# СПОСОБ ДИНАМИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ РАЗМЕРОВ И ФОРМЫ ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ ПО РАЗМЕРАМ ИХ ПРОЕКЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Т.Н. Байбикова<sup>1</sup> Е.П. Доморацкий<sup>2</sup> tbaibicova@hse.ru Domorackiy.E@mfua.ru

### Аннотация

Рассмотрен способ динамической статистической реконструкции размеров и формы трехмерных объектов, аппроксимируемых эллипсоидом общего вида, по базовым признакам трех его взаимно-ортогональных двумерных проекционных изображений. В качестве базовых признаков выбраны максимальные и минимальные линейные (габаритные) размеры дискретных контуров проекционных изображений объекта. Пространственными геометрическими характеристиками при описании размеров объекта являются линейные (габаритные) размеры и средний проектированный диаметр трехмерного изображения, аппроксимирующего его эллипсоида общего вида, а при описании формы объекта — коэффициент несферичности, определяемый отношением максимального и минимального габаритных размеров осей аппроксимирующего эллипсоида

#### Ключевые слова

Объект, способ реконструкции, геометрические характеристики, проекционное изображение, базовые признаки изображения

Поступила в редакцию 03.03.2017 © МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

Введение. В настоящее время в медицине, радио-, тепло- и гидролокации, в контроле качества изделий, экологии и в других областях науки и техники широко применяют методы дистанционного измерения и контроля размеров и формы трехмерных объектов различной физической природы, основанные на получении, обработке, анализе и синтезе разного рода одномерных и двумерных проекционных изображений объектов (томография, оптико-электронные методы, радиография и т. д.) [1, 2]. При этом к наиболее эффективным и перспективным методам относятся динамические проекционные методы, обеспечивающие в совокупности автоматический, быстродействующий, дистанционный, дифференциальный, объемный (трехмерный), прецизионный и достоверный контроль размеров и формы движущихся микро- и макрообъектов в реальном масштабе времени [3].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Российская Федерация

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Московский финансово-юридический университет, Москва, Российская Федерация

В общем виде контролируемый геометрический параметр (КП) трехмерного объекта характеризуется целевой функцией с набором признаков изображений, необходимых и достаточных для его адекватного (с заданными точностью, достоверностью и быстродействием) описания [4]:

$$K\Pi = f(C_{\pi}, \Pi_{\mu}, B_{\vartheta}, C_{\vartheta}, P_{\mu}, K_{\mu}, C_{\vartheta}, T), \tag{1}$$

где  $C_n$  — способ получения изображения;  $\Pi_u$  — параметры изображения;  $B_{\mathfrak{d}}$  — базовые элементы (признаки) изображения;  $C_{\mathfrak{d}}$  — способ определения базовых элементов изображения;  $P_{\mathfrak{u}}$  — ракурс изображения (проекции) относительно объекта (углы Эйлера  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ );  $K_{\mathfrak{u}}$  — количество изображений (проекций);  $C_{\mathfrak{p}}$  — способ реконструкции (восстановления) образа объекта по признакам изображений; T — общее время (длительность) контроля КП, T =  $t_{\mathfrak{u}}$  +  $t_{\mathfrak{d}}$  +  $t_{\mathfrak{p}}$ ,  $t_{\mathfrak{u}}$  — время получения изображений;  $t_{\mathfrak{d}}$  — время обработки изображений;  $t_{\mathfrak{p}}$  — время реконструкции.

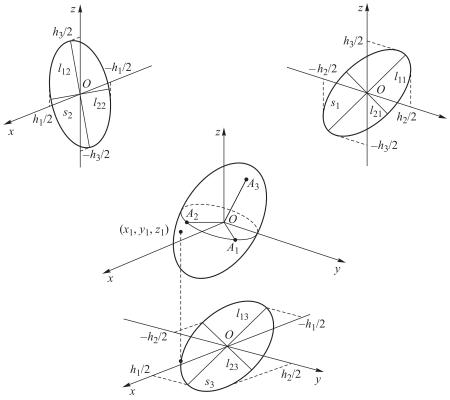
*Цель работы и постановка задачи*. Настоящее исследование относится к области обратных задач вычислительной оптической томографии и заключается в разработке способа динамической реконструкции размеров и формы движущихся трехмерных объектов по размерам их проекционных изображений.

