

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИЗА ФОРМ ЧАСТОТНЫХ ДЕКОМПОЗИЦИЙ СИГНАЛА НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПРОНИ

С.С. Гаврюшин<sup>1</sup>

gss@bmstu.ru

С.И. Досько<sup>1</sup>

В.М. Утенков<sup>1</sup>

utencov@bmstu.ru

А.А. Червова<sup>2</sup>

chervova.almira@gmail.com

<sup>1</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Национальный медицинский исследовательский центр детской гематологии, онкологии и иммунологии им. Д. Рогачева, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Изложена методика обработки экспериментальных данных, полученных в виде динамического сигнала. При выполнении работ по созданию в МГТУ им. Н.Э. Баумана особо прецизионного механообрабатывающего оборудования для изучения закономерности вибрационных процессов возникла необходимость разработки новой эффективной методики обработки результатов вибрационных измерений. Показаны основные положения указанной методики, в основе которой лежат алгоритмы метода Прони, и возможности ее использования в области медицины. При этом приведены исходные данные, полученные в виде динамических сигналов при исследовании здоровой почки и почки, имеющей патологические изменения, а также результаты модального анализа форм частотных декомпозиций этих сигналов на основе метода Прони

### Ключевые слова

*Динамический процесс, частотная декомпозиция сигнала, метод Прони, диагностические признаки*

Поступила в редакцию 27.12.2016  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

---

*Работа проведена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения Соглашения о предоставлении субсидии № 14.577.21.0128 (ID RFMEFI57714X0128)*

**Введение.** Традиционные методы анализа физически реализованных сигналов и временных рядов, порождаемых сложными (полимодальными) динамическими системами, в основном базируются на различных вариантах спектрально-корреляционных методов [1–4]. При этом вследствие статистического подхода к анализу сигналов динамическая сущность порождающих их процессов, как правило, уходит на второй план. Только динамический подход к анализу сложных систем, характерный для современной нелинейной динамики систем, позволяет рассматривать анализ сигналов как процесс идентификации динамических систем по результатам анализа экспериментальных данных [5, 6].

При создании в МГТУ им. Н.Э. Баумана особо прецизионного механообрабатывающего оборудования для изучения закономерности вибрационных процессов, происходящих в станке при резании и существенно влияющих на точность обрабатываемых деталей, возникла необходимость разработки новой эффективной методики обработки результатов вибрационных измерений. Поскольку методика использует общие подходы к анализу любых вибрационных процессов, было решено опробовать основные положения указанной методики и ее возможности в области медицины.

**Предпосылки решения задачи.** Важная особенность поведения сложных динамических систем — существенная нестационарность вплоть до хаотичности порождаемых ими сигналов. Традиционный спектральный анализ на базе быстрого преобразования Фурье (БПФ) не эффективен для нестационарных сигналов с временным масштабом нестационарности, много меньшим продолжительности реализации, предназначенной для анализа. В основном это связано с усреднением мощности флуктуаций при спектральном анализе по времени наблюдения сигнала. Очевидным вариантом применения БПФ к анализу нестационарных сигналов является разбиение реализации на отдельные короткие, но одинаковой длины участки с последующим применением алгоритма БПФ к каждому из них. Этот прием широко известен в практике анализа сигналов как БПФ на коротких реализациях (*Short Time Fast Fourier Transform, STFFT*).

Наиболее известными вариантами частотно-временного анализа высокого разрешения являются наиболее ранний анализ со скользящим гауссовым окном (окно Габора) [7] и наиболее развитый и эффективный вариант анализа этого типа — распределение Вигнера — Вилли (*WVD*). [8]. Применение алгоритмов анализа со скользящими окнами позволяет существенно увеличить разрешающую способность анализа во временной области при сохранении достаточно высокого разрешения в частотной области, однако сопряжено со значительным увеличением объема вычислений. Рассмотренные методы анализа широко применяются при углубленном анализе сигналов в частотно-временной области, например при распознавании речи.

