

А. К. Федоров, С. О. Юрченко

## СИМПЛЕКТИЧЕСКИЕ ТОМОГРАММЫ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ФЕЙНМАНОВСКИМИ ИНТЕГРАЛАМИ ПО ТРАЕКТОРИЯМ

*Получено представление симплектической томограммы через интеграл Фейнмана по траекториям в фазовом пространстве*

$$\begin{aligned} T(\epsilon, \mu, \eta) &= \\ &= \frac{1}{2\pi|\eta|} \left| \iiint \mathcal{D}[x(t)] \exp \left[ i \left( S + \frac{\mu}{2\eta} x_2^2 - \frac{\epsilon}{\eta} x_2 \right) \right] \psi(x_1) dx_1 dx_2 \right|^2. \end{aligned}$$

*Показано, что предлагаемый метод позволяет находить решения для эволюционного уравнения Фоккера–Планка в континуальных интегралах. Найдены квантовые томограммы гармонического осциллятора.*

**E-mail:** akfedorov@student.bmstu.ru

**Ключевые слова:** квантовая томография, уравнение Шрёдингера, интеграл Фейнмана.

В настоящее время активно развивается новый подход к квантовой механике, основанный на использовании неотрицательных функций распределения вероятности — симплектических томограмм [1–9]. Они представляют интерес, поскольку могут быть измерены экспериментально в квантово-оптических экспериментах [1, 2]. При этом томографическая формулировка эквивалентна другим известным на сегодняшний день формулировкам квантовой механики, а томограмма связана с различными функциями квазираспределений, например:  $W$ -функцией Вигнера [4, 5],  $P$ -функцией Глаубера–Сударшана [6, 7],  $Q$ -функцией Хусими–Кано [8].

Томографическое представление квантовой механики использует линейное каноническое преобразование фазового пространства как действие симплектической группы  $SP_2(\mathbb{R})$ :

$$\begin{pmatrix} \epsilon \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & \eta \\ \acute{\eta} & \acute{\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $q, p$  и  $\epsilon, \sigma$  — обобщенные координаты и импульсы,  $\mu, \acute{\mu}, \eta, \acute{\eta}$  — произвольные действительные постоянные с условием  $\mu\acute{\mu} - \eta\acute{\eta} = 1$ .

Преобразование (1) является каноническим. По определению оно сохраняет невырожденные кососимметрические билинейные формы: скобку Пуассона в классическом случае и коммутатор — в квантовом. В классическом случае отсюда следует, что уравнения Гамильтона выполнены как для новых  $\epsilon, \sigma$ , так и для старых переменных  $q$  и  $p$ . Уравнения Гамильтона следуют из принципа наименьшего действия,

поэтому

$$\delta \int (pdq - H(q, p)dt) = \delta \int (\sigma d\epsilon - \bar{H}(\epsilon, \sigma)dt) = 0, \quad (2)$$

где  $\bar{H}(\epsilon, \sigma)$  — гамильтониан системы после преобразования (1).

Частным случаем преобразования (1) является действие матриц вращения группы  $SO(\mathbb{R})$

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix},$$

где  $\theta \in \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$  — угол поворота.

В таком случае преобразование (1) является поворотом фазового пространства на угол  $\theta$ , а в общем случае (1) — это поворот фазового пространства с взаимным масштабированием по осям  $p$  и  $q$ .

Симплектическая томограмма  $\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta)$  наблюдаемой  $\epsilon$ , которая является линейной комбинацией квадратурных компонент

$$\hat{\epsilon} = \mu\hat{q} + \eta\hat{p},$$

определяется через волновую функцию

$$\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) = |\hat{\mathcal{F}}_{\mu, \eta}[\psi](\epsilon)|^2,$$

где  $\hat{\mathcal{F}}_{\mu, \eta}$  — линейный унитарный оператор. Таким линейным унитарным оператором является интегральный оператор дробного преобразования Фурье

$$\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) = \frac{1}{2\pi|\eta|} \left| \int \psi(x) \exp\left(\frac{i\mu}{2\eta}x^2 - \frac{i\epsilon}{\eta}x\right) dx \right|^2, \quad (3)$$

где  $x$  — обобщенная координата.