В соответствии с (1) разработка способа динамической реконструкции предполагает решение следующих взаимосвязанных задач (операций) [1, 2, 4]:

- выбор пространственных геометрических характеристик для определения размеров и формы объекта;
- выбор и определение оптимального вида и представительного числа (количества) проекционных изображений объекта;
- определение и выбор оптимальной пространственной ориентации (ракурсов) проекционных изображений объекта;
- выбор и определение числовых значений оптимальных базовых геометрических характеристик каждого проекционного изображения;
- разработка математических моделей реконструкции геометрических характеристик трехмерного объекта на основе числовых значений выбранных базовых признаков проекционных изображений.

Описание (суть) способа реконструкции. В этом способе для минимизации времени обработки осуществляется реконструкция (восстановление) размеров и формы не собственно выпуклого трехмерного объекта, а его адекватной (ближайшей) аппроксимации в виде трехмерного изображения (образа) эллипсоида общего вида. При этом геометрические (габаритные) размеры трехмерного объекта определяются числовыми значениями взаимно-ортогональных осей трехмерного изображения эллипсоида и средним проектированным диаметром этого изображения, а фактор формы (коэффициент несферичности) — отношением максимального и минимального габаритных размеров (осей) изображения аппроксимирующего эллипсоида.

Выбор оптимального вида, количества и ракурсов проекционных изображений объекта, а также их базовых признаков определяется исходя из оптимального (лучшего) сочетания характеристик точности, достоверности и быстродействия метода реконструкции и основан на численном сравнительном анализе их информативности с помощью имитационного статистического моделирования методом максимальной энтропии [3, 5–7]. В результате для такого способа динамической реконструкции в качестве оптимального вида первичной информации найдены контуры трех дискретных двумерных проекционных изображений [1, 2, 6]. Оптимальной пространственной ориентацией проекционных изображений (ракурсов) является их взаимная ортогональность [8]. При этом к базовым геометрическим признакам каждого проекционного изображения (аппроксимируемого эллипсом) относятся: длина одномерного проекционного изображения на выбранное направление (ракурс)  $h_i$ ; площадь двумерного проекционного изображения  $s_i$ ; максимальный ( $l_{1i}$ ) и минимальный ( $l_{2i}$ ) линейные (габаритные) размеры контуров двумерных проекционных изображений объекта (рисунок).



Базовые геометрические признаки трех взаимно-ортогональных двумерных проекционных изображений трехмерного объекта

Для рассматриваемого метода реконструкции в качестве оптимальных (наиболее информативных по методу максимальной энтропии) базовых геометрических признаков трех взаимно-ортогональных двумерных проекционных

изображений выбраны их максимальные ( $l_{11}$ ,  $l_{12}$ ,  $l_{13}$ ) и минимальные ( $l_{21}$ ,  $l_{22}$ ,  $l_{23}$ ) линейные (габаритные) размеры (см. рисунок) [9].

Числовые значения базовых признаков проекционных изображений в зависимости от линейных (габаритных) размеров и пространственной ориентации (ракурсов) трехмерного объекта, аппроксимируемого эллипсоидом общего вида, определяют из соотношений [9]:

$$h_{i} = 2 \left[ \sum_{j=1}^{3} A_{j}^{2} R_{ji}^{2} \right]^{1/2};$$

$$s_{i} = \pi A_{1} A_{2} A_{3} \left[ \sum_{j=1}^{3} \left( R_{ji}^{2} / A_{j}^{2} \right) \right]^{1/2};$$

$$l_{1i} = 2 \left\{ \left\{ I_{i} + \left[ I_{i}^{2} - 4 A_{1}^{2} A_{2}^{2} A_{3}^{2} \sum_{j=1}^{3} \left( R_{ji}^{2} / A_{j}^{2} \right) \right]^{1/2} \right\} / 2 \right\}^{1/2};$$

$$l_{2i} = 2 \left\{ \left\{ I_{i} - \left[ I_{i}^{2} - 4 A_{1}^{2} A_{2}^{2} A_{3}^{2} \sum_{j=1}^{3} \left( R_{ji}^{2} / A_{j}^{2} \right) \right]^{1/2} \right\} / 2 \right\}^{1/2},$$

$$(2)$$

где  $I_i = \sum_{j=1}^3 A_j^2 \left(1 - R_{ji}^2\right); \ j, \ i$  — номера проекции и текущей ориентации (ракурса);