*Метод Прони* — метод моделирования выборочных данных в виде линейной комбинации экспоненциальных функций. В 1795 г. Г. Рише (барон де Прони) [9, 10] пришел к выводу, что законы, определяющие расширение различных газов, могут быть представлены с помощью сумм затухающих экспонент. Для интерполяции данных он предложил метод, основанный на подгонке экспоненциальной модели к измеренным эквидистантным значениям и на последующем вычислении дополнительных значений за счет оценивания параметров этой экспоненциальной модели в промежуточных точках.

Прони описал метод точной подгонки, основанный на использовании такого большого числа полностью затухающих экспонент, сколько их необходимо для аппроксимации имеющихся  $N$  точек данных. Современные варианты метода Прони обобщены на модели, состоящие из затухающих синусоид. В них также используют анализ методом наименьших квадратов для приближенной под-

гонки экспоненциальной модели в тех случаях, когда число точек данных превышает их число, необходимое для подгонки с помощью предполагаемого числа экспоненциальных членов. Одна из модификаций современного метода Прони позволяет применять и чисто синусоидальную модель с незатухающими компонентами.

Исторически метод Прони — первый метод спектрального анализа временных рядов, но он не имеет непрерывного аналога. Его широкое использование откладывалось почти 200 лет вследствие отсутствия устойчивого с вычислительной точки зрения алгоритма, однако в настоящее время это один из самых популярных методов исследования временных рядов [9–11].

Реальная физическая система описывается нелинейной моделью с конечным числом степеней свободы и имеет несколько положений равновесия в этом пространстве [10]. Если в пространстве состояний нелинейная система совершает даже хаотические колебания, то они могут быть представлены последовательностями локальных орбит возле нескольких ее положений равновесия. В результате изменение переменных нелинейной системы во времени имеет гладкий колебательный характер только ограниченное число периодов, после которых с вероятностью единица происходит скачок, т. е. если и существует некоторое глобальное колебательное изменение во времени конкретной нелинейной системы, то, как правило, оно представляется только его частичными реализациями. Таким образом, для нелинейных систем, имеющих хаотическую динамику, естественной является модель локально-переходных порождаемых ими временных рядов, т. е. сегменты ряда — не квазистационарные составляющие нестационарного временного процесса, а переходные, с неизменным знаком коэффициента главных модальных (спектральных) составляющих сегмента.

Большинство сигналов, генерируемых сложными динамическими системами, является полимодальными сигналами, поэтому их динамический анализ базируется на разработке процедур, позволяющих снижать модальность сложного сигнала путем выделения наиболее существенных мод (физических), число которых определяет динамическую размерность процесса (модальная глубина модели). Основанием для такого подхода является теорема Такенса [5], которая утверждает, что путем правильного подбора размерности  $m$  и параметра задержки  $\tau$  можно получить  $(m + 1)$ -мерный фазовый образ, достаточно полно отражающий свойства истинной траектории динамической системы в фазовом пространстве.

Результаты спектрального анализа можно полагать информативными, т. е. позволяющими осуществлять физическую интерпретацию. Оценка параметров нестационарного (экспоненциального) сигнала — одна из самых распространенных задач в различных областях техники. Это связано с тем, что отклик линейной системы на импульсное воздействие является суммой именно таких сигналов: оценив параметры сигналов на выходе системы, можно решить задачу идентификации системы и ее состояния. Использование в этих целях БПФ не всегда дает хорошие результаты, так как это преобразование изначально пред-

назначено для оценки спектра сигнала, а не частоты и в классическом варианте не является статистически устойчивым.

В отличие от спектрального анализа Фурье спектральный анализ Прони позволяет [9, 10]:

- 1) выполнить без побочных эффектов спектральное оценивание сегментов временных рядов во временных окнах ограниченной продолжительности;
- 2) использовать модель нестационарного временного ряда (например, возрастающего или убывающего во временном окне);
- 3) определить собственный спектр частот и спектр модального демпфирования мод системы, проявившихся на данном сегменте временного ряда.

В методе Прони [9] отсутствует ряд ограничений, свойственных БПФ. Так, в результате преобразования Фурье временных рядов, представляющих затухающие синусоиды вида  $Ae^{-\delta t} \cos(2\pi ft + \varphi)$ , получают оценки трех параметров: фурье-амплитуду  $A/\delta^{1/2}$ ; фазу  $\varphi$ ; частоту  $f$  (с учетом диссипативных свойств), точность оценки которой зависит от величины  $\delta$ .

