УДК 537.6 DOI: 10.18698/1812-3368-2019-1-37-47

КРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СИСТЕМ С КОНКУРЕНЦИЕЙ МЕЖДУ БЛИЗКОДЕЙСТВИЕМ И ДАЛЬНОДЕЙСТВИЕМ

С.В. Белим sbelim@mail.ru

ФГБОУ ВО «ОмГУ им. Ф.М. Достоевского», Омск, Российская Федерация

Аннотация

Для ряда ферромагнетиков наблюдается отклонение критического поведения от предсказываемого моделью Изинга, *XY*-моделью или моделью Гейзенберга. Это отклонение может быть объяснено наличием дополнительных дальнодействующих сил, конкурирующих с обычным обменным взаимодействием. Конкуренция взаимодействий приводит к появлению новых классов универсальности критического поведения. В рамках теоретико-полевого подхода исследовано критическое поведение систем с конкуренцией между близкодействующими и дальнодействующими силами. Рассмотрен случай степенной зависимости дальнодействующих сил от расстояния $r^{-D-\sigma}$, при этом $1{,}5 < \sigma < 2{,}0$. Для этих значений существует особый режим критического поведения. Выражения для вершинных функций получены в двухпетлевом приближении непосредственно в трехмерном пространстве ($D = 3$). Для всех величин получены асимптотические ряды в линейном приближении по параметрам дальнодействия. К асимптотическим рядам применен метод суммирования Паде — Бореля. Вычислены зависимости устойчивых фиксированных точек и критических индексов от параметров дальнодействия при малых значениях относительной эффективности дальнодействия. Исследована зависимость критических индексов от показателя степенного закона и относительной интенсивности дальнодействия. Проведено сравнение с экспериментальными значениями критических индексов для манганитов. На основе экспериментальных значений для критического индекса γ вычисле-

Ключевые слова

Фазовые переходы второго рода, критические явления, эффекты дальнодействия, теоретико-полевой подход

ны параметры дальнодействия. Из параметров дальнодействия получены значения индекса β, который сравнивается с опытным значением. Показано хорошее согласие полученных теоретических результатов с экспериментальными данными

Поступила 23.04.2018

Введение. Критическое поведение вблизи линии фазового перехода второго рода для некоторых материалов не соответствует классам универсальности модели Изинга, *XY*-модели или модели Гейзенберга. Такое несоответствие можно объяснить наличием дополнительного взаимодействия между спинами, убывающего с расстоянием по степенному закону, причем в достаточно узкой области значений температуры вблизи точки Кюри дальнодействующие силы становятся доминирующими.

Экспериментально эффекты дальнодействия при фазовом переходе парамагнетик–ферромагнетик наблюдались в манганитах. Температуру Кюри, магнитные и транспортные свойства указанных материалов можно настроить, изменив уровень легирования [1, 2], размер частиц [3, 4], стехиометрию кислорода [5, 6], схему синтеза [7, 8], приложенное магнитное или электрическое поле, а также давление [9, 10].

Исследование систем с доминирующим дальнодействием аналитически в рамках теоретико-полевого подхода в работах [11–14] и численно методом Монте-Карло [15, 16] показало, что режим критического поведения определяется скоростью убывания силы взаимодействия с расстоянием и отличается от поведения близкодействующих систем. Однако компьютерное моделирование в трехмерном пространстве систем с конкуренцией между близкодействием и дальнодействием [17] выявило существование переходной области, в которой реализуется режим критического поведения, определяемый не только скоростью убывания сил с расстоянием, но и их относительной интенсивностью.

Цель работы — теоретико-полевое описание критического поведения в магнетиках с конкуренцией между близкодействующими и дальнодействующими силами.

Теоретико-полевое описание системы. Гамильтониан системы с учетом эффектов дальнодействия может быть записан в виде

$$H = \int d^D r \left(\frac{1}{2} \left(\tau_0 + \nabla^2 + b r^{-D-\sigma} \right) S^2(r) + u_0 \left(S^2(r) \right)^2 \right),$$

где $\tau_0 \sim |T - T_{cr}|$, T_{cr} — критическая температура; $S(r)$ — флуктуации n-мерного параметра порядка; D — размерность пространства; ∇ — оператор Лапласа; b, σ — параметры дальнодействия; u_0 — положительная константа. Критическое поведение существенно зависит от параметров b и σ. Параметр b определяет относительное влияние дальнодействующих сил по сравнению с обменным взаимодействием, параметр σ задает скорость убывания дальнодействующих сил с расстоянием. Как показано в работе [11], влияние эффектов дальнодействия существенно при $0 < \sigma < 2$, а при $\sigma \geq 2$ критическое поведение системы эквивалентно поведению близкодействующих систем. В связи с этим далее ограничимся случаем $0 < \sigma < 2$.

