

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ОБРАЗОВАНИЯ ШЕЙКИ И ЕЕ ОПИСАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ

В.В. Терауд

ldrnww@gmail.com

НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация
ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрено явление локализации деформаций (образования шейки) в растягиваемых плоских образцах при высокотемпературной ползучести. Известно, что локализация приводит к потере несущей способности материала сопротивляться приложенной нагрузке, дальнейшее деформирование происходит в основном в локальной зоне шейки. В подобных испытаниях данный момент определяют только приближенно и теоретически. Проведены экспериментальные исследования плоских образцов алюминиевого сплава с применением оригинального прибора бесконтактных высокотемпературных измерений, позволяющего определять геометрию образца и перемещения точек его поверхности в процессе высокотемпературного эксперимента. Экспериментально получены значения моментов образования шейки при различных начальных растягивающих напряжениях и значениях параметра чувствительности к шейке. Естественный разброс данных по ползучести рассмотрен со статистической позиции. Построена модель плотности вероятности моментов появления локализации на основе закона нормального распределения. Определена теоретическая вероятность образования шейки в заданный интервал времени и описан метод оценки надежности, т. е. работы без образования локализации деформаций

Ключевые слова

Эксперимент, ползучесть, шейка, бесконтактное измерение, вероятностная модель

Поступила в редакцию 23.04.2018
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ (проект №16-38-60200) и гранта Президента Российской Федерации (МК-4321.2018.1)

Введение. В технологических процессах деформирования металлов известно о локализации деформаций, которая зависит от множества факторов, например от колебаний поперечных размеров растягиваемых образцов в пределах допуска изготовления, неравномерности величины твердости материала, его химического состава, остаточных напряжений и т. д. Истинный вклад этих характеристик в локализацию может иметь стохастический характер. Таким образом, в рассмотрении изначально вносятся случайные возмущения. В известных испытаниях процесса высокотемпературной ползучести растягиваемых образцов наблюдается значительный разброс кривых ползучести [1] при одних и тех же значениях напряжения и температуры. Этот разброс имеет случайный характер.

Ползучесть является, по сути, случайным процессом, а определяемые на основе экспериментов кривые ползучести — случайной его реализацией. Следовательно, возникает актуальность построения вероятностных моделей при описании ползучести.

Известные исследования можно подразделить на работы, в которых строятся детерминированные критерии локализации деформаций и вероятностные критерии длительной прочности.

Детерминированные критерии локализации деформаций. Три критерия образования шейки, основанные на конечно-элементном (КЭ) анализе процесса деформирования, которые могут быть использованы для предсказания локализации деформаций в плоских листах, приведены в работе [2]. Во-первых, эти критерии предсказывают появление шейки непосредственно перед разрушением, а во-вторых, они пригодны для использования в основном только в КЭ-моделировании. В качестве дальнейшего развития критериев в работе [3] предложен критерий, основанный на бифуркационной теории, однако он содержит дополнительный параметр, задаваемый произвольно. Описать разброс моментов появления локализации по этим критериям невозможно.

Критерии, использующие силовой подход, для описания момента появления шейки рассмотрены в работах [4–6]. В работе [4] теоретически рассмотрены различные постановки задачи выдавливания выпуклым пуансоном мембраны, получены теоретическое время устойчивого деформирования в каждой постановке. Преимущества и недостатки использования скоростей деформации или напряжений при описании потери устойчивости для плоского напряженного состояния изложены в работе [5]. Этот критерий был изменен в работе [6]: полагалось, что в момент появления шейки деформация является плоской и что максимальное главное напряжение σ_1 зависит от максимальной главной деформации ε_1 и скорости деформации $\beta = \Delta\varepsilon_{II} / \Delta\varepsilon_I$. Еще более совершенный силовой критерий предложен в работе [7]. Однако для его вычисления необходимо проделать громоздкие вычисления и найти несколько констант материала [7].

После рассмотрения деформационного подхода в работе [8] сделан вывод, что при значении деформации образца 12 % появляется шейка. Развитие этого подхода предложено в работе [9], при этом предполагается, что однородная деформация ε_0 сохраняется при выполнении неравенства $\varepsilon_0 < n$, т. е. полностью определяется показателем степени n в степенном законе ползучести.

Наиболее распространен временной подход (например, [10]). Согласно временному подходу шейка образуется в основном непосредственно перед разрушением, $\tau \approx 0,9t^*$ (τ — время локализации; t^* — время до разрушения).

Вероятностные критерии длительной прочности. При описании разброса кривых ползучести в работе [11] предполагали, что разброс кривых вызван случайным изменением структурных свойств материала, поэтому каждую константу используемой модели целесообразно рассматривать как случайную величину со своей плотностью распределения вероятностей. В конечном выражении для

относительной поврежденности и в уравнение ползучести входят восемь коэффициентов, подбирая которые методом минимизации квадратичной невязки, удается получить удовлетворительное совпадение расчетных кривых ползучести с экспериментальными.

Вероятностная модель разрушения в работе [12] построена на основе статистической обработки результатов экспериментов по длительной прочности и применения классических теорий ползучести в виде степенной модели Работнова. В полученных аналитических соотношениях для времени до разрушения полагается, что показатель степени является константой, а масштабный множитель — случайной величиной [12]. Получено соотношение, с помощью которого можно определить с заданной вероятностью назначенный ресурс как нижнюю оценку времени до разрушения.

Статистический подход был использован в работе [13] для построения длительной прочности образцов при комбинации многоциклового усталости и ползучести. Полученные статистические распределения числа циклов в логарифмических осях с высокой точностью описаны законом нормального распределения, однако до расчетной вероятностной модели они не доведены.

Результаты 298 экспериментов на двух сплавах алюминия, в том числе на примененном в настоящей работе сплаве Д16Т, опубликованы в [1], где построены распределения деформации образцов в различные длительности испытаний, которые аппроксимированы законом нормального распределения. Эти данные можно использовать для построения вероятностной модели длительной прочности, но не для модели локализации деформаций.

