

$$F_{01}(\infty)=\frac{u}{v}F_{10}(\infty);$$

$$F_{02}(\infty)=\frac{10u^2}{v}\left[-\frac{15631}{144(u+v)}-\frac{128}{45(u+2v)}-\frac{767}{45(2u+v)}-\frac{27}{80(3u+v)}+\frac{18}{5(2u+3v)}+\right.$$
$$+\frac{54}{5(3u+2v)}+\frac{16}{15(4u+v)}-\frac{125}{144(5u+v)}+\frac{25}{9(2u+5v)}+\frac{432}{5(3u+4v)}+$$
$$+\frac{864}{5(4u+3v)}+\frac{250}{9(5u+2v)}-\frac{675}{16(3u+5v)}-\frac{1125}{8(5u+3v)}+$$
$$\left.+\frac{400}{3(4u+5v)}+\frac{2000}{9(5u+4v)}\right];\qquad(8)$$

$$F_{03}(\infty)=\frac{15u^3}{v^2}\left[\frac{2555}{48(u+v)}+\frac{256}{15(2u+v)}+\frac{27}{80(3u+v)}-\frac{27}{5(3u+2v)}-\frac{32}{15(4u+v)}+\right.$$
$$+\frac{125}{48(5u+v)}-\frac{108}{5(3u+4v)}-\frac{576}{5(4u+3v)}-\frac{125}{3(5u+2v)}+\frac{135}{16(3u+5v)}+$$
$$\left.+\frac{1125}{8(5u+3v)}-\frac{160}{3(4u+5v)}-\frac{500}{3(5u+4v)}\right];$$

$$F_{04}(\infty)=\frac{u^4}{v^3}\left[-\frac{1649}{6(u+v)}-\frac{512}{3(2u+v)}+\frac{128}{3(4u+v)}-\frac{625}{6(5u+v)}+\frac{768}{(4u+3v)}+\right.$$
$$\left.+\frac{2500}{3(5u+2v)}-\frac{1875}{(5u+3v)}+\frac{5000}{3(5u+4v)}+\frac{640}{3(4u+5v)}\right];$$

$$F_{05}(\infty)=\frac{5^5 u^5}{24v^4}\left[\frac{1}{(5u+v)}-\frac{4}{(5u+2v)}+\frac{6}{(5u+3v)}-\frac{4}{(5u+4v)}+\frac{1}{(5u+5v)}\right];$$

$$F_{ij}(\infty)=0 \text{ при } i=1;\, m,\;\; j=1;\, n.$$

При этом $M_x=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} iF_{i0}(\infty)$, $M_y=\frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5} jF_{0j}(\infty)$;

$$P_{0x}=\sum_{i=1}^{5}F_{i0}(\infty);\;\; P_{0y}=\sum_{j=1}^{n}F_{0j}(\infty).\qquad(9)$$

Для исследования боев более многочисленных группировок разработан численный алгоритм, позволяющий вычислить вероятности текущих и окончательных состояний системы, а также основные показатели боя.

Анализ результатов расчетов. На основе формул (3), (4), (8), (9), а также с использованием разработанного численного алгоритма проведены расчеты основных показателей боя при различных начальных численностях противоборствующих сторон и различных значениях параметра соотношения сил æ, результаты которых приведены в табл. 1–3. В первой строке каждой ячейки приведены значения математических ожиданий M_x относительного числа сохранившихся к концу боя единиц стороны X, во второй строке — значения математических ожиданий M_y относительного числа сохранившихся к концу боя единиц стороны Y, в третьей строке — вероятности победы стороны X. Вероятности победы стороны Y находятся как $P_{0y} = 1 - P_{0x}$. В нижних ячейках табл. 1–3 даны значения M_x и M_y, полученные методом динамики средних.

Таблица 1

Значения математических ожиданий M_x и M_y относительного числа сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя и вероятностей победы P_{0x} стороны X при $n = m$