Исходя из определения (3) томограмма  $\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta)$  представляет собой положительную нормированную и однородную (с порядком  $-1$ ) функцию:

$$\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) \geq 0, \quad \int \mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) d\epsilon = 1, \quad \mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) = |\lambda| \mathcal{T}(\lambda\epsilon, \lambda\mu, \lambda\eta);$$

$\lambda$  — произвольная постоянная.

Свойство однородности позволяет записать для томограммы уравнение Эйлера

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \epsilon} \epsilon + \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \mu} \mu + \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \eta} \eta = -\mathcal{T}. \quad (4)$$

Решение уравнения (4) имеет вид

$$\mathcal{T}_f(\epsilon, \mu, \eta) = \frac{1}{|\mu|} f\left(\frac{\epsilon}{\mu}, \frac{\eta}{\mu}\right),$$

где  $f$  — произвольная функция.

Решение уравнения Эйлера для томограммы позволяет снизить ее размерность. Несмотря на то, что томограмма является функцией трех переменных, благодаря нормировке ее представление возможно через функцию двух переменных. Подобные функции называются томограммами Френеля.

Целью данной работы является представление симплектической томограммы через интеграл Фейнмана по траекториям. Предложенный ранее метод классического пропагатора [9] требует знания начального распределения вероятности. Это является существенным усложнением, поскольку такой формализм предполагает измерения как начального, так и конечного состояния системы. Технически, с учетом особенностей экспериментальной реализации [1, 2], это означает ансамблевые измерения начального и конечного состояний. В случае использования некоторой модельной волновой функции и предлагаемого метода становится достаточно однократного измерения.

Пусть эволюция рассматриваемой квантово-механической системы происходит согласно уравнению Шрёдингера. Рассмотрим задачу Коши для уравнения Шрёдингера

$$-\frac{1}{2}\Delta\psi(x, t) + V(x)\psi(x, t) = i\frac{\partial}{\partial t}\psi(x, t);$$

$$\psi(x, t)|_{t=0} = \psi_0(x), \quad m = \hbar = 1;$$

волновые функции  $\psi(x, t)$  будем рассматривать с учетом стандартного условия нормировки

$$\int |\psi(x, t)|^2 dx = 1.$$

Хорошо известно, что прямое решение задачи Коши для уравнения Шрёдингера в его дифференциальной форме возможно только лишь для небольшого числа частиц. Поэтому по сути единственным способом исследования квантовых систем с большим числом частиц являются численные методы.

Для произвольных моментов времени  $t_1$  и  $t_2$  справедливо соотношение

$$\psi(x_2, t_2) = \int G(x_2, x_1, t_2 - t_1)\psi(x_1, t_1)dx_1, \quad (5)$$

где  $G(x_2, x_1, t_2 - t_1)$  — функция Грина уравнения Шрёдингера.

Функция Грина  $G(x_2, x_1, t_2 - t_1)$  представляет собой амплитуду перехода из начального состояния с волновой функцией  $\psi(x_1, t_1)$  в состояние с волновой функцией  $\psi(x_2, t_2)$ . Таким образом, задача Коши для дифференциального уравнения Шрёдингера свелась к интегральному уравнению (5), которое решается численно, например, методом

Монте-Карло [10, 11]. При этом функция Грина обладает свойством

$$G(x_2, x_1, t_2 - t_1) = 0 \quad \forall t_1 \geq t_2.$$

В работе Фейнмана [12] показано, что при переходе  $(x_1, t_1) \rightarrow (x_2, t_2)$  функция Грина  $G(x_2, x_1, t_2 - t_1)$  может рассматриваться как интеграл по траекториям

$$G(x_2, x_1, t_2 - t_1) = \int_{\Omega} \exp(iS(x_2, x_1)) \mathcal{D}[x(t)], \quad (6)$$

где  $S(x_2, x_1)$  — функционал действия, инвариантный относительно канонических преобразований (1) [13]; под  $\mathcal{D}[x(t)]$  подразумевается интегрирование по конфигурационному пространству  $\Omega$  функций  $x(t)$ .