Как уже было отмечено, существует область вблизи линии фазового перехода, в которой дальнодействующие силы доминируют и близкодействием можно пренебречь. Рассмотрим область конкуренции между дальнодействием и близкодействием, причем дальнодействующие силы играют роль малого возмущения. В связи с этим ограничимся случаем $0 < b < 1$.

Переходя к фурье-образам, получаем гамильтониан

$$H = \int d^D q \left(\frac{1}{2} \left(\tau_0 + q^2 + b q^\sigma \right) S_q S_{-q} \right) + \int d^D q_1 d^D q_2 d^D q_3 S_{q1} S_{q2} S_{q3} S_{-q1-q2-q3}.$$

Свободный пропогатор системы будет иметь вид

$$G_0(\tau_0, b, q) = \frac{1}{\tau_0 + q^2 + b q^\sigma}.$$

С учетом малости значений параметра b можно разложить выражение для пропогатора в ряд и ограничиться линейными слагаемыми:

$$G_0(\tau_0, b, q) = \frac{1}{\tau_0 + q^2} \left(1 - \frac{b q^\sigma}{\tau_0 + q^2} \right).$$

Поведение системы в критическом режиме определяется значением эффективных зарядов в неподвижной точке ренорм-группового преобразования: $\tau_0 = \mu^2 \tau Z_\tau$; $S_q^{(0)} = S_q Z^{1/2}$; $u_0 = \mu^{4-D} u Z_u$. Параметр μ вводится для приведения величин к безразмерному виду. Z-факторы (Z, Z_τ, Z_u) показывают изменение эффективных зарядов при ренорм-групповом преобразовании.

На основе техники диаграмм Фейнмана были построены вершинные функции $\Gamma^{(2)}$ и $\Gamma^{(4)}$. Z-факторы могут быть вычислены исходя из условий нормировки:

$$Z \frac{\partial}{\partial k^2} \Gamma^{(2)}(k) \big|_{k^2=0} = 1;$$

$$Z^2\Gamma^{(4)}(k)\big|_{k^2=0}=\mu^{4-D}u.$$

Вычисления проводились в двухпетлевом приближении. Далее определялись скейлинговые β- и γ-функции, задающие дифференциальное уравнение реном-группы:

$$\left(\mu\frac{\partial}{\partial\mu}+\beta\frac{\partial}{\partial u}-\gamma_\tau\frac{\partial}{\partial\tau}-\gamma_\varphi\frac{n}{2}\mu\frac{\partial Z}{\partial\mu}\right)\Gamma^{(m)}=0.$$

Выражения для скейлинговых функций:

$$\beta=-\Big(1-4\left(n+8\right)v+\Big(64\left(5n+22\right)\left(2\overline{J_1}-1\right)-128\left(n+2\right)\overline{G_0}\Big)v^2\Big);$$

$$\gamma_\tau=-2\left(n+2\right)v+48\left(n+2\right)\left(2\overline{J_1}-1-\overline{G_0}/3\right)v^2;$$

$$\gamma_\varphi=64\left(n+2\right)\overline{G_0}v^2;$$

$$J_0=\int G(q)\,G(-q)\,d^Dq;\;\; v=uJ_0;$$

$$J_1=\int\int G\left(q\right)G\left(-q\right)G\left(p\right)G\left(-p+q\right)d^Dqd^Dp;$$

$$G_0=\frac{\partial}{\partial k^2}\int G\left(q\right)G\left(p\right)G\left(k-p-q\right)d^Dqd^Dp\big|_{k^2=0};$$

$$\overline{J_1}=J_1/J_0^2;\;\; \overline{G_0}=G_0/J_0^2.$$

При вычислении интегралов использовалось разложение по параметру b. Вычисления проводились в линейном приближении:

$$\overline{J_1}=\frac{2}{3}\left(1-bD(\sigma)\right);\;\; \overline{G_0}=\frac{2}{27}\left(1-bC(\sigma)\right).$$