Следовательно, перечислены работы, в которых строятся либо вероятностные модели длительной прочности, либо детерминированные критерии образования шейки, но автору не известны экспериментально-теоретические работы, в которых, во-первых, экспериментально определены моменты локализации деформаций, а во-вторых, построены вероятностные модели образования шейки. Настоящая работа посвящена решению этой проблемы.

Постановка эксперимента. Натурные испытания проводились в НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова на испытательной машине ИМЕХ-5, поддерживающей заданную высокую температуру в рабочем объеме нагревательной печи и растягивающее усилие, создаваемое грузами на нижней платформе машины. В начальный момент времени с помощью грузов создавалось растягивающее напряжение σ_0 , и в дальнейшем число грузов оставалось постоянным.

В качестве образцов были использованы плоские образцы прямоугольного поперечного сечения из сплава Д16Т стандартной формы. Размеры рабочей части образцов: длина $l_0 = 44$ мм, ширина $w_0 = 9$ мм, толщина $h_0 = 1,3$ мм. Испытания проводились при постоянной температуре 400 °С с постоянной растягивающей нагрузкой. Растягивающие напряжения σ_0 в начальный момент времени в различных испытаниях принимали значения $\sigma_0 = \sigma_j$, где $j = 26, 16, 12, 10$ — перечисление групп при разном начальном напряжении σ_0 : $\sigma_{26} = 25,8$ МПа, $\sigma_{16} = 16,3$ МПа,

$\sigma_{12} = 12,4$ МПа, $\sigma_{10} = 10,0$ МПа. Некоторые данные приведены в таблице. При каждом напряжении σ_j число испытаний составляет n_j , например, значение $n_{16} = 7$. Экспериментальные кривые приведены в работе [14]. Метод, описанный в работе [15], использован для получения данных о моменте появления шейки.

Значения времени t' до разрушения и времени локализации τ при различных начальных напряжениях σ_j и параметре k^i в критерии Ω_5

Номер эксперимента	σ_0 , МПа	t' , с	τ , с, при k^i , МПа			
			0,3	0,7	1,0	1,4
1	25,8 (σ_{26})	553	342	404	437	488
2		802	331	485	531	619
3		495,7	393	421	439	446
4		625,5	393	443	499	524
5		879	483	661	720	804
6		629	298	407	460	524
7	16,3 (σ_{16})	4522	2512	3392	3636	3930
8		4537	2782	3788	4040	4127
9		3455	2695	2695	3191	3358
10		3500	1635	2530	2708	2959
11		4629	1866	3089	3629	3902
12		5415	2685	3814	4210	4698
13		4081	2217	2893	3295	3543
14	12,4 (σ_{12})	6972	3657	5664	6018	6428
15		5439	2176	3614	4335	4690
16		7759	3188	5622	6434	6834
17		5139	3106	4001	4455	4730
18		12331	7492	10919	10957	11672
19		9349	5350	7365	7913	8434
20		14484	12245	13337	13651	13974
21	10,0 (σ_{10})	26716	22145	24842	25444	25974
22		33941	27541	30487	31765	32962
23		19476	16323	17260	17936	18698
24		26420	23111	25400	25400	25525

Измерительный прибор. Экспериментальные исследования проводились в закрытой печи, поэтому в основу системы измерения (рис. 1) был положен бесконтактный принцип измерения геометрических параметров образцов. На удалении, на котором влияние температуры уже несущественно, устанавливался фотоаппарат *Nikon D300S*, регистрирующий образец во время высокотемпературного деформирования. Геометрия образца и координаты реперных точек, являющихся пересечением реперных линий, вычислялись по полученным фотографиям.

Для обеспечения визуального доступа к образцу во время эксперимента в стенке печи было выполнено отверстие, закрытое оптическим кварцевым стеклом для исключения попадания холодного воздуха в пространство печи.

Одной из ключевых особенностей системы стала проблема освещения. Для четкого фотографирования образца в процессе деформирования при температуре 400...500 °С освещение его нагревательными тэнами было недостаточно. Лампа была помещена внутрь печи. Первоначально установили только одну лампу, но для повышения надежности в длительных экспериментах была установлена вторая лампа — дублирующая. Для повышения ресурса лампы — снижения ее нагрева в печи — включение освещения осуществляли незадолго до фотографирования, затем лампа выключалась. Качество полученного освещения и надежность работы системы позволили проводить длительные испытания.

Для получения оптимального числа кадров при различных интенсивностях деформирования одного или разных образцов разработан управляющий модуль, позволяющий проводить фотографирование через заданный интервал деформирования образца, в испытаниях применялось значение 1 кадр на каждые 0,1 мм растяжения образца.

Для обработки полученных фотографий был написан пакет программ (Распознаватель, Решатель и Постпроцессор), позволяющих в автоматическом или полуавтоматическом режиме распознавать образец на фотокадре, измерять геометрию его рабочей части, а также положение реперных точек на каждом кадре. С помощью решателя происходит преобразование полученных данных в метрическую геометрию, из которой при постпроцессинге получают графики интересующих величин. Кроме стандартных данных (удлинения $\Delta l(t)$ и деформации $\varepsilon(t)$), система также предоставляет распределение истинного напряжения $\sigma(t, x)$ вдоль рабочей части и радиус касательной окружности $R(t)$ в шейке и др.

Для обработки полученных фотографий был написан пакет программ (Распознаватель, Решатель и Постпроцессор), позволяющих в автоматическом или полуавтоматическом режиме распознавать образец на фотокадре, измерять геометрию его рабочей части, а также положение реперных точек на каждом кадре. С помощью решателя происходит преобразование полученных данных в метрическую геометрию, из которой при постпроцессинге получают графики интересующих величин. Кроме стандартных данных (удлинения $\Delta l(t)$ и деформации $\varepsilon(t)$), система также предоставляет распределение истинного напряжения $\sigma(t, x)$ вдоль рабочей части и радиус касательной окружности $R(t)$ в шейке и др.