В настоящей работе рассматриваются линейные канонические преобразования фазового пространства. Поэтому будет использована гамильтонова формулировка интегралов по траекториям — интегралы по фазовому пространству обобщенных координат  $x = (x_1, \dots, x_n)$  и импульсов  $p = (p_1, \dots, p_n)$ . Впервые подобная концепция изложена в работе [14].

Предполагается, что задан гамильтониан системы  $H$

$$H = \frac{p^2}{2} + V(x).$$

В силу справедливости вариационного принципа (2) интеграл

$$I = \int (p\dot{x} - H) dt$$

принимает экстремальное значение. Его можно представлять в виде

$$I = \int \left( p\dot{x} - \frac{p^2}{2} - V(x) \right) dt = \sum_{j=1}^N \left( p_j \Delta x_j - \frac{p_j^2}{2} \Delta t_j - \int_{t_{j-1}}^{t_j} V(x) dt \right).$$

Воспользуемся известными формулами [14]

$$p_j \Delta x_j - \frac{p_j^2}{2} \Delta t_j = -\frac{\Delta t_j}{2} \left( p_j - \frac{\Delta x_j}{\Delta t_j} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\Delta x_j^2}{\Delta t_j}.$$

Пусть

$$\beta_j = \left( p_j - \frac{\Delta x_j}{\Delta t_j} \right).$$

Вычислим интеграл Эйлера–Пуассона

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ i \left( -\frac{\Delta t_j}{2} \beta_j^2 \right) \right] d^3 \beta_j = \left( -\frac{2\pi i}{\Delta t_j} \right)^{3/2}.$$

Таким образом, интеграл по траекториям (6) понимается в следующем смысле:

$$\begin{aligned} & \int \exp \left[ i \int (p\dot{x} - H) dt \right] d^3 p_1 \dots d^3 p_N d^3 x_1 \dots d^3 x_{N-1} = \\ & = \prod_{j=1}^N \left( -\frac{2\pi i}{\Delta t_j} \right)^{3/2} \int \exp \left[ \frac{i}{2} \sum_{j=1}^N \frac{\Delta x_j^2}{\Delta t_j} - \int_{t_{j-1}}^{t_j} V(x) dt \right] d^3 x_1 \dots d^3 x_{N-1} = \\ & = \prod_{j=1}^N \left( -\frac{2\pi i}{\Delta t_j} \right)^{3/2} \int \exp(iS(x)) d^3 x_1 \dots d^3 x_{N-1}. \end{aligned}$$

В соответствие с этим

$$\mathcal{D}[x(t)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^N \left( -\frac{2\pi i}{\Delta t_j} \right)^{3/2} d^3 x_j.$$

Для решения поставленной задачи будем использовать связь (3) между симплектической томограммой  $\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta)$  и волновой функцией  $\psi(x_2, t)$ . Для  $\psi(x_2, t_2)$  справедливо уравнение (5).

Тогда симплектическую томограмму можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) &= \\ &= \frac{1}{2\pi|\eta|} \left| \iint G(x_2, x_1, t_2 - t_1) \exp \left( \frac{i\mu}{2\eta} x_2^2 - \frac{i\epsilon}{\eta} x_2 \right) \psi(x_1) dx_1 dx_2 \right|^2. \quad (7) \end{aligned}$$

Или с учетом представления функции Грина через интеграл Фейнмана по траекториям (6)

$$\begin{aligned} \mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) &= \\ &= \frac{1}{2\pi|\eta|} \left| \iiint \mathcal{D}[x(t)] \exp(iS) \exp \left( \frac{i\mu}{2\eta} x_2^2 - \frac{i\epsilon}{\eta} x_2 \right) \psi(x_1) dx_1 dx_2 \right|^2. \quad (8) \end{aligned}$$

Уравнение (8) представляет собой основной результат настоящей работы. Таким образом, можно ввести функцию

$$\mathcal{P}(\epsilon, \mu, \eta) = \int G(x_2, x_1, t_2 - t_1) \exp \left( \frac{i\mu}{2\eta} x_2^2 - \frac{i\epsilon}{\eta} x_2 \right) dx_2.$$