Наибольший интерес, как показано в работе [13], представляет поведение системы в интервале значений $1{,}5 < \sigma < 2{,}0$. При значениях $\sigma \ge 2{,}0$ эффекты дальнодействия никак не влияют на режим критического поведения. При $\sigma \le 1{,}5$ в системе наблюдается среднеполевое поведение. В связи с этим представим параметр дальнодействия как $\sigma = 2 - \varepsilon$ и будем строить разложение не только по малому параметру b, но и по малому параметру ε. В этом случае, ограничиваясь линейными слагаемыми по малым параметрам b и ε, интегралы могут быть записаны как

$$\overline{J_1}=\frac{2}{3}+\varepsilon bj;\;\; \overline{G_0}=\frac{2}{27}+\varepsilon bg;$$
$$j=-0{,}136,\;\; g=-0{,}030.$$

Следует отметить, что в разложении значений интегралов отсутствует слагаемое, пропорциональное параметру b без множителя ε. Эти слагаемые обнуляются при вычислении отношений интегралов. Обнуление связано с тем, что при $\varepsilon = 0$ в системе фактически отсутствуют дальнодействующие силы и значения интегралов должны совпадать со значениями близкодействующих аналогов.

Режим критического поведения полностью определяется устойчивыми неподвижными точками ренорм-группового преобразования, которые могут быть найдены из условия равенства нулю β-функции: $\beta(v^*) = 0.$ Условием устойчивости является положительность производной β-функции в неподвижной точке:

$$\lambda = \frac{\partial}{\partial v}\beta(v^*) > 0.$$

Будем искать устойчивую неподвижную точку в виде ряда по малому параметру εb: $v^* = v_0 + \varepsilon b v_1.$ В этом случае β-функция имеет вид

$$\beta(v^*) = \beta(v_0) + \varepsilon b\Bigg(-v_1 + 8(n+8)v_1 v_0 - 128(5n+22)jv_0^3 - 64(5n+22)v_0^2 v_1 + \\ + \frac{256}{9}(n+2)v_0^2 v_1 + 128(n+2)gv_0^3\Bigg).$$

Величина v_0 соответствует устойчивой фиксированной точке близкодействующих систем, а поправка, связанная с дальнодействием, вычисляется как

$$v_1 = \frac{128\big((5m+22)j - (n+2)g\big)v_0^4}{-v_0 + 8(n+8)v_0^2 - \big(64(5n+22) - 256(n+2)/9\big)v_0^3}.$$

Известно, что ряды теории возмущений являются асимптотическими, а вершины взаимодействия флуктуаций параметров порядка во флуктуационной области достаточно велики. Поэтому к полученным рядам для скейлинговых функций был применен метод суммирования Паде — Бореля. При этом прямое и обратное преобразования Бореля имеют вид

$$f(v) = \sum_i c_i v^i = \int_0^\infty e^{-t}F(vt)\,dt;$$

$$F(v) = \sum_i \frac{c_i}{i!}v^i.$$

Для вычислений β-функции и знаменателя в выражении для v_1 был использован аппроксимант Паде [2/1].

Вычисления для моделей с различным значением параметра порядка позволили получить устойчивые фиксированные точки:

1) для модели Изинга (n = 1): $v^* = 0{,}044 - 0{,}056\varepsilon b$;

2) для XY-модели (n = 2): $v^* = 0{,}039 - 0{,}045\varepsilon b$;

3) для модели Гейзенберга (n = 3): $v^* = 0{,}035 - 0{,}035\varepsilon b$.

Поведение термодинамических функций вблизи линии фазового перехода второго рода определяется набором критических индексов. Индекс ν характеризует увеличение радиуса корреляции в окрестности критической точки

$$R_{cr} = A\,|\,T - T_{cr}\,|^{-\nu},$$

где A — некоторая константа; $\nu = \left(2 + \gamma_t\right)^{-1}$. Для вычисления значения ν использовалось преобразование Паде — Бореля с аппроксимантом [1/1].

Индекс Фишера η описывает поведение корреляционной функции в окрестности критической точки в пространстве волновых векторов $G(k) \propto k^{2+\eta}$, его значение может быть определено на основе скейлинговой функции γ_φ: $\eta = \gamma_\varphi(v^*)$.