В методе Прони используется разложение сегментов временных рядов, в результате которого для временных зависимостей вида  $Ae^{-\delta t} \cos(2\pi ft + \varphi)$  определяются оценки всех четырех независимых параметров:  $A, \varphi, \delta, f$ .

Метод Прони позволяет аппроксимировать последовательность комплексных данных  $y_i$  моделью, состоящей из  $m$  затухающих комплексных экспонент  $\tilde{y}_i$ :

$$\tilde{y}_n = \sum_{k=1}^m \left[ A_k \exp(j2\pi f_k \Delta t n + j\varphi_k) \exp(-\delta_k \Delta t n) \right], \quad n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где  $A_k$  — амплитуда;  $f_k$  — частота;  $\varphi_k$  — начальная фаза;  $\delta_k$  — коэффициент затухания;  $\Delta t$  — период дискретизации сигнала;  $n$  — номер отсчета;  $N$  — число отсчетов сигнала.

Для работы с реальными сигналами используют метод наименьших квадратов (МНК) Прони, который обладает следующими преимуществами по сравнению с исходным методом [9, 10, 12]:

- число комплексных экспонент  $m$  (модальная глубина модели) в выражении (1) меньше или равно половине отсчетов в сигнале ( $m \leq N/2$ );
- погрешности аппроксимации минимальны при соответствующем выборе  $m = m_{opt}$ .

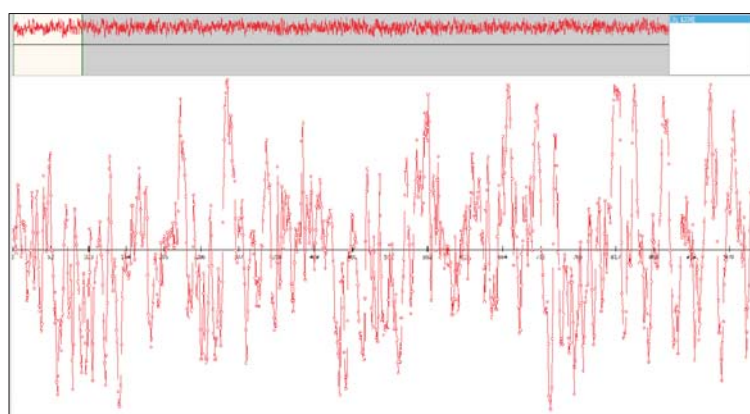
**Программа SAProny.** В программе реализован алгоритм, соответствующий МНК Прони, который вложен в оптимизационный цикл по модальной глубине модели ( $m_{opt}$ ), где в качестве целевой функции использована относительная погрешность аппроксимации (невязки) временного ряда. Предусмотрена возможность применения нескольких аппроксимационных моделей: полная модель колебаний по Булгакову [12]; сумма затухающих синусоид; сумма экспонент; сумма синусоид. Минимизирована относительная невязка по количеству мод, а внутри цикла определены оценки модальных параметров по несколько модифицирован-

ному алгоритму Прони и по методике, изложенной в работе [9]. Реализована интерактивная технология прони-анализа сигнала с использованием спектра Фурье. Программа работает в двух режимах: 1) «Аппроксимация»; 2) «Идентификация». В режиме «Аппроксимация» исходя из минимума относительной невязки подбирается соответствующее число мод ( $m \leq 500$ ) сигнала без разделения на «физические» и «математические». Результаты поиска оценок модальных параметров отображаются в виде диаграмм стабилизации по собственным частотам, модальным коэффициентам демпфирования, амплитудам и фазам, а также представляются в виде спектров на частотной оси. В режиме «Идентификация» осуществляется автоматическая и интерактивная модальная фильтрация сигнала в целях выявления «физических» мод системы – источника сигнала. В двух режимах есть возможность осуществления модальной декомпозиции сигнала по заданным частотным диапазонам с получением соответствующих энергетических спектров. Это также позволяет использовать информацию о формах сигнала в выбранных частотных диапазонах для диагностики [12].