Функцию  $\mathcal{P}$  можно, как и функцию Грина, представить в виде интеграла Фейнмана

$$\mathcal{P}(\epsilon, \mu, \eta) = \int_1^2 \exp\left(iS + \frac{i\mu}{2\eta}x_2^2 - \frac{i\epsilon}{\eta}x_2\right) \mathcal{D}[x(t)] dx_2$$

и записать результат (8) как

$$\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) = \frac{1}{2\pi|\eta|} \left| \int \mathcal{P}(\epsilon, \mu, \eta) \psi(x) dx \right|^2.$$

Полученный результат предполагает следующую физическую интерпретацию: если известны начальное условие для уравнения Шрёдингера и гамильтониан системы, то результат гомодинного детектирования (экспериментальное измерение томограммы) в экспериментах типа [1, 2] выражается через уравнение (8).

Применяя неравенство Коши–Буняковского–Шварца можно получить следующую оценку:

$$\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) \leq \frac{1}{2\pi|\eta|} \left( \int |\mathcal{P}(\epsilon, \mu, \eta)|^2 dx \right). \quad (9)$$

Благодаря свойствам томограммы  $\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta)$  условие нормировки можно сформулировать в общем виде:

$$\frac{1}{2\pi|\eta|} \int \left| \int \mathcal{P}(\epsilon, \mu, \eta) \psi(x) dx \right|^2 d\epsilon = 1. \quad (10)$$

**Представление решения уравнения Фоккера–Планка.** Ограничимся общей классификацией эволюционных уравнений для томограмм. Эволюционное уравнение для симплектической томограммы  $\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta)$  с гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2} + V(\hat{x}), \quad (\hbar = \omega = m = 1)$$

имеет вид обобщенного уравнения Фоккера–Планка [3]

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \eta} - i \left[ -V \left( -I_\epsilon \frac{\partial}{\partial \mu} - \frac{i\eta}{2} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \right) - V \left( -I_\epsilon \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{i\eta}{2} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \right) \right] \mathcal{T}, \quad (11)$$

где  $I_\epsilon$  — оператор интегрирования по переменной  $\epsilon$ .

Из уравнения (11) для свободной частицы получим дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial t} - \mu \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \eta} = 0. \quad (12)$$

Для гармонического осциллятора

$$V(\hat{x}) = \frac{\hat{x}^2}{2}, \quad \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial t} - \mu \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \mu} = 0. \quad (13)$$

Для параметрического осциллятора с частотой  $\omega(t)$

$$\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial t} - \mu \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \eta} + \omega^2(t) \eta \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \mu} = 0. \quad (14)$$

Как уже было отмечено, томограмма представляет собой решение уравнения Фоккера–Планка. Поэтому формула (8) позволяет искать решение уравнения (11) с учетом связи между томограммой и волновой функцией (3). Задачи о представлении решения для данного уравнения рассматривались ранее в работах [15, 16], потому что существует его тесная связь с формулировкой Фейнмана интегралов по траекториям и представлением решения уравнения Шрёдингера [17, 18].

**Решение уравнения Фоккера–Планка для гармонического осциллятора.** В качестве примера представим с помощью найденной формулы (8) решение уравнения Фоккера–Планка для гармонического осциллятора (13). Как известно [12], функция Грина имеет вид

$$G(x_2, x_1, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi i \sin t}} \exp\left(\frac{i[(x_1^2 + x_2^2) \cos t - 2x_1x_2]}{2 \sin t}\right). \quad (15)$$

Запишем решение уравнения Фоккера–Планка для функции Грина (15) как

$$\mathcal{T}(\epsilon, \mu, \eta) = \frac{1}{2\pi|\eta|} \left| \int dx_2 \exp\left(\frac{i\mu}{2\eta} x_2^2 - \frac{i\epsilon}{\eta} x_2\right) \int \frac{dx_1 \psi_0}{\sqrt{2\pi i \sin t}} \times \right. \\ \left. \times \exp\left(\frac{i[(x_1^2 + x_2^2) \cos t - 2x_1x_2]}{2 \sin t}\right) \right|^2. \quad (16)$$