 $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  — линейные размеры полуосей эллипсоида общего вида. Пространственная ориентация (матрица поворота) эллипсоида R определяется по соотношениям:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & -\cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta \cos \gamma & \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \end{bmatrix}.$$

$$(3)$$

Для получения функциональных зависимостей (математических моделей) пространственных геометрических характеристик трехмерного изображения объекта (эллипсоида общего вида) от числовых значений базовых признаков  $l_{1i}$  и  $l_{2i}$  определим (из соотношения (2)) их взаимосвязь с базовыми признаками  $h_i$  и  $s_i$ :

$$\frac{l_{1i}^{2}l_{2i}^{2}}{16} = s_{i}^{2}/\pi^{2};$$

$$\left[\sum_{j=1}^{3} \frac{l_{1j}^{2} + l_{2j}^{2}}{8}\right] - \left[\frac{l_{1i}^{2} + l_{2i}^{2}}{4}\right] = \frac{h_{i}}{4}.$$
(4)

Соотношение реконструкции для базовых признаков  $h_i$  и  $s_i$  определяется по зависимостям [4]:

$$A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + A_{3}^{3} = \sum_{i=1}^{3} h_{i}^{2} / 4;$$

$$A_{1}^{2} A_{2}^{2} + A_{1}^{2} A_{3}^{2} + A_{2}^{2} A_{3}^{2} = \sum_{i=1}^{3} s_{i}^{2} / \pi^{2};$$

$$A_{1}^{2} A_{2}^{2} A_{3}^{2} = \left[ \sum_{i=1}^{3} h_{i}^{2} s_{i}^{2} / 4\pi^{2} \right] - \left( h_{1}^{2} h_{2}^{2} h_{3}^{2} / 32 \right) \left\{ 1 - \left\{ \prod_{i=1}^{3} \left[ 1 - \left( 16 / \pi^{2} \right) \left( h_{i}^{2} s_{i}^{2} / h_{1}^{2} h_{2}^{2} h_{3}^{2} \right) \right] \right\}^{1/2} \right\}.$$

$$(5)$$

Учитывая выражения (2), (4) и (5), получаем систему уравнений, определяющую предложенный способ динамической реконструкции:

$$A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + A_{3}^{2} = \sum_{i=1}^{3} m_{i};$$

$$A_{2}^{2} A_{3}^{2} + A_{1}^{2} A_{3}^{2} + A_{1}^{2} A_{2}^{2} = \sum_{i=1}^{3} c_{i};$$

$$A_{1}^{2} A_{2}^{2} A_{3}^{2} = \sum_{i=1}^{3} m_{i} c_{i} - 2m_{1} m_{2} m_{3} \left\{ 1 - \left[ \prod_{i=1}^{3} \left[ 1 - \frac{m_{i} c_{i}}{m_{1} m_{2} m_{3}} \right] \right]^{1/2} \right\},$$
где  $m_{i} = \left[ \sum_{j=1}^{3} \left( l_{1j}^{2} + l_{2j}^{2} \right) / 8 \right] - \left[ \left( l_{1i}^{2} + l_{2i}^{2} \right) / 4 \right]; c_{i} = l_{1i}^{2} l_{2i}^{2} / 16.$ 

Решение системы (6) сводилось к решению тригонометрическим способом уравнения третьей степени, положительные корни которого  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  являются полуосями аппроксимирующего эллипсоида.

Следовательно, в рассматриваемом способе реконструкции искомые геометрические (габаритные) размеры трехмерного объекта определяются числовыми значениями осей трехмерного изображения эллипсоида общего вида  $2A_1$ ,  $2A_2$ ,  $2A_3$ . При этом средний проектированный диаметр трехмерного объекта D и фактор его формы K определяются размерами аппроксимирующего эллипсоида по выражениям:

$$D = \sum_{i=1}^{3} \frac{2A_i}{3};\tag{7}$$

$$K = \frac{\max\{A_1, A_2, A_3\}}{\min\{A_1, A_2, A_3\}}.$$
 (8)

Разработанный способ динамической реконструкции в качестве математической модели лег в основу метода дистанционного контроля геометрических характеристик движущихся объектов по их дискретным импульсным изображениям [2]. Получение первичной информации с движущихся объектов осуществляется путем формирования и одновременной синхронной регистрации его трехимпульсных оптико-электронных проекционных изображений с помощью импульсных полупроводниковых лазеров и позиционно-чувствительных видеодетекторов с памятью, работающих в режиме раздельной записи и считывания информации. Для сокращения информационной избыточности и повышения быстродействия контроля выполняется пространственное дифференцирование импульсных электронных дискретных изображений объекта (т. е. выделение их контуров), а для повышения качества этих изображений используется адаптивная пороговая дискриминация строчных сигналов матричных видеодетекторов [2].