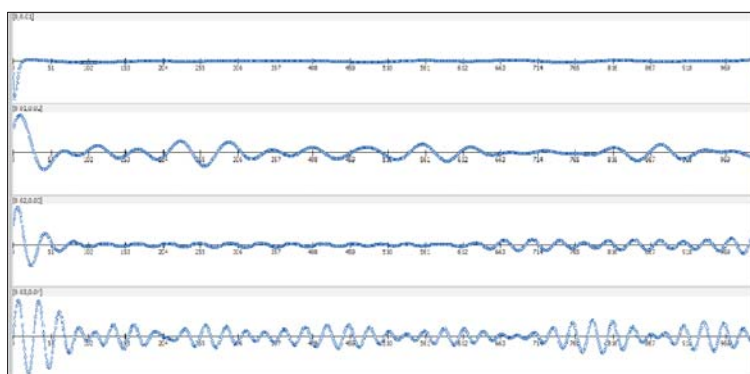
В качестве примера частотно-временного бимедицинского сигнала использованы сигналы, полученные на медицинском диагностическом комплексе, который включает в себя модуль обработки сигналов крайне высокочастотного излучения (излучения КВЧ-диапазона). Комплекс применяется в клинике Московского института кибернетической медицины. Принцип его работы основан на идее использования информационных свойств радиоизлучения миллиметрового диапазона, испускаемого организмом человека и содержащего полезную диагностическую информацию. Эта идея базируется на исследованиях, проводившихся под руководством академика Н.Д. Девяткова в Институте радиоэлектроники РАН начиная с 1980 г., по выявлению роли миллиметровых волн в процессах жизнедеятельности и исследованию механизма генерации клетками организма и их агломераций КВЧ-сигналов [14]. По результатам этих исследований сформулированы обоснованные предположения об источнике и характере диагностической информации, содержащейся в КВЧ-излучении, которую можно зафиксировать на поверхности тела человека [15]:

- первичный источник диагностической информации (низкочастотные электромагнитные процессы, продуцируемые в процессе функционирования тканей и органов, модулирующие КВЧ-излучения клеток поверхности тела);
- спектр электромагнитных колебаний во всем возможном частотном диапазоне, изменяющийся в зависимости от функционального состояния органа.
- патологические изменения в клетках, провоцирующие появление электромагнитных волн с характеристиками, отличными от характеристик электромагнитных волн от здоровых клеток;
- возможные изменения спектров электромагнитных колебаний, которые можно использовать для целей диагностики.

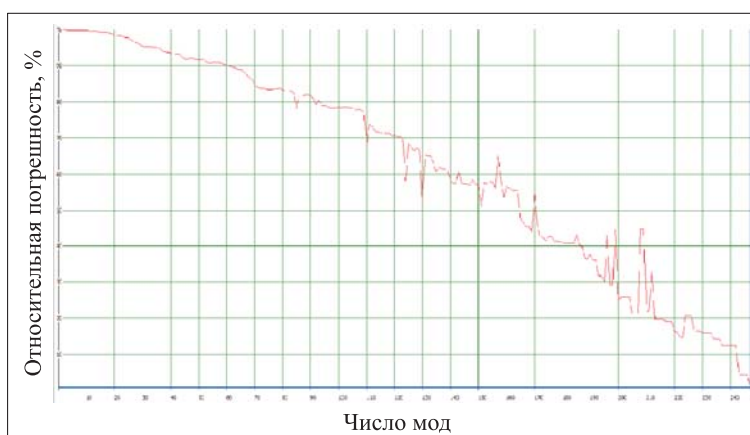
Результаты обработки сигналов, полученных при исследовании левой почки пациента, когда состояние органа было признано удовлетворительным («норма»), и при выявленной «патологии» приведены на рис. 1 и 2.