Вычислив  $\mathcal{P}$ -функцию уравнения (16), можно получить волновые функции осциллятора. В общем случае решение имеет вид

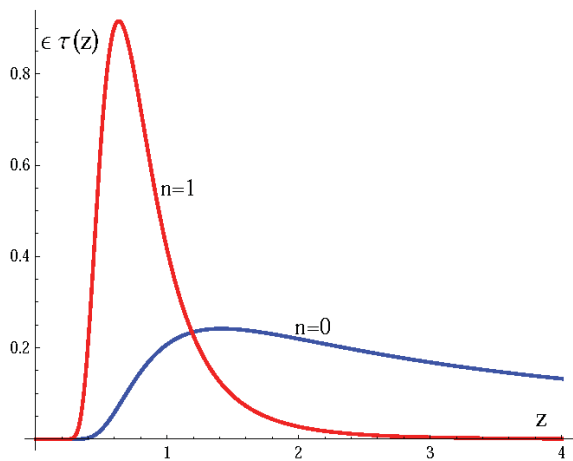
$$\mathcal{T}_n(\epsilon, \mu, \eta) = \frac{2^{-n}}{n! \sqrt{\pi(\mu^2 + \eta^2)}} \exp\left(-\frac{\epsilon^2}{\mu^2 + \eta^2}\right) H_n^2\left(\frac{\epsilon}{\sqrt{\mu^2 + \eta^2}}\right), \quad (17)$$

где  $H_n(x)$  — полиномы Эрмита.

Например, томограмма основного состояния осциллятора

$$\mathcal{T}_0(\epsilon, \mu, \eta) = \frac{1}{\sqrt{\pi(\mu^2 + \eta^2)}} \exp\left(-\frac{\epsilon^2}{\mu^2 + \eta^2}\right). \quad (18)$$

Томограмма  $\mathcal{T}_1$  первого возбужденного состояния может быть легко вычислена:



**Томограмма основного ( $n = 0$ ) и первого возбужденного состояния ( $n = 1$ ) гармонического осциллятора ( $z = \epsilon(\mu^2 + \eta^2)^{-1/2}$ )**

$$\mathcal{T}_1(\epsilon, \mu, \eta) \frac{2\epsilon^2}{(\mu^2 + \eta^2)\sqrt{\pi(\mu^2 + \eta^2)}} \times \exp\left(-\frac{\epsilon^2}{\mu^2 + \eta^2}\right). \quad (19)$$

Следует отметить, что в случае соотношения параметров системы отсчета  $\mu = 1$  и  $\eta = 0$ , томограммы состояния вырождаются в обычные плотности вероятности в координатном представлении, что видно на рисунке. Численное решение уравнения (13) совпадает с

найденным при помощи формулы (8) представлением (16) томограммы основного и первого возбужденного состояний.

**Заключение.** Предложено представление симплектических томограмм через интегралы Фейнмана по траекториям (8). Показан метод решения интегро-дифференциального уравнения Фоккера–Планка (11) в томографическом представлении квантовой механики на основе использования связи между симплектической томограммой и волновой функцией, а также метода интегралов по траекториям. В качестве примера найдены томограммы различных состояний гармонического осциллятора.

Томографические интегралы по траекториям (7, 8) закладывают основу для применения современных методов численного интегрирования в квантовой томографии, позволяющих проводить численные эксперименты для различных типов квантовых систем. Поскольку задача сводится к вычислению многомерных интегралов, может быть применим вариационный метод Монте-Карло [10, 11], который имеет существенное преимущество в производительности по сравнению с другими численными методами интегрирования в задачах квантовой механики и физики конденсированного состояния.