Максимальные и минимальные габаритные размеры дискретных изображений объекта определяются путем измерения представительного числа линейных габаритных размеров на каждом дискретном контуре двумерного изображения объекта [2]. Число габаритных размеров контура изображения определяется необходимыми точностью и достоверностью контроля, а также соотношением сигнал/шум. Полученный набор габаритных размеров проекционных изображений используют для расчета пространственных геометрических характеристик объекта с помощью такого метода реконструкции.

Численные оценки относительной погрешности (%), достоверности (*P*) и быстродействия (мс) разработанного способа динамической реконструкции и метода геометрического контроля на его основе определялись методом имитационного статистического моделирования с использованием как эталонных, так и экспериментальных данных (числовых значений координат точек дискретных контуров изображений), полученных с различных трехмерных объектов выпуклой неправильной формы [7, 9]. В частности, исследовались микрообъекты различной физической природы (частицы аэрозолей, капли растворов, гранулы порошков, микроэлементы ядерного топлива) с размерами 400...1200 мкм и фактором формы 1,0...1,3 отн. ед.

Анализ результатов исследования показал, что относительная погрешность контроля среднего проектированного диаметра трехмерного объекта составила около 0,25 % (при  $P_D=0,7$  и K=1,3 отн. ед.), а относительная погрешность контроля фактора формы объекта — от 2,3 % (при  $P_K=0,7$  и K=1,3 отн. ед.) до 0,6 % (при  $P_K=0,96$  и K=1,05 отн. ед.). При этом общее время контроля размеров и формы объекта (определяемое на моделирующей ЭВМ) не превысило 10 мс, что соответствует производительности не менее 100 микрообъет/с.

Заключение. Решена обратная задача вычислительной оптической томографии путем разработки способа динамической пространственно-временной статистической малоракурсной реконструкции размеров и формы трехмерного объекта, аппроксимируемого эллипсоидом общего вида, по оптимальным базо-

вым геометрическим характеристикам трех его взаимно-ортогональных двумерных проекционных изображений, в качестве которых выбраны максимальные и минимальные линейные (габаритные) размеры дискретных контуров проекционных изображений объекта. Пространственными геометрическими характеристиками при описании размеров объекта являются линейные (габаритные) размеры и средний проектированный диаметр трехмерного изображения аппроксимирующего его эллипсоида общего вида, а при описании формы объекта — коэффициент несферичности.

Разработанный способ динамической реконструкции обладает оптимальным сочетанием высоких характеристик точности, достоверности и быстродействия, что обеспечивает минимизацию его аппаратной и программной реализации и времени контроля. Поэтому он может быть использован при разработке, оптимизации и исследовании операций обработки изображений объектов; при оценке качества изображений; при распознавании образов и при геометрическом динамическом контроле трехмерных объектов в реальном масштабе времени.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Левин Г.Г., Вишняков Г.Н. Оптическая томография. М.: Радио и связь, 1989. 224 с.
- 2. Доморацкий Е.П. Метод дистанционного контроля геометрических характеристик движущихся объектов по их дискретным импульсным изображениям // Материалы II Международной научной конференции «Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли». Красноярск: СибГАУ, 2015. С. 143–146.
- 3. *Хермен Г.* Восстановление изображения по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983. 352 с.
- 4. Доморацкий Е.П. Метод статистической малоракурсной реконструкции геометрических характеристик трехмерных объектов по их дискретным проекционным изображениям // Информационные технологии. 2017. Т. 23. № 3. С. 184–187.
- 5. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1042 с.
- 6. Сойфер В.А., ред. Методы компьютерной обработки изображений. М.: Физматлит, 2003. 784 с.
- 7. Доморацкий  $E.\Pi$ . Методика оценки информативности геометрических характеристик проекционных изображений // Качество. Инновации. Образование. 2014. № 2. С. 42–45.
- 8. Доморацкий Е.П., Байбикова Т.Н. О выборе ракурсов проекционных изображений при реконструктивном контроле размеров и формы трехмерных объектов // Материалы II Международной научной конференции «Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли». Красноярск: СибГАУ, 2015. С. 139–142.
- 9. Доморацкий Е.П. Алгоритм синтеза геометрических характеристик проекционных изображений трехмерных объектов // Информационные технологии. 2016. Т. 22. № 8. С. 605-609.