*a*

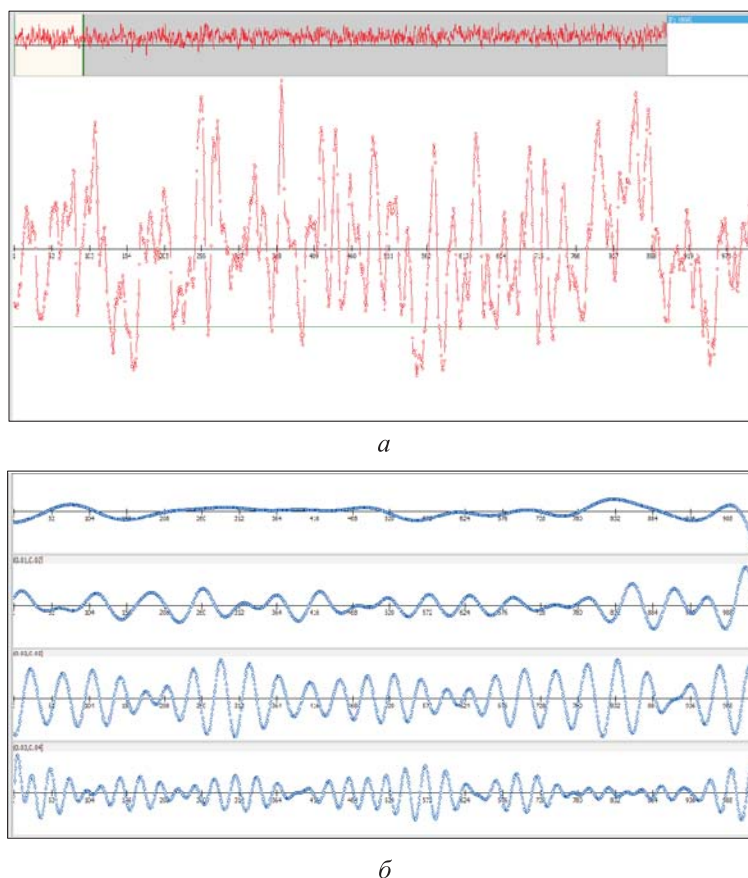


*б*



*в*

**Рис. 1.** Исходный сигнал и выделенный сегмент для обработки (*a*), модальная декомпозиция сигнала (показаны четыре кластера в диапазонах (0,0,01), (0,01,0,02), (0,02,0,03), (0,03,0,04) Гц (*б*) при исследовании левой почки пациента («норма»), зависимость относительной погрешности аппроксимации от степени сложности (числа мод) аппроксимационной модели (*в*)



**Рис. 2.** Исходный сигнал и выделенный сегмент для обработки (а), модальная декомпозиция сигнала (показаны четыре кластера в диапазонах (0,0,01), (0,01,0,02), (0,02,0,03), (0,03,0,04) Гц (б) при исследовании левой почки пациента («патология»))

**Заключение.** Сравнительный анализ форм сигналов в диапазонах (0,0,01) и (0,02,0,03) Гц указывает на возможность формирования диагностических признаков. Следует отметить, что частотные диапазоны для кластеров были выбраны так, чтобы оценить чувствительность метода. При участии специалистов кластеры могут получить биофизическое толкование.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. М.: Мир, 1983. 312 с.
2. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1989. 448 с.
3. Артоболевский И.И., Бобровницкий Ю.И., Генкин М.Д. Введение в акустическую динамику машин. М.: Наука, 1979. 296 с.
4. Максимов В.П., Егоров И.В., Карасёв В.А. Измерение, обработка и анализ быстропеременных процессов в машинах. М.: Машиностроение, 1987. 208 с.

5. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 336 с.
6. Doyle J.F. A wavelet deconvolution method for impact force identification // *Experimental Mechanics*. 1997. Vol. 37. Iss. 4. P. 403–408. DOI: 10.1007/BF02317305
7. Gabor D. Theory of communication // *J. Inst. Elect. Eng.* 1946. Vol. 93. No. 3. P. 429–457.
8. Claassen T.A.C.M., Mecklenbrauker W.F.G. The Wigner distribution — a tool for time-frequency signal analysis. P. 1–3 // *Philips J. Res.* 1980. Vol. 35. P. 217–250, 276–300, 372–389.
9. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его применения. М.: Мир, 1990. 584 с.
10. Prony R. Essai experimental et analytique // *Journal de l'Ecole Polytechnique*. 1796. Vol. 1. No. 22. P. 24–76.
11. Кухаренко Б.Г. Технология спектрального анализа на основе быстрого преобразования Прони // *Информационные технологии*. 2008. № 4. С. 38–42.
12. Булгаков Б.В. Колебания. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1954. 892 с.
13. Киренков В.В., Досько С.И. Типовые обратные задачи и методы их решения при оценке результатов испытаний изделий РКТ // *Ракетно-космическая техника. Труды. Сер. XII. Вып. 3.* Королев: РКК «Энергия», 2014. 100 с.
14. Девятков Н.Д., Голант М.Б., Бецкий О.В. Миллиметровые волны и их роль в процессах жизнедеятельности. М.: Радио и связь, 1991. 168 с.
15. Авишалумов А.Ш., Балтаева Р.У., Филаретов Г.Ф. Функциональная неинвазивная диагностика органов и систем человека. М.: МИА, 2013. 264 с.