Авторы признательны профессору Ю.Е. Лозовику и доценту Я.А. Бутко за плодотворные дискуссии. Работа выполнена при поддержке РФФИ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Beck M., Smithy D. T., Raymer M. G. Experimental determination of quantum-phase distributions using optical homodyne tomography // Physical Review A. – 1993. – Vol. 48. – P. 890–893.
2. Smithy D. T., Beck M., Raymer M. G., Faridani A. Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography: Application to squeezed states and the vacuum // Physical Review Letters. – 1993. – Vol. 70. – P. 1244–1247.



3. I b o r t A., M a n ' k o V. I., M a r m o G., S i m o n i A., V e n t r i g l i a F. An introduction to the tomographic picture of quantum mechanics, arXiv:0904.4439v1 [quant-ph], (2009).
4. W i g n e r E. P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium // *Physical Review*. – 1932. – Vol. 40. – P. 749–759.
5. M o y a l J. E. Quantum mechanics as a statistical theory // *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. – 1949. – Vol. 45. – P. 99–124.
6. G l a u b e r R. J. Photon Correlation // *Physical Review Letters*. – 1963. – Vol. 10. – P. 84–86.
7. S u d a r s h a n E. C. G. Equivalence of semiclassical and quantum mechanical descriptions of statistical light beams // *Physical Review Letters*. – 1963. – Vol. 10. – P. 227–279.
8. H u s i m i E. Some formal properties of the density matrix // *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*. – 1940. – Vol. 23. – P. 264–314.
9. М а н ь к о О. В. Классические пропагаторы квадратичных квантовых систем // *Теоретическая и математическая физика* – 1999. – Т. 121, № 2. – С. 285–296.
10. F o u l k e s W. M. C., M i t a s L., N e e d s R. J., R a j a g o p a l G. Quantum Monte Carlo simulations of solids // *Reviews of Modern Physics*. – 2001. – Vol 73, no. 33.
11. P o l l o c k E. L., S e p e r l e y D. M. Path-integral computation of superfluid densities // *Physical Review B*. – 1987. – Vol. 36, no. 33.
12. F e y n m a n R. P., H i b b s A. R. *Quantum mechanics and path integrals*. – N.Y.: McGraw-Hill, 1965.
13. С м о л я н о в О. Г., С м о л я н о в а М. О. Преобразования интеграла Фейнмана при нелинейных преобразованиях фазового пространства // *Теоретическая и математическая физика*. – 1994. – № 100. – С. 3–12.
14. G a r r o d C. Hamiltonian path-integral methods // *Reviews of Modern Physics*. – 1966. – Vol. 38, no. 3. – P. 483–494.
15. М о р о з о в В. Г. О континуальных интегралах для обобщенного уравнения Фоккера–Планка // *Теоретическая и математическая физика*. – 1984. – Т. 58, №1. – С. 79–95.
16. D r o z d o v A. N., T a l k n e r P. Path integrals for Fokker–Planck dynamics with singular diffusion: Accurate factorization for the time evolution operator // *Journal of Chemical Physics*. – 1998. – Vol. 109, no. 8. – P. 2080–2091.
17. B o t t c h e r B., B u t k o Y a. A., S c h i l l i n g R. L., S m o l y a n o v O. G. Feynman formulas and path integrals for some evolution semigroups related to  $\tau$ -quantization // *Rus. J. Math. Phys.* – 2011. – Vol. 18, no. 4. – P. 387–399.
18. B u t k o Y a. A., S c h i l l i n g R. L., S m o l y a n o v O. G. Hamiltonian Feynman-Kac and Feynman formulae for dynamics of particles with position-dependent mass // *Int. J. Theor. Phys.* – 2011. – Vol. 50, no. 7. – P. 2009–2018.

Статья поступила в редакцию 3.11.2011

Алексей Константинович Федоров родился в 1993 г. Студент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор пяти научных работ в области нерелятивистской квантовой механики.

A.K. Fedorov (b. 1993) — student of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 5 publications in the field of non-relativistic quantum mechanics.

Станислав Олегович Юрченко родился в 1985 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2009 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры “Физика” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 35 научных работ в области теоретической физики.

S.O. Yurchenko (b. 1985) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2009. Ph. D. (Phys.-Math.), assoc. professor of “Physics” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 35 publications in the field of theoretical physics.