$m:n$	A						
	0,5	0,8	0,95	1,0	1,05	1,25	2,0
1:1	0,800 0,200 0,800	0,610 0,390 0,610	0,526 0,474 0,526	0,500 0,500 0,500	0,476 0,524 0,476	0,390 0,610 0,390	0,200 0,800 0,200
2:2	0,800 0,089 0,889	0,559 0,281 0,656	0,450 0,384 0,537	0,417 0,417 0,500	0,386 0,448 0,465	0,281 0,559 0,344	0,089 0,800 0,111
5:5	0,827 0,016 0,972	0,531 0,168 0,735	0,380 0,292 0,557	0,335 0,335 0,500	0,294 0,378 0,445	0,168 0,531 0,265	0,016 0,827 0,028
10:10	0,847 0,002 0,996	0,531 0,098 0,809	0,341 0,233 0,580	0,286 0,286 0,500	0,236 0,339 0,424	0,098 0,531 0,191	0,002 0,847 0,004
25:25	0,859 0 1,000	0,552 0,032 0,915	0,305 0,164 0,624	0,231 0,231 0,500	0,167 0,301 0,382	0,032 0,552 0,085	0 0,859 0
50:50	0,863 1,000	0,574 0,008 0,975	0,288 0,118 0,673	0,196 0,196 0,500	0,121 0,284 0,335	0,008 0,574 0,025	0 0,863 0
100:100	0,866 0 1,000	0,594 0 1,000	0,283 0,078 0,739	0,167 0,167 0,500	0,081 0,277 0,272	0 0,594 0	0 0,866 0
150:150	0,866 0 1,000	0,597 0 1,000	0,287 0,057 0,789	0,153 0,153 0,500	0,061 0,279 0,224	0 0,597 0	0 0,866 0
Динамика средних	0,866 0	0,600 0	0,312 0	0 0	0 0,305	0 0,600	0 0,866

Таблица 2

Значения математических ожиданий M_x и M_y относительного числа сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя и вероятностей победы P_{0x} стороны X при $n = 2m$

$m:n$	A						
	0,5	0,8	0,95	1,0	1,05	1,25	2,0
1:2	0,837 0,137 0,837	0,653 0,295 0,653	0,562 0,374 0,562	0,533 0,400 0,533	0,505 0,425 0,505	0,404 0,517 0,404	0,167 0,750 0,167
2:4	0,831 0,055 0,920	0,597 0,209 0,706	0,478 0,307 0,579	0,441 0,340 0,537	0,406 0,373 0,497	0,283 0,494 0,353	0,063 0,780 0,081
5:10	0,845 0,008 0,984	0,558 0,122 0,781	0,395 0,240 0,593	0,344 0,285 0,528	0,298 0,329 0,465	0,154 0,499 0,254	0,007 0,827 0,012
10:20	0,856 0,001 0,999	0,553 0,067 0,851	0,349 0,194 0,612	0,287 0,248 0,521	0,231 0,305 0,433	0,080 0,518 0,165	0 0,848 0,001
25:50	0,863 0 1,000	0,569 0,019 0,945	0,309 0,137 0,655	0,226 0,206 0,514	0,156 0,282 0,376	0,020 0,559 0,057	0 0,859 0
50:100	0,865 0 1,000	0,590 0,003 0,992	0,291 0,096 0,705	0,191 0,178 0,510	0,108 0,271 0,320	0,002 0,585 0,006	0 0,863 0
100:200	0,866 0 1,000	0,596 0 1,000	0,293 0,061 0,781	0,163 0,153 0,508	0,069 0,274 0,243	0 0,593 0	0 0,866 0
Динамика средних	0,866 0	0,600 0	0,312 0	0 0	0 0,305	0 0,600	0 0,866

Таблица 3

Значения математических ожиданий M_x и M_y относительного числа сохранившихся боевых единиц сторон к концу боя и вероятностей победы P_{0x} стороны X при $n = 5m$

$m:n$	A						
	0,5	0,8	0,95	1,0	1,05	1,25	2,0
1:5	0,863 0,102 0,863	0,693 0,232 0,693	0,601 0,304 0,601	0,571 0,328 0,571	0,541 0,352 0,541	0,429 0,446 0,429	0,149 0,711 0,149
2:10	0,851 0,037 0,939	0,627 0,163 0,745	0,504 0,253 0,615	0,464 0,285 0,571	0,425 0,318 0,527	0,288 0,446 0,365	0,043 0,770 0,057

Окончание табл. 3

$m:n$	A						
	0,5	0,8	0,95	1,0	1,05	1,25	2,0
5:25	0,856 0,004 0,990	0,579 0,093 0,815	0,407 0,204 0,622	0,352 0,248 0,552	0,301 0,294 0,482	0,142 0,477 0,243	0,002 0,829 0,004
10:50	0,862 0 1,000	0,569 0,049 0,881	0,355 0,167 0,637	0,288 0,222 0,538	0,227 0,281 0,439	0,065 0,511 0,142	0 0,849 0
25:125	0,865 0 1,000	0,588 0,011 0,968	0,315 0,117 0,681	0,224 0,188 0,525	0,148 0,268 0,370	0,012 0,557 0,036	0 0,860 0
50:250	0,866 0 1,000	0,598 0,001 0,998	0,309 0,082 0,742	0,191 0,165 0,520	0,101 0,269 0,301	0 0,590 0	0 0,864 0
Динамика средних	0,866 0	0,600 0	0,312 0	0 0	0 0,305	0 0,600	0 0,866