**Гаврюшин Сергей Сергеевич** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Компьютерные системы автоматизации производства» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Досько Сергей Иванович** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Металлорежущие станки» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Утенков Владимир Михайлович** — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Металлорежущие станки» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

**Червова Альмира Аснафовна** — канд. техн. наук, научный сотрудник отдела исследований лимфопролиферативных заболеваний Национального медицинского исследовательского центра детской гематологии, онкологии и иммунологии им. Д. Рогачева (Российская Федерация, 117198, Москва, ул. Саморы Машела, д. 1).

**Просьба сослаться на эту статью следующим образом:**

Гаврюшин С.С., Досько С.И., Утенков В.М., Червова А.А. Исследование динамических процессов с использованием анализа форм частотных декомпозиций сигнала на основе метода Прони // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*. 2017. № 6. С. 126–136. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-6-126-136



## INVESTIGATION OF DYNAMIC PROCESSES USING ANALYSIS FORMS OF FREQUENCY DECOMPOSITION OF THE SIGNAL BASED ON THE PRONY'S METHOD

S.S. Gavryushin<sup>1</sup>

gss@bmstu.ru

S.I. Dosko<sup>1</sup>

V.M. Utenkov<sup>1</sup>

utencov@bmstu.ru

A.A. Chervova<sup>2</sup>

chervova.almira@gmail.com

<sup>1</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> Dmitry Rogachev National Research Center of Pediatric Hematology,  
Oncology and Immunology, Moscow, Russian Federation

---

### Abstract

The paper is concerned with the method of processing experimental data obtained in the form of a dynamic signal. While performing the work in Bauman Moscow State Technical University on making special precision machining equipment to research the vibratory processes occurring in the machine tool during cutting and significantly influence the accuracy of the machined parts, there was a need to find new and effective method of processing the vibration measurements. The results of the spectral analysis can be considered informative, i. e. they allow for a physical interpretation. To evaluate non-stationary exponential signal parameters is one of the most common problems in various fields of technology. This is due to the fact that the response of a linear system to the impulse action is the sum of such signals. By estimating the parameters of the signals on the output system we can solve the task of identifying the system and its state. Using Fourier transform does not always give good results because it was originally intended for estimating the signal spectrum rather than frequency and is not statistically stable in classical variant. The article describes fundamentals of the developed method that is based on algorithms of the Prony's method and possibilities of its usage in medicine. There is initial data obtained in the form of dynamic signals in the study of a healthy kidney and a kidney having pathological changes. The study gives the results of a modal analysis in the forms of frequency decompositions of these signals based on the Prony's method

### Keywords

*Dynamic process, frequency decomposition of the signal, the Prony's method, diagnostic features*

Received 27.12.2016

© BMSTU, 2017

---

### REFERENCES

- [1] Bendat J.S., Piersol A.G. Engineering applications of correlation and spectral analysis. Wiley, 1980. 302 p.