Кривая ползучести и момент локализации. Важнейшей характеристикой, получаемой в экспериментальных исследованиях на ползучесть, является кривая ползучести $p(t)$. Основным интерес представляет информация о моменте локализации деформаций ползучести, соответствующем данной кривой. В работе [16] предложен критерий для определения момента появления шейки:

$$\Omega_5(t) = H \left[\sigma_3(t) - \sigma^0(t) - k_5 \right],$$

где H — функция Хевисайда; $\sigma_3(t) = \sigma_0 \frac{w_0 h_0}{w_{\min}(t) h_{\min}(t)}$ — максимальное напряжение в шейке; $\sigma^0(t) = \sigma_0 l(t)/l_0$ — однородное напряжение (при отсутствии шейки).

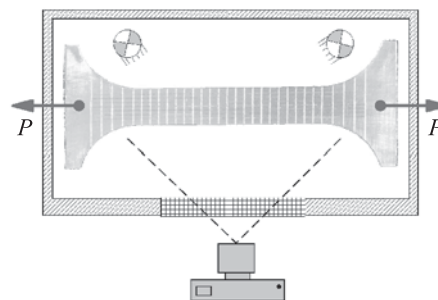


Рис. 1. Схема прибора для бесконтактных измерений

Вычислены моменты локализации при значениях параметра $k_5^{(i)}$: $k_5 = k_5^{(03)} = 0,3$ МПа, $k_5 = k_5^{(07)} = 0,7$ МПа, $k_5 = k_5^{(10)} = 1,0$ МПа и $k_5 = k_5^{(14)} = 1,4$ МПа, где верхний индекс i принимает значения (03), (07), (10), (14). Далее, для упрощения, нижний индекс «5» будет опущен, а верхний индекс не будет браться в скобки. Кривые ползучести для двух экспериментов (№ 17 и № 18) с обозначенными моментами локализации τ^i , соответствующими различным значениям параметра k^i , показаны на рис. 2. Данные по всем экспериментам приведены в таблице. Монотонно возрастающая зависимость момента локализации от k^i представлена на рис. 2, а. При сравнении зависимости, приведенной на рис. 2, а, с зависимостью, показанной на рис. 2, б, можно заметить, что при k^{07} и k^{10} моменты локализации практически совпадают. Такой случай соответствует быстрому развитию локализации и интенсивному процессу образования шейки в этот момент. Из проведенных экспериментов большинство соответствовало случаю, приведенному на рис. 2, а, случай, показанный на рис. 2, б, в основном характерен при значениях начального растягивающего напряжения σ_{12} . Возможная причина этого заключается в различном характере накопления поврежденности, выявленном в работе [17]. При небольших напряжениях накопление разрушения происходит в основном за счет перегруппировки элементов небольшого размера, а при относительно больших напряжениях — за счет перегруппировки гораздо более крупных частиц. Такое предположение о существовании двух или более независимых процессов ползучести обусловлено перестройкой элементов структуры различного уровня и (или) разрывом связей разной прочности.

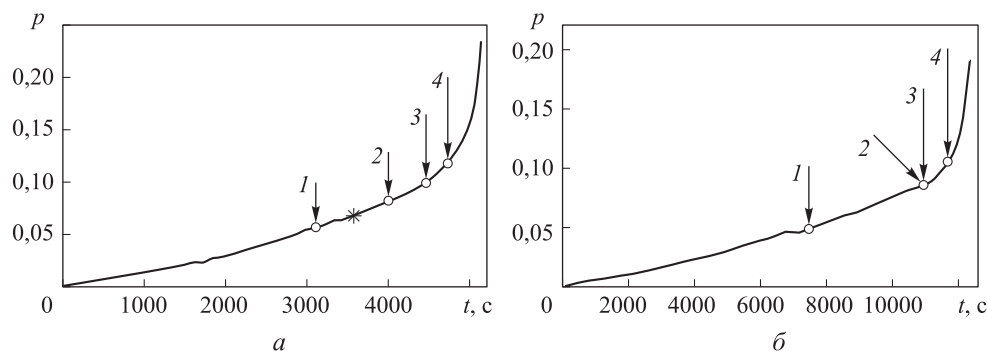


Рис. 2. Кривые ползучести $p(t)$ для экспериментов № 17 (а) и № 18 (б) с обозначенными точками локализации при различных значениях коэффициента k^i (знаком «*» обозначен вычисленный момент появления локализации для эксперимента № 17)

$$1 - \Omega_5(k^{03}); 2 - \Omega_5(k^{07}); 3 - \Omega_5(k^{10}); 4 - \Omega_5(k^{14})$$

Вероятностная модель появления локализации. Момент появления локализации τ зависит от множества параметров: температуры; структурных особенностей; геометрической формы и пр. Зафиксируем температуру испытаний, полагая, что она постоянна на всем протяжении испытаний, а накапливаемая

деформация не приводит к нагреву. Рассмотрим практическую модель для определения момента появления локализации как результат вероятностного процесса:

$$\tau = \tilde{G}(\sigma_0, k, t^*, r), \quad (1)$$

где \tilde{G} — некоторая функция; r — случайный параметр, равномерно распределенный на отрезке $[0, 1]$. Предположим, что время t^* до разрушения входит мультипликативно в функцию \tilde{G} , т. е. $\tau = t^* \tilde{G}(\sigma_0, k, r)$, тогда введем относительное время локализации

$$\bar{\tau} = \tau / t^* \quad (2)$$

и построим модель (1) в виде

$$\bar{\tau} = G(\sigma_0, k, r). \quad (3)$$

Определению времени t^* до разрушения посвящено множество работ и предложено много моделей ([18–21] и др.), в том числе вероятностных [11, 12], в настоящей работе определение времени до разрушения не рассмотрено.