Данные, приведенные в табл. 1, соответствуют равным начальным численностям противоборствующих сторон, в табл. 2 — ситуации, когда начальные численности стороны Y в 2 раза превосходят начальные численности стороны X ($n = 2m$), в табл. 3 — ситуации, когда начальные численности стороны Y в 5 раз превосходят начальные численности стороны X ($n = 5m$).

Согласно результатам расчетов, на погрешности метода динамики средних влияет, в первую очередь, значение параметра соотношения сил æ, а не численности противоборствующих сторон. Так, при исследовании со значением æ = 0,98 боев 100:200, 150:150 и 200:100 погрешности метода динамики средних определения математического ожидания потерь «более слабой» стороны превосходят 10 %. Причиной этих погрешностей является достаточно высокая вероятность ее победы, которая превосходит 0,35. При двукратном и более превосходстве одной из противоборствующих сторон (т. е. при $æ \le 0,5$ и $æ \ge 2$) модели динамики средних можно использовать, если каждая противоборствующая сторона имеет в начале боя не менее четырех боевых единиц. При этом погрешности определения математических ожиданий потерь противоборствующих сторон не превосходят 5 %. Если каждая противоборствующая сторона имеет в начале боя не менее 10 боевых единиц, то эти погрешности не превосходят 2 %. Аналогичные результаты были получены и при исследовании «плохо организованного» боя, хотя погрешности метода динамики средних определения основных показателей боя в этом случае существенно меньше (при достаточно больших начальных численностях противоборствующих сторон в 2–3 раза). Причиной этого является то, что при «плохо организованном» бое большое число выстрелов проводится по уже пораженным целям, т. е. выстрелов, не приносящих пользы производящей выстрел стороне, причем число этих выстрелов возрастает с ростом начальных численностей противоборствующих сторон.

Отметим также, что в отличие от «плохо организованного» боя для «высокоорганизованного» боя при одинаковых значениях параметра соотношения сил $æ$ лучшие показатели имеет та сторона, у которой в начале боя меньшее число боевых единиц, причем значения основных показателей боя могут отличаться более чем в 1,5 раза. Например, при $æ = 1,25$ $M_x = P_{0x} = 0,429$ для боя 1:5 и $M_x = 0,232$, $P_{0x} = 0,307$ для боя 5:1. Причина этого — наличие большого числа выстрелов, произведенных по уже пораженным целям при «плохо организованном» бое. С пропорциональным ростом участвующих в бою единиц сторон эта разность заметно уменьшается и становится незначительной (менее 5 % при $m + n \geq 150$).

Выводы. На основе теории непрерывных марковских процессов разработаны модели двухсторонних боевых действий, позволяющие вычислить основные показатели «высокоорганизованного» боя многочисленных группировок. Установлено, что на погрешности метода динамики средних влияет, в первую очередь, соотношение сил противоборствующих сторон, а не число участвующих в бою единиц.

При исследовании боя близких по силам группировок использование моделей динамики средних приводит к существенным погрешностям определения его основных показателей даже при большом числе участвующих в бою единиц. При существенном превосходстве одной из участвующих в бою сторон использование моделей динамики средних приводит к незначительным погрешностям определения основных показателей боя даже небольшого числа единиц.

Установлено, что при одинаковых значениях параметра соотношения сил лучшие основные показатели боя имеет сторона, у которой в начале боя меньшее число боевых единиц, причем это преимущество может быть существенным. С пропорциональным ростом участвующих в бою единиц это преимущество убывает и становится незначительным.

Показано, что погрешности метода динамики средних при вычислении основных показателей «высокоорганизованного» боя существенно превосходят аналогичные погрешности этого метода при моделировании «плохо организованного» боя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н.* Особенности математического моделирования технических устройств // Математическое моделирование и численные методы. 2014. № 1. С. 5–17. DOI: 10.18698/2309-3684-2014-1-517

2. *Вентцель Е.С.* Исследование операций: задачи, принципы и методология. М.: УРСС, 2006. 432 с.