**Байбикова Татьяна Николаевна** — старший преподаватель, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ) (Российская Федерация, 101000, Москва, ул. Мясницкая, д. 20).

**Доморацкий Евгений Петрович** — д-р техн. наук, профессор, Московский финансовоюридический университет (МФЮА) (Российская Федерация, 115191, Москва, ул. Серпуховский вал, д. 17, корп. 1).

## Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Байбикова Т.Н., Доморацкий Е.П. Способ динамической реконструкции размеров и формы трехмерных объектов по размерам их проекционных изображений // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2017.  $\mathbb N$  5. С. 109–117.

DOI: 10.18698/1812-3368-2017-5-109-117

# TECHNIQUE FOR DYNAMICALLY RECONSTRUCTING SHAPE AND SIZE OF THREE-DIMENSIONAL OBJECTS FROM THEIR PROJECTED DIMENSIONS

T.N. Baybikova<sup>1</sup> E.P. Domoratskiy<sup>2</sup> tbaibicova@hse.ru Domorackiy.E@mfua.ru

### **Abstract**

The article considers a statistics-aided technique for dynamically reconstructing shape and size of three-dimensional objects approximable by a general ellipsoid, taking into account basic features of its three mutually orthogonal two-dimensional projections. The basic features we selected are the maximum and minimum linear (overall) dimensions of discrete outlines of the object projections. Spatial geometric properties used to describe the object dimensions include the linear (overall) dimensions and the average projected diameter of the three-dimensional image, the general ellipsoid approximating it, and, when describing the object shape, its non-sphericity coefficient defined as the ratio of the maximum to minimum overall dimensions of the approximating ellipsoid axes

### Keywords

Object, reconstruction method, geometric properties, projection, basic features of an image

Received 03.03.2017 © BMSTU, 2017

### REFERENCES

- [1] Levin G.G., Vishnyakov G.N. Opticheskaya tomografiya [Optical tomography]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989. 224 p.
- [2] Domoratskiy E.P. Remote control technique for determination moving objects geometrical characteristics using their discrete pulse images. *Materialy II Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii "Regional'nye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli"* [Proc. II Int. Sci. Conf. "Regional issues of Earth remote sounding"]. Krasnoyarsk, SibGAU, 2015, pp. 143–146 (in Russ.).
- [3] Herman G.T. Fundamentals of computerized tomography: Image reconstruction from projections. Springer, 2009. 302 p.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russian Federation

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Moscow University of Finance and Law, Moscow, Russian Federation

- [4] Domoratskiy E.P. Method of statistical few view reconstruction of geometrical characteristics of three-dimensional objects by their discrete projection images. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2017, vol. 23, no. 3, pp. 184–187 (in Russ.).
- [5] Gonszales R.C., Woods R.E. Digital image processing. New Jersey, Prentice Hall, 2001. 954 p.
- [6] Soyfer V.A., ed. Metody komp'yuternoy obrabotki izobrazheniy [Computer image processing methods]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 784 p.
- [7] Domoratskiy E.P. Methods of the information geometric characteristics of the projected image micro object. *Kachestvo. Innovatsii. Obrazovanie*, 2014, no. 2, pp. 42–45 (in Russ.).
- [8] Domoratskiy E.P., Baybikova T.N. On choice of projection image angle in case of reconstruction control on 3D objects size and shape. *Materialy II Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii "Regional'nye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli"* [Proc. II Int. Sci. Conf. "Regional issues of Earth remote sounding"]. Krasnoyarsk, SibGAU, 2015, pp. 139–142 (in Russ.).
- [9] Domoratskiy E.P. Synthesis algorithm of the geometrical characteristics of the projection images of three-dimensional objects. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2016, vol. 22, no. 8, pp. 605–609 (in Russ.).

**Baybikova T.N.** — Assist. Professor, National Research University Higher School of Economics (Myasnitskaya ul. 20, Moscow, 101000 Russian Federation).

**Domoratskiy E.P.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Moscow University of Finance and Law (Serpukhovskiy val ul. 17, korp. 1, Moscow, 115191 Russian Federation).

## Please cite this article in English as:

Baybikova T.N., Domoratskiy E.P. Technique for Dynamically Reconstructing Shape and Size of Three-Dimensional Objects from their Projected Dimensions. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2017, no. 5, pp. 109–117. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-5-109-117