Рассмотрим множество кривых ползучести $p(\bar{t})$ для всех экспериментов. Тогда на плоскости $p - \bar{t}$ можно выделить области, где расположение кривых наиболее вероятно при различных значениях σ_0 . Области на рис. 3, *a* обозначены при трех начальных напряжениях σ_{26} , σ_{16} , σ_{12} , так как кривых для каждого значения начального напряжения не очень много, области ограничены реальными кривыми $p(\bar{t})$, однако в центральной зоне каждой области располагается большинство реальных кривых. Сверху расположена область с максимальным начальным напряжением, снизу — область с минимальным напряжением, прослеживается явная монотонная зависимость при увеличении начального напряжения. Это может свидетельствовать о плавном включении и выключении соответствующих различных механизмов накопления поврежденности, описанных выше.

Для каждой кривой при фиксированном значении начального напряжения σ_0 , расположенного внутри соответствующей области, можно рассмотреть момент появления локализации по критерию Ω_5 при разных значениях k^i (см. таблицу), в результате получены четыре точки на каждой кривой, принадлежащей своей группе j . Построим дискретное распределение момента появления локализации по этим данным. Вычислим математическое ожидание (среднее значение) для каждой группы j при каждом значении коэффициента k^i :

$$\mu_j^i = \mu(\bar{\tau}_j^i) = \frac{1}{n_j} \sum_{n_j}^{n_j} (\bar{\tau}_j^i)$$

и значение несмещенного среднеквадратичного отклонения

$$s_j^i = s(\bar{\tau}_j^i) = \sqrt{\frac{1}{n_j} \sum_{n_j}^{n_j} (\bar{\tau}_j^i - \mu_j^i)^2}.$$

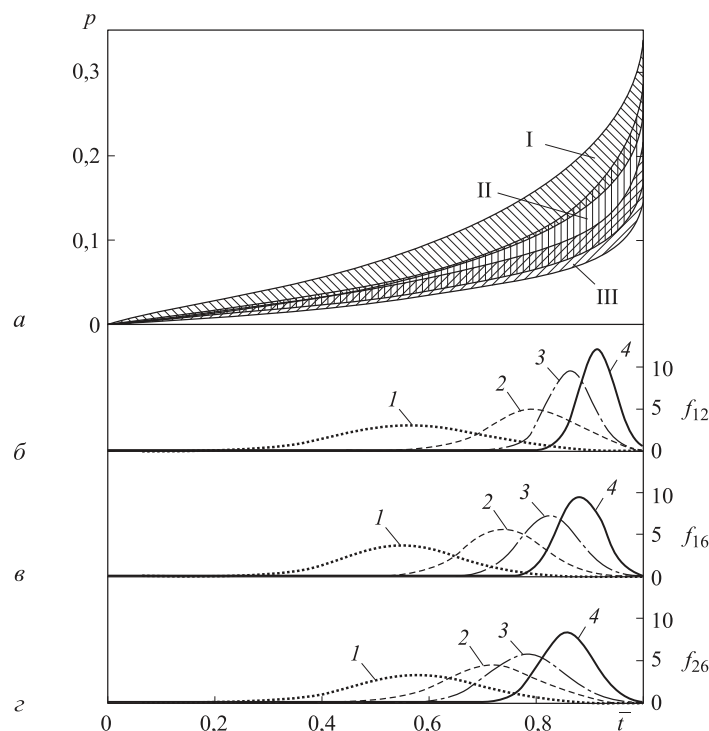


Рис. 3. Области расположения кривых $p(\bar{t})$ (а) при начальном напряжении σ_{26} (I — верхняя область), при σ_{16} (II — центральная область) и при σ_{12} (III — нижняя область); распределение трех плотностей относительных моментов появления локализации f_{12} (б), f_{16} (в), f_{26} (г) при k^{03} (1), k^{07} (2), k^{10} (3) и k^{14} (4)

Полагаем, что гипотетическое среднее $\bar{\mu}_j^i$ и гипотетическое среднеквадратическое отклонение \bar{s}_j^i равны эмпирическому среднему μ_j^i и эмпирическому среднеквадратическому отклонению s_j^i , поскольку величины μ_j^i и s_j^i являются лишь приближенными оценками точных значений.

Аппроксимация $\bar{\tau}_j^i$ законом нормального распределения. Можно показать, что $\bar{\tau}_j^i$ распределены по нормальному закону с помощью критерия согласия Пирсона, поэтому предположим, что при числе испытаний, стремящемся к бесконечности, дискретное распределение стремится к нормальному закону. Построим плотность распределения относительных моментов появления локализации $f_j^i(\bar{t})$ для каждого значения σ_j при различных k^i :

$$f_j^i(\bar{t}) = \frac{1}{s_j^i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\bar{t} - \mu_j^i)^2}{2(s_j^i)^2}}. \quad (4)$$

Указанные зависимости показаны на рис. 3, б–г.

Следует отметить, что при монотонном изменении параметров k^i и σ_j также монотонно изменяются кривые распределения плотностей моментов появления локализации, что соответствует монотонному изменению параметров μ и s (кроме двух точек). Рассмотрим зависимости $\mu(\sigma_0)$ и $s(\sigma_0)$ при различных значениях k^i (рис. 4) и построим для них аппроксимирующие кривые.