Значения остальных критических индексов можно найти исходя из скейлинговых соотношений:

$$\alpha = 2 - \nu D,\ \beta = \frac{\nu}{2}\left(D - 2 + \eta\right),\ \gamma = \nu\left(2 - \eta\right).$$

Будем искать критические индексы также в виде разложения по малому параметру εb, ограничиваясь линейным членом. Для различных размерностей параметра получаем следующие выражения:

1) для модели Изинга (n = 1): $v = 0{,}629 - 0{,}042\varepsilon b$, $\eta = 0{,}028 - 0{,}060\varepsilon b$, $\gamma = 1{,}241 - 0{,}091\varepsilon b$, $\beta = 0{,}325 - 0{,}041\varepsilon b$, $\alpha = 0{,}113 + 0{,}126\varepsilon b$;

2) для XY-модели (n = 2): $v = 0{,}667 - 0{,}074\varepsilon b$, $\eta = 0{,}029 - 0{,}054\varepsilon b$, $\gamma = 1{,}316 - 0{,}110\varepsilon b$, $\beta = 0{,}345 - 0{,}112\varepsilon b$, $\alpha = -0{,}001 + 0{,}222\varepsilon b$;

3) для модели Гейзенберга (n = 3):
$v = 0{,}702 - 0{,}097\varepsilon b$, $\eta = 0{,}028 - 0{,}046\varepsilon b$, $\gamma = 1{,}3860 - 0{,}318\varepsilon b$, $\beta = 0{,}364 - 0{,}066\varepsilon b$, $\alpha = -0{,}106 + 0{,}291\varepsilon b$.

Сравнение теоретических и экспериментальных значений. Используем полученные результаты для расчета параметров дальнодействия манганитов на основе экспериментальных значений критических индексов. Определим значение параметра εb на основе экспериментального значения критического индекса γ, после чего вычислим значение индекса β и сравним его с экспериментальным. В работе [18] для малонаполненного Ga-манганита $Nd_{0,55}Sr_{0,45}Mn_{0,98}Ga_{0,02}O_3$ получено значение γ = 1,197. Для модели

Изинга с эффектами дальнодействия получено значение εb = 0,483 и β = 0,305, тогда как экспериментальное значение, вычисленное в работе [18], составляет β = 0,308. Для системы $La_{0,6}Pr_{0,1}Sr_{0,3}MnO_3$ γ = 1,26 ± 0,035 [19]. Используя модель Гейзенберга с эффектами дальнодействия, определяем εb = 0,286 и β = 0,345 при экспериментальном значении β = 0,354 ± 0,009. Для манганита $Pr_{0,8}Na_{0,1}K_{0,1}MnO_3$ γ = 1,29(4) [20], откуда εb = 0,20 и β = 0,322, что согласуется с экспериментальным значением β = 0,31(5).

Вывод. Сравнение экспериментальных и полученных в работе теоретических значений свидетельствует о том, что выбранное приближение достаточно хорошо описывает критическое поведение системы с эффектами дальнодействия.

ЛИТЕРАТУРА

[1] M'nassri R., Khelifi M., Rahmouni H., et al. Study of physical properties of cobalt substituted $Pr_{0.7}Ca_{0.3}MnO_3$ ceramics. *Ceram. Int.*, 2016, vol. 42, iss. 5, pp. 6145–6153. DOI: 10.1016/j.ceramint.2016.01.001

[2] Bettaibi A., M'nassri R., Selmi A., et al. Effect of chromium concentration on the structural, magnetic and electrical properties of praseodymium-calcium manganite. *J. Alloys Compd.*, 2015, vol. 650, pp. 268–276. DOI: 10.1016/j.jallcom.2015.05.161

[3] Lampen P., Puri A., Phan M.-H., et al. Structure, magnetic and magnetocaloric properties of amorphous and crystalline $La_{0.4}Ca_{0.6}MnO_{3+\delta}$ nanoparticles. *J. Alloys Compd.*, 2012, vol. 512, iss. 1, pp. 94–99. DOI: 10.1016/j.jallcom.2011.09.027

[4] M'nassri R., Chniba-Boudjada N., Cheikhrouhou A. Impact of sintering temperature on the magnetic and magnetocaloric properties in $Pr_{0.5}Eu_{0.1}Sr_{0.4}MnO_3$ manganites. *J. Alloys Compd.*, 2015, vol. 626, pp. 20–28. DOI: 10.1016/j.jallcom.2014.11.141