- [2] Blahut R.E. Fast algorithms for signal processing. Addison-Wesley Pub. Co., 1985. 441 p.
- [3] Artobolevskiy I.I., Bobrovnikskiy Yu.I., Genkin M.D. Vvedenie v akusticheskuyu dinamiku mashin [Introduction into acoustic dynamics of machines]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 296 p.
- [4] Maksimov V.P., Egorov I.V., Karasev V.A. Izmerenie, obrabotka i analiz bistroperemennykh protsessov v mashinakh [Measurement, processing and analysis of the fast-changing processes in machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 208 p.
- [5] Malinetskiy G.G., Potapov A.B. Sovremennyye problemy nelineynoy dinamiki [Modern problems of the nonlinear dynamics]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2000. 336 p.
- [6] Doyle J.F. A wavelet deconvolution method for impact force identification. *Experimental Mechanics*, 1997, vol. 37, iss. 4, pp. 403–408. DOI: 10.1007/BF02317305
- [7] Gabor D. Theory of communication. *J. Inst. Elect. Eng.*, 1946, vol. 93, no. 3, pp. 429–457.
- [8] Claassen T.A.C.M., Mecklenbrauker W.F.G. The Wigner distribution — a tool for time-frequency signal analysis. P. 1–3. *Philips J. Res.*, 1980, vol. 35, pp. 217–250, 276–300, 372–389.
- [9] Marple Jr. S.L. Digital spectral analysis: with applications. Prentice-Hall, 1987. 492 p.
- [10] Prony R. Essai experimental et analytique. *Journal de l'Ecole Polytechnique*, 1796, vol. 1, no. 22, pp. 24–76.
- [11] Kukhopenko B.G. Spectral analysis technology based on fast Prony transform. *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2008, no. 4, pp. 38–42 (in Russ.).
- [12] Bulgakov B.V. Kolebaniya [Oscillations]. Moscow, Gosudarsyvennoe izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1954. 892 p.
- [13] Kirenkov V.V., Dos'ko S.I. Common reverse problems and their solution technique in process of assessment test results for rocket and space equipment items. *Raketno-kosmicheskaya tekhnika. Trudy. Ser. XII. Vyp. 3* [Rocket and space equipment. Proc. Ser. XII. Iss. 3]. Korolev, RKK "Energiya" Publ., 2014. 100 p. (in Russ.).
- [14] Devyatkov N.D., Golant M.B., Betskiy O.V. Millimetrovye volny i ikh rol' v protsessakh zhiznedeyatel'nosti [Millimeter waves and their role in vital processes]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1991. 168 p.
- [15] Avshalumov A.Sh., Baltaeva R.U., Filaretov G.F. Funktsional'naya neinvazivnaya diagnostika organov i sistem cheloveka [Functional non-invasive diagnostics of body organs and systems]. Moscow, MIA Publ., 2013. 264 p.

**Gavryushin S.S.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of Computer Systems of Manufacture Automation Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Dosko S.I.** — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor of Machine Tools Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).


**Utenkov V.M.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of Machine Tools Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Chervova A.A.** — Cand. Sc. (Eng.), Research Scientist of Department of Research of Lymphoproliferative Diseases, Dmitry Rogachev National Research Center of Pediatric Hematology, Oncology and Immunology (Samory Mashela ul. 1, Moscow, 117997 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Gavryushin S.S., Dosko S.I., Utenkov V.M., Chervova A.A. Investigation of Dynamic Processes using Analysis Forms of Frequency Decomposition of the Signal based on the Prony's Method. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2017, no. 6, pp. 126–136.

DOI: 10.18698/1812-3368-2017-6-126-136

 <p>В.С. Зарубин, Г.Н. Кувыркина, И.В. Станкевич</p> <p><b>Математические модели прикладной механики</b></p> <p>ИЗДАТЕЛЬСТВО МГТУ им. Н.Э. БАУМАНА</p>	<p>В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышло в свет учебное пособие авторов <b>В.С. Зарубина, Г.Н. Кувыркина, И.В. Станкевича</b></p> <p><b>«Математические модели прикладной механики»</b></p> <p>Изложены основы построения и анализа математических моделей механических систем, идейное ядро которых составляют математические модели стержней, пластинок и оболочек, что позволяет строить адекватные математические модели в виде совокупности соотношений, достаточно полно и точно отражающих свойства и поведение сложных конструктивных элементов современного технологического оборудования и машиностроения.</p> <p><b>По вопросам приобретения обращайтесь:</b> 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1 +7 (499) 263-60-45 press@bmstu.ru www.baumanpress.ru</p>
--	---