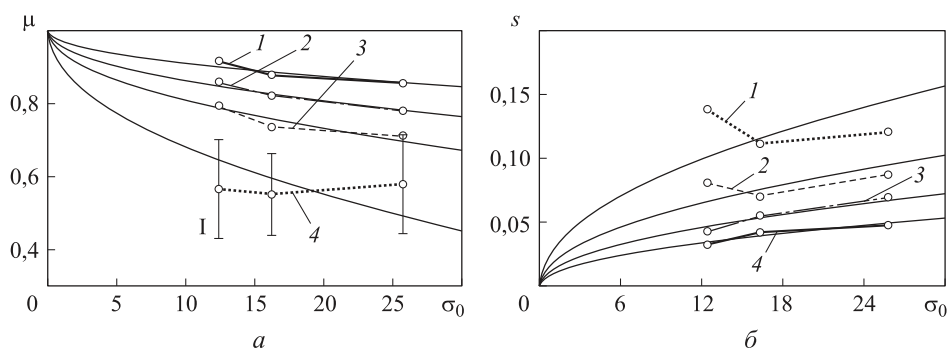


Рис. 4. Зависимости $\mu(\sigma_0)$ (а) и $s(\sigma_0)$ (б) при k^{03} (1), k^{07} (2), k^{10} (3) и k^{14} (4) (I — доверительный интервал для k^{03}) и аппроксимирующие кривые (тонкие линии)

Рассматривая зависимости $\mu(\sigma_0)$, можно ожидать, что это убывающие функции, причем при стремлении начального напряжения к нулю время до разрушения стремится к бесконечности, т. е. $\mu \rightarrow 1$. Поскольку простой вид функции предпочтительнее для прикладных расчетов, будем искать аппроксимацию μ_j^i в виде степенной функции с одной константой A_{μ}^i :

$$\mu(\sigma_0) = 1 - A_{\mu}^i (\sigma_0)^{1/2}. \quad (5)$$

Аппроксимируя значения μ_j^i методом наименьших квадратов для каждого k^i , получаем соответствующие коэффициенты A_{μ}^i . Аппроксимирующие кривые $\mu(\sigma_0)$ показаны тонкой линией на рис. 4, а. Следует отметить, что если ввести вторую константу — показатель степени, то можно получить меньшую суммарную погрешность аппроксимации по четырем кривым. Во-первых, дополнительная константа модели усложняет ее определение из экспериментальных данных, а во-вторых, если рассмотреть разброс значений μ_j^{03} , соответствующих доверительному интервалу, и показать соответствующими вертикальными интервалами на кривой рис. 4, а, то аппроксимирующая кривая полностью укладывается в этот доверительный интервал.

Аналогичным образом рассмотрим зависимость $s(\sigma_0)$. Можно ожидать, что это возрастающая функция и при $\sigma \rightarrow 0$ дисперсия $s \rightarrow 0$. Исходя из тех же соображений, будем искать аппроксимацию в виде степенной функции с одной константой:

$$s(\sigma) = A_s^i (\sigma_0)^{1/2}. \quad (6)$$

Аппроксимирующие кривые $s(\sigma_0)$ показаны тонкой линией на рис. 4, б.

Для учета коэффициента чувствительности k^i в модели найдем зависимости $A_\mu(k^i)$ и $A_s(k^i)$. Очевидно, что данные зависимости при $k \rightarrow \infty$ должны стремиться к нулю: $\lim_{k \rightarrow \infty} A_\mu(k^i) \rightarrow 0$, $\lim_{k \rightarrow \infty} A_s(k^i) \rightarrow 0$, а при $k \rightarrow 0$: $\lim_{k \rightarrow 0} A_\mu(k^i) \rightarrow \infty$ и $\lim_{k \rightarrow 0} A_s(k^i) \rightarrow \infty$. Для такого вида зависимостей хорошо подходят степенные функции

$$A_\mu(k) = B_\mu k^{-\gamma}; \quad A_s(k) = B_s k^{-\gamma}. \quad (7)$$

Для сокращения числа материальных констант показатель степени γ берет-ся один и тот же, поэтому получим

$$B_\mu = 0,03851; \quad B_s = 0,01147; \quad \gamma = 1/1,2. \quad (8)$$

Аппроксимирующие кривые (тонкие линии) и исходные зависимости (кривые 1, 2) приведены на рис. 5.

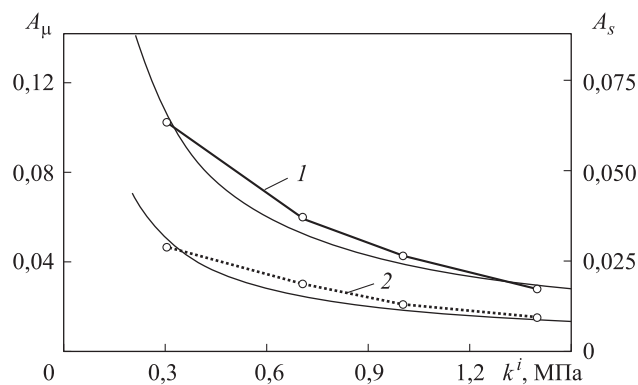


Рис. 5. Зависимости A_μ (1) и A_s (2) от k^i (тонкими линиями обозначены соответствующие аппроксимирующие кривые)

На основе построенных плотностей распределения моментов появления шейки f_j^i можно найти функции распределения моментов появления локализации:

$$F_j^i(\bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} f_j^i(x) dx, \quad (9)$$

откуда через введенный параметр r (равномерно распределенная случайная величина на отрезке $[0, 1]$) можно получить момент локализации \bar{t} по вероятностной модели при заданных значениях σ_j и k^i из решения уравнения:

$$r = F_j^i(\bar{t}). \quad (10)$$

При задании величины r как равномерно распределенной на отрезке $[0, 1]$ получаемые величины \bar{t} из (10) будут распределены в соответствии с естественным разбросом относительных моментов появления локализации.