3. *Глушков И.Н.* Выбор математической схемы при построении модели боевых действий // Программные продукты и системы. 2010. № 1. С. 1–9.

4. *Ильин В.А.* Моделирование боевых действий сил флота // Программные продукты и системы. 2006. № 1. С. 23–27.

5. *Чуев Ю.В.* Исследование операций в военном деле. М.: Воениздат, 1970. 256 с.

6. *Ткаченко П.Н.* Математические модели боевых действий. М.: Советское радио, 1969. 240 с.

7. *Чуев В.Ю., Дубограй И.В.* Модели динамики средних двухсторонних боевых действий многочисленных группировок. Саарбрюккен: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 80 с.

8. *Bretnor R.* Decisive warfare — a study in military theory. New York: Stackpole Books, 1989. 192 p.

9. *Lanchester F.* Aircraft in warfare: The dawn of the fourth arm. London: Constable and Co., 1916. 243 p.

10. *Taylor J.G.* Dependence of the parity-condition parameter on the combat — intensity parameter for Lanchester-type equations of modern warfare // OR Spectrum. 1980. Vol. 1. No. 3. P. 199–205. DOI: 10.1007/BF01719341 URL: http://link.springer.com/article/10.1007/BF01719341

11. *Taylor J.G.* Force-on-force attrition modeling. Military Applications Section of Operations Research Society of America, 1980. 320 p.

12. *Xiangyong Chen, Yuanwei Jing, Chunji Li, Mingwei Li.* Warfare command stratagem analysis for winning based on Lanchester attrition models // Journal of Science and Systems Engineering. 2012. Vol. 21. No. 1. P. 94–105. DOI: 10.1007/s11518-011-5177-7
URL: http://link.springer.com/article/10.1007/s11518-011-5177-7

13. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: КноРус, 2016. 664 с.

14. *Дубограй И.В., Дьякова Л.Н., Чуев В.Ю.* Учет упреждающего удара при моделировании двухсторонних боевых действий // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 7. DOI: 10.18698/2308-6033-2013-7-842
URL: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/842.html

15. *Алексеев О.Г., Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г.* Марковские модели боя. М.: Министерство обороны СССР, 1985. 85 с.

16. *Hillier F.S., Lieberman G.J.* Introduction to operations research. New York: McGraw-Hill, 2005. 998 p.

17. *Jaswall N.K.* Military operations research: Quantitative decision making. Kluwer Academic Publishers, 1997. 388 p.

18. *Shamahan L.* Dynamics of model battles. New York: Physics Department, State University of New York, 2005. P. 1–43.

19. *Winston W.L.* Operations research: Applications and algorithms. Duxbury Press, 2001. 128 p.

20. *Чуев В.Ю., Дубограй И.В.* Модели двухсторонних боевых действий многочисленных группировок // Математическое моделирование и численные методы. 2016. № 1. С. 89–104. DOI: 10.18698/2309-3684-2016-1-89104

21. *Вентцель Е.С., Овчаров В.Я.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: КноРус, 2015. 448 с.

22. *Дубограй И.В., Чуев В.Ю.* Вероятностная модель боевых действий при упреждающем ударе одной из сторон // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2015. № 2. С. 53–62. DOI: 10.18698/1812-3368-2015-2-53-62

Чуев Василий Юрьевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Дубограй Ирина Валерьевна — доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Чуев В.Ю., Дубограй И.В. Стохастизм и детерминизм при моделировании двухсторонних боевых действий // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2017. № 4. С. 16–28. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-4-16-28

STOCHASTICISM AND DETERMINISM IN SIMULATION BILATERAL WARFARE

V.Yu. Chuev vacilious@mail.ru
I.V. Dubogray irina.dubograi@yandex.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

According to the theory of continuous Markov processes we developed stochastic models of the "highly organized" combat action. The model made it possible to calculate the main indicators of the combat of numerous groups. We made a comparison with the results obtained on the basis of a deterministic model of bilateral warfare, the model being built by the mean value dynamics method. Findings of the research show that the errors of the mean value dynamics method primarily result from the co-relation of forces of rival groups, but not their force level at the beginning of the combat. We also made a comparison with simulation results of the "poorly organized" combat

Keywords

Bilateral warfare model, combat unit, effective rapidity of fire, parameter of co-relation of forces, continuous Markov process

REFERENCES

[1] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Special features of mathematical modeling of technical instruments. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody*, 2014, no. 1, pp. 5–17 (in Russ.). DOI: 10.18698/2309-3684-2014-1-517

[2] Venttsel' E.S. Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy i metodologiya [Research on operations: Problems, principles, methodology]. Moscow, URSS Publ., 2006. 432 p.