Оценка надежности. Основная количественная характеристика надежности — вероятность работы под действием нагрузки длительное время без разрушения. Подобный расчет при изменяющейся во времени нагрузке выполнен в работе [22]. Для ползучести, когда нагрузка в основном постоянна, необходимо искать другой подход. Поэтому переформулируем количественную характеристику надежности как вероятность работы без образования локализации деформаций. Если предположить, что предельная деформация \hat{p} , при которой происходит локализация, является детерминированной величиной, то для отсутствия шейки достаточно, чтобы во всех точках образца неравенство $p(t) < \hat{p}$ было выполнено. Если хотя бы в одной точке выполнено $p(t) > \hat{p}$, то в этой точке происходит локализация деформаций. Поскольку деформация ползучести представляет собой неубывающую функцию, функция надежности $\xi(\bar{t})$, описывающая вероятность безотказной работы на отрезке $[0, \bar{t}]$, равна вероятности нахождения случайной функции $p(t)$ в допустимой области $(0, \hat{p})$ и определяется формулой $\xi(\bar{t}) = \xi\{p(\bar{t}) \in (0, \hat{p})\}$.

Вследствие особенностей построения плотности момента образования локализации f_j^i на нормированных данных — относительное время образования шейки, функция f_j^i является функцией плотности вероятности момента появления шейки, откуда можно получить, что вероятность появления шейки $\xi(\bar{t})$ к моменту \bar{t} при заданных σ_j и k^i можно вычислить как

$$\xi(\bar{t}) = F_j^i(\bar{t}) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\bar{t} - \mu_j^i}{\sqrt{2}s_j^i} \right) \right], \quad (11)$$

т. е. сравнивая (11) и (10), получаем, что фактически параметр r задает вероятность появления локализации. Интегрируя плотность распределения вероятностей (выражение (9)) от \bar{t}_0 до \bar{t}_1 , можно определить вероятность, что шейка в образце сформируется в интервал времени $[\bar{t}_0, \bar{t}_1]$.

Пример расчета момента локализации деформаций по вероятностной модели. Полный алгоритм расчета времени локализации приведен ниже. Для примера рассмотрен расчет времени образования шейки для использованного в испытаниях алюминиевого сплава.

Задаются коэффициент чувствительности k и начальное растягивающее напряжение σ_0 . Из практических соображений коэффициент k следует выбирать из отрезка $[0,2, 1]$. Для примера возьмем центральное значение $k = 0,6$ МПа и $\sigma_0 = 20$ МПа.

По формулам (7) определяются коэффициенты A_μ и A_s . Для $k_s = 0,6$ МПа $A_\mu = 0,0589$ и $A_s = 0,0176$.

По формулам (5) и (6) вычисляются математическое ожидание и дисперсия: $\mu(20) = 0,7364$ и $s(20) = 0,07852$.

Задается случайное число r , и по (10) рассчитывается момент появления локализации. Для примера возьмем $r = 0,3$, тогда $\bar{t} = 0,6948$.

По одной из известных методик [18, 19, 21] находим время t^* до разрушения, с помощью которого находится абсолютное время локализации по (2). Для приведенной на рис. 2, а кривой деформации ползучести время локализации $\bar{\tau}_{17} = 3570$ с. Этот момент времени обозначен «*» на кривой (см. рис. 2, а).

По (11) рассчитывается вероятность образования шейки.

Для приведенного примера при значениях $k = 0,6$ МПа и $\sigma_0 = 20$ МПа по вероятностной модели время локализации $\bar{\tau} = 69$ %, среднее время локализации — 73 % от времени до разрушения, при этом 95,5 % всего времени локализации при данных начальных значениях попадут в интервал [57, 89] %. Распределение вероятности появления локализации для эксперимента № 17 (кривая ползучести, см. рис. 2, а) приведено на рис. 6.

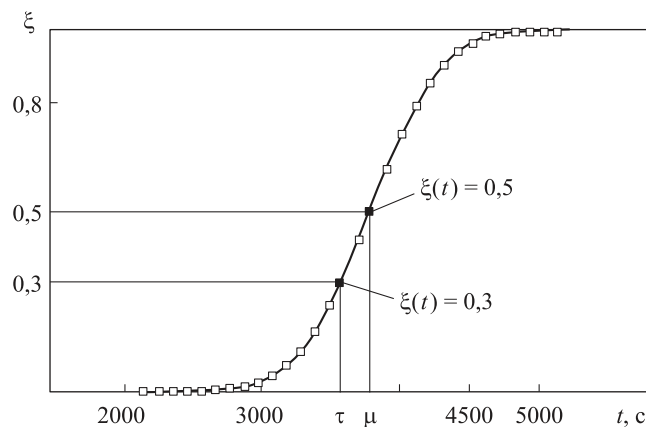


Рис. 6. Распределение вероятности появления локализации (показаны две точки, соответствующие $\xi(t) = 0,3$ ($t = \tau$) и $\xi(t) = 0,5$ ($t = \mu$))

Заключение. Экспериментально измерены моменты образования шейки в растягиваемых плоских образцах при высокотемпературной ползучести (см. таблицу). Испытания проведены в широком диапазоне изменения уровней начального напряжения ($\sigma_{\max} / \sigma_{\min} = 2,5$), а измерения моментов образования локализации — при различной чувствительности критерия образования шейки.