[3] Glushkov I.N. Choice of the mathematical scheme at construction models of operations. *Programmnye produkty i sistemy*, 2010, no. 1, pp. 1–9 (in Russ.).

[4] Il'in V.A. Modeling of the Navy forces fighting. *Programmnye produkty i sistemy*, 2006, no. 1, pp. 23–27 (in Russ.).

[5] Chuev Yu.V. Issledovanie operatsiy v voennom dele [Research of operations in military affairs]. Moscow, Voenizdat Publ., 1970. 256 p.

[6] Tkachenko P.N. Matematicheskie modeli boevykh deystviy [Mathematical models of combat operations]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1969. 240 p.

[7] Chuev V.Yu., Dubogray I.V. Modeli dinamiki srednikh dvukhstoronnikh boevykh deystviy mnogochislennykh gruppirovok [Dynamics models of mid-intensity bilateral battlefield of numerous groups]. Saarbryukken, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 80 p.

[8] Bretnor R. Decisive warfare — a study in military theory. New York, Stackpole Books, 1989. 192 p.

[9] Lanchester F. Aircraft in warfare: The dawn of the fourth arm. London, Constable and Co., 1916. 243 p.

[10] Taylor J.G. Dependence of the parity-condition parameter on the combat — intensity parameter for Lanchester-type equations of modern warfare. *OR Spectrum*, 1980, vol. 1, no. 3, pp. 199–205. DOI: 10.1007/BF01719341
Available at: http://link.springer.com/article/10.1007/BF01719341

[11] Taylor J.G. Force-on-force attrition modeling. Military Applications Section of Operations Research Society of America, 1980. 320 p.

[12] Xiangyong Chen, Yuanwei Jing, Chunji Li, Mingwei Li. Warfare command stratagem analysis for winning based on Lanchester attrition models. *Journal of Science and Systems Engineering*, 2012, vol. 21, no. 1, pp. 94–105. DOI: 10.1007/s11518-011-5177-7
Available at: http://link.springer.com/article/10.1007/s11518-011-5177-7

[13] Venttsel' E.S. Teoriya veroyatnostey [Probability theory]. Moscow, KnoRus Publ., 2016. 664 p.

[14] Dubogray I.V., D'yakova L.N., Chuev V.Yu. Pre-emptive attack consideration when duel combat operations simulating. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2013, no. 7 (in Russ.). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-7-842 Available at: http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/842.html

[15] Alekseev O.G., Anisimov V.G., Anisimov E.G. Markovskie modeli boya [Markov models of combat actions]. Moscow, USSR Ministry of Defence Publ., 1985. 85 p.

[16] Hillier F.S., Lieberman G.J. Introduction to operations research. New York, McGraw-Hill, 2005. 998 p.

[17] Jaswall N.K. Military operations research: Quantitative decision making. Kluwer Academic Publishers, 1997. 388 p.

[18] Shamahan L. Dynamics of model battles. New York, Physics Department, State University of New York, 2005, pp. 1–43.

[19] Winston W.L. Operations research: Applications and algorithms. Duxbury Press, 2001. 128 p.

[20] Chuev V.Yu., Dubogray I.V. Models of bilateral warfare of numerous groups. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennye metody*, 2016, no. 1, pp. 89–104 (in Russ.). DOI: 10.18698/2309-3684-2016-1-89104

[21] Venttsel' E.S., Ovcharov V.Ya. Teoriya sluchaynykh protsessov i ee inzhenernye prilozheniya [Random processes theory and its engineering applications]. Moscow, KnoRus Publ., 2015. 448 p.

[22] Dubogray I.V., Chuev V.Yu. Stochastic model of both-sided battle actions during the pre-emptive attack by one of warring parties. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2015, no. 2, pp. 53–62 (in Russ.). DOI: 10.18698/1812-3368-2015-2-53-62

Chuev V.Yu. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of Computational Mathematics and Mathematical Physics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Dubogray I.V. — Assoc. Professor of Computational Mathematics and Mathematical Physics Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Chuev V.Yu., Dubogray I.V. Stochasticism and Determinism in Simulation Bilateral Warfare. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2017, no. 4, pp. 16–28.
DOI: 10.18698/1812-3368-2017-4-16-28