Предположено, что при фиксированной температуре испытания момент образования локализации зависит от начального напряжения, чувствительности критерия образования шейки и случайного параметра. Разброс значений момента появления локализации подчиняется нормальному закону распределения относительно среднего момента образования шейки. Поэтому полученный разброс значений экспериментальных моментов локализации описан вероятностной моделью через введение функции плотности вероятностей появления шейки на основе закона нормального распределения. Вероятностный момент образования шейки определяется из численного решения выражения (10). Вычислена теоретическая вероятность появления шейки в заданный интервал времени и описан метод оценки надежности (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А.П., Трубий В.А. Исследование разброса кривых ползучести // ПМТФ. 1972. № 5. С. 188–192.
2. Chalal H., Abed-Meraim F. Numerical predictions of the occurrence of necking in deep drawing processes // Metals. 2017. No. 7. P. 455–473. DOI: 10.3390/met7110455
3. Chalal H., Abed-Meraim F. Determination of forming limit diagrams based on ductile damage models and necking criteria // Latin American Journal of Solids and Structures. 2017. Vol. 14. P. 1872–1892.
4. Swift H. Plastic instability under plane stress // J. Mechanics Physics Solids. 1952. Vol. 1. Iss. 1. P. 1–18. DOI: 10.1016/0022-5096(52)90002-1
5. Hill R. On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets // J. Mechanics Physics Solids. 1952. Vol. 1. Iss. 1. P. 19–30. DOI: 10.1016/0022-5096(52)90003-3
6. Hora P., Tong L., Reissner J. A prediction method for ductile sheet metal failure in FE-simulation // Proc. NUMISHEET'96 Conf. 1996. P. 252–256.
7. Michel B., Patrice C. Predictions of necking with analytical criteria and comparisons with experimental // Materials Processing and Design. Modeling, Simulation and Applications. NUMIFORM'07. 2007. Vol. 908. P. 81–89.
8. Nirmal K. Constant-load tertiary creep in nickel-base single crystal superalloys // Materials Science and Engineering: A. 2006. Vol. 432. Iss. 1-2. P. 129–141. DOI: 10.1016/j.msea.2006.05.134
9. Malygin G. Influence of the grain size on the resistance of micro- and nanocrystalline metals against the neck like localization of plastic deformation // Physics of the Solid State. 2011. Vol. 53. Iss. 2. P. 363–368. DOI: 10.1134/S1063783411020168
10. Srinivas B., Janaki P., Ganesh R. Application of a few necking criteria in predicting the forming limit of unwelded and tailor-welded blanks // J. Strain Analysis. Eng. Des. 2009. Vol. 45. Iss. 2. P. 79–96. DOI: 10.1243/03093247JSA562
11. Веклич Н.А. Теоретико-вероятностное моделирование процесса ползучести образцов при одноосном растяжении // Проблемы прочности. 2013. № 2. С. 80–90.
12. Дояр И.А., Пошивалов В.П. Вариант вероятностной оценки времени до разрушения при ползучести // Техн. механика. 2013. № 2. С. 99–108.
13. Lehmayr B., Staudacher S. A statistical model for scatter representation in stress life curves // FFEMS. 2012. Vol. 35. Iss. 4. P. 347–358. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2011.01625.x
14. Терауд В.В., Валисовский Н.Е. Экспериментальные исследования особенностей локализации деформаций плоских образцов, растягиваемых при высокотемпературной ползучести // Машиностроение и инженерное образование. 2015. № 2. С. 40–47.
15. Терауд В.В. Экспериментальные критерии образования локализации деформаций ползучести в прямоугольных образцах при высокой температуре // Вестник машиностроения. 2017. № 7. С. 28–34.
16. Teraud W. Localization of the creep in rectangular samples at high temperature // Russian Engineering Research. 2017. Vol. 37. Iss. 10. P. 850–856. DOI: 10.3103/S1068798X17100215
17. Баренблатт Г.И., Володченко В.А., Керштейн И.М., Павлов Д.Я. Изотермическое распространение шейки в полимерах. Сопоставление с процессом ползучести // МТТ. 1974. № 5. С. 144–156.
18. Lokoshchenko A.M. Creep and long-term strength of metals. CRC Press, 2018. 564 p.

19. Новиков А.П., Воронин А.И., Пурикова И.А., Димитрюк Ю.С. Высокотемпературная ползучесть и длительная прочность жаропрочных сплавов при сложных температурно-временных режимах нагружения. Невинномысск: НГГТИ, 2011. 243 с.
20. Хохлов А.В. Анализ общих свойств кривых ползучести при ступенчатых нагружениях, порождаемых нелинейным соотношением Работнова для вязкоупругопластичных материалов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2017. № 3. С. 93–123. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-3-93-123
21. Радченко В.П., Небогина Е.В., Андреева Е.А. Структурная модель разупрочняющегося при ползучести материала в условиях сложного напряженного состояния // Вестник Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2009. № 1. С. 75–84.
22. Павлов И.В. Вероятностная модель оценки прочности изделий по результатам испытаний их фрагментов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2009. № 3. С. 66–83.

Терауд Валентин Викторович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории «Ползучесть и длительная прочность» НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова (Российская Федерация, 119192, Москва, Мичуринский пр-т, д. 1), старший научный сотрудник ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН (Российская Федерация, 117342, Москва, Профсоюзная ул., д. 65).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Терауд В.В. Экспериментальное измерение момента образования шейки и ее описание с помощью вероятностной модели // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2018. № 5. С. 83–98. DOI: 10.18698/1812-3368-2018-5-83-98

EXPERIMENTAL MEASUREMENT OF NECK FORMATION TIME AND ITS PROBABILISTIC MODEL DESCRIPTION

W.V. Teraud

ldrnww@gmail.com

**Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation
V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation**

Abstract

The paper considers the phenomenon of strain localisation (neck formation) in flat tensile specimens undergoing high-temperature creep. Localisation is known to cause the material to lose its bearing strength, becoming unable to withstand the loads applied; subsequent strain mostly occurs locally in the neck. Only approximate theoretical estimates of neck formation time are possible during such testing. Our experiments investigated flat aluminium alloy specimens using an original instrument for non-contact high-temperature measurements that allowed us to measure the specimen geometry and displacement of its surface points over the course of our high-temperature experiment. We

Keywords

Experiment, creep, necking, non-contact measurement, probabilistic model

obtained experimental neck formation times for various initial tensile stresses and values of the parameter indicating sensitivity to necking. We considered the natural distribution of creep data in terms of statistics. We used the normal distribution to develop a probability density model of neck formation time. We computed theoretical probability of neck formation during a given period of time and described a method for estimating reliability, that is, work not involving strain localisation

Received 23.04.2018

© BMSTU, 2018

The study was partially supported by RFBR grant (project no. 16-38-60200) and grant of the President of the Russian Federation (MK-4321.2018.1)

REFERENCES

- [1] Kuznetsov A.P., Trubiy V.A. The spread in creep curves. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1972, vol. 13, iss. 5, pp. 760–763. DOI: 10.1007/BF00850895
- [2] Chalal H., Abed-Meraim F. Numerical predictions of the occurrence of necking in deep drawing processes. *Metals*, 2017, no. 7, pp. 455–473. DOI: 10.3390/met7110455
- [3] Chalal H., Abed-Meraim F. Determination of forming limit diagrams based on ductile damage models and necking criteria. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2017, vol. 14, pp. 1872–1892.
- [4] Swift H. Plastic instability under plane stress. *J. Mechanics Physics Solids*, 1952, vol. 1, iss. 1, pp. 1–18. DOI: 10.1016/0022-5096(52)90002-1
- [5] Hill R. On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. *J. Mechanics Physics Solids*, 1952, vol. 1, iss. 1, pp. 19–30. DOI: 10.1016/0022-5096(52)90003-3
- [6] Hora P., Tong L., Reissner J. A prediction method for ductile sheet metal failure in FE-simulation. *Proc. NUMISHEET'96 Conf.*, 1996, pp. 252–256.
- [7] Michel B., Patrice C. Predictions of necking with analytical criteria and comparisons with experimental. *Materials Processing and Design. Modeling, Simulation and Applications. NUMIFORM'07*, 2007, vol. 908, pp. 81–89.
- [8] Nirmal K. Constant-load tertiary creep in nickel-base single crystal superalloys. *Materials Science and Engineering: A*, 2006, vol. 432, iss. 1-2, pp. 129–141. DOI: 10.1016/j.msea.2006.05.134
- [9] Malygin G. Influence of the grain size on the resistance of micro and nanocrystalline metals against the neck like localization of plastic deformation. *Physics of the Solid State*, 2011, vol. 53, iss. 2, pp. 363–368. DOI: 10.1134/S1063783411020168
- [10] Srinivas B., Janaki P., Ganesh R. Application of a few necking criteria in predicting the forming limit of unwelded and tailor-welded blanks. *J. Strain Analysis. Eng. Des.*, 2009, vol. 45, iss. 2, pp. 79–96. DOI: 10.1243/03093247JSA562
- [11] Veklich N.A. Probability-theoretical simulation of creep in uniaxial tension of specimens. *Strength of Materials*, 2013, vol. 45, iss. 2, pp. 179–186. DOI: 10.1007/s11223-013-9445-2
- [12] Doyar I.A., Poshivalov V.P. A variant of probabilistic estimation of time to fracture in creep. *Tekhn. Mekhanika* [Technical Mechanics], 2013, no. 2, pp. 99–108 (in Russ.).
- [13] Lehmayr B., Staudacher S. A statistical model for scatter representation in stress life curves. *FFEMS*, 2012, vol. 35, iss. 4, pp. 347–358. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2011.01625.x

- [14] Teraud V.V., Valisovskiy N.E. Experimental research of particularities of strain localization in the plane tensile specimens at high temperature creep. *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie*, 2015, no. 2, pp. 40–47 (in Russ.).
- [15] Teraud V.V. Experimental criteria of creep deformations localization in rectangular specimens at high temperatures. *Vestnik mashinostroeniya*, 2017, no. 7, pp. 28–34 (in Russ.).
- [16] Teraud W. Localization of the creep in rectangular samples at high temperature. *Russian Engineering Research*, 2017, vol. 37, iss. 10, pp. 850–856. DOI: 10.3103/S1068798X17100215
- [17] Barenblatt G.I., Volodchenkov V.A., Kershteyn I.M., Pavlov D.Ya. Isothermal spread of neck in polymers. Comparison with the creep process. *MTT*, 1974, no. 5, pp. 144–156 (in Russ.).
- [18] Lokoshchenko A.M. Creep and long-term strength of metals. CRC Press, 2018. 564 p.
- [19] Novikov A.P., Voronin A.I., Purikova I.A., Dimitryuk Yu.S. Vysokotemperaturnaya polzuchest' i dlitel'naya prochnost' zharoprochnykh splavov pri slozhnykh temperaturno-vremennyykh rezhimakh nagruzheniya [High-temperature creep and long-term strength of heat-resistant alloys in complex temperature-time loading modes]. Nevinnomyssk, NGGTI Publ., 2011. 243 p.
- [20] Khokhlov A.V. Analysis of creep curves general properties under step loading generated by the Rabotnov nonlinear relation for viscoelastic plastic materials. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], no. 3, pp. 93–123 (in Russ.). DOI: 10.18698/1812-3368-2017-3-93-123
- [21] Radchenko V.P., Nebogina E.V., Andreeva E.A. Structural model of material softening at creep under complex stress conditions. *Vestn. Sam. Gos. Tekhn. Un-ta. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences], 2009, no. 1, pp. 75–84 (in Russ.).
- [22] Pavlov I.V. Probability model of strength estimation of articles by results of testing of their fragments. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2009, no. 3, pp. 66–83 (in Russ.).

Teraud V.V. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Fellow, Laboratory of Creep and Creep-Rupture Strength, Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University (Michurinskiy prospekt 1, Moscow, 119192 Russian Federation); Senior Research Fellow, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences (Profsoyuznaya ul. 65, Moscow, 117342 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Teraud W.V. Experimental Measurement of Neck Formation Time and its Probabilistic Model Description. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Estestv. Nauki* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Nat. Sci.], 2018, no. 5, pp. 83–98 (in Russ.).
DOI: 10.18698/1812-3368-2018-5-83-98