[5] Zhong W., Chen W., Au C.T., et al. Dependence of the magnetocaloric effect on oxygen stoichiometry in polycrystalline $La_{2/3}Ba_{1/3}MnO_{3-\delta}$. *J. Magn. Magn. Mater.*, 2003, vol. 261, iss. 1-2, pp. 238–243. DOI: 10.1016/S0304-8853(02)01479-8

[6] M'nassri R., Cheikhrouhou A. Evolution of magnetocaloric behavior in oxygen deficient $La_{2/3}Ba_{1/3}MnO_{3-\delta}$ manganites. *J. Supercond. Nov. Magn.*, 2014, vol. 27, iss. 6, pp. 1463–1468. DOI: 10.1007/s10948-013-2459-y

[7] Miao J.H., Yuan S.L., Ren G.M., et al. Effect of sintering temperature on electrical transport of $La_{0.67}Ca_{0.33}MnO_3$ granular system with 4 % CuO addition. *J. Alloys Compd.*, 2008, vol. 448, iss. 1-2, pp. 27–31. DOI: 10.1016/j.jallcom.2006.10.033

[8] Saadaoui F., M'nassri R., Omrani H., et al. Critical behavior and magnetocaloric study in $La_{0.6}Sr_{0.4}CoO_3$ cobaltite prepared by a sol–gel process. *RSC Adv.*, 2016, iss. 56, pp. 50968–50977. DOI: 10.1039/C6RA08132K

[9] Nagaev E.L. Colossal-magnetoresistance materials: manganites and conventional ferromagnetic semiconductors. *Phys. Rep.*, 2001, vol. 346, iss. 6, pp. 387–531. DOI: 10.1016/S0370-1573(00)00111-3

[10] Dagotto E., Hotta T., Moreo A. Colossal magnetoresistant materials: the key role of phase separation. *Phys. Rep*., 2001, vol. 344, iss. 1-2, pp. 1–153. DOI: 10.1016/S0370-1573(00)00121-6

[11] Fisher M.E., Ma S.-K., Nickel B.G. Critical exponents for long-range interactions. *Phys. Rev. Lett*., 1972, vol. 29, iss. 14, pp. 917–920. DOI: 10.1103/PhysRevLett.29.917

[12] Luijten E., Blöte H.W.J. Classical critical behavior of spin models with long-range interactions. *Phys. Rev. B*, 1997, vol. 56, iss. 14, pp. 8945–8958. DOI: 10.1103/PhysRevB.56.8945

[13] Белим С.В. Влияние эффектов дальнодействия на критическое поведение трехмерных систем. *Письма в ЖЭТФ*, 2003, т. 77, № 2, с. 118–120.

[14] Белим С.В. Влияние эффектов дальнодействия на критическое поведение неупорядоченных трехмерных систем. *Письма в ЖЭТФ*, 2003, т. 77, № 8, с. 509–512.

[15] Bayong E., Diep H.T. Effect of long-range interactions on the critical behavior of the continuous Ising model. *Phys. Rev. B*, 1999, vol. 59, iss. 18, pp. 11919–11924. DOI: 10.1103/PhysRevB.59.11919

[16] Luijten E. Test of renormalization predictions for universal finite-size scaling functions. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60, iss. 6, pp. 7558–7561. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.7558

[17] Белим С.В., Ларионов И.Б., Солонецкий Р.В. Компьютерное моделирование критического поведения магнитных систем с конкуренцией между близкодействием и дальнодействием. *ФММ*, 2016, т. 117, № 11, с. 1115–1120. DOI: 10.7868/S0015323016110036

[18] Yu B., Sun W., Fan J., et al. Scaling study of magnetic phase transition and critical behavior in $Nd_{0.55}Sr_{0.45}Mn_{0.98}Ga_{0.02}O_3$ manganite. *Mater. Res. Bull*., 2018, vol. 99, pp. 393–397. DOI: 10.1016/j.materresbull.2017.11.037

[19] Cherif R., Hlil E.K., Ellouze M., et al. Critical phenomena in $La_{0.6}Pr_{0.1}Sr_{0.3}MnO_3$ perovskite manganite oxide. *J. Solid State Chem*., 2015, vol. 229, pp. 26–31. DOI: 10.1016/j.jssc.2015.04.039

[20] Ben Khlifa H., M'nassri R., Tarhouni S., et al. Critical behaviour and filed dependence of magnetic entropy change in K-doped manganites $Pr_{0.8}Na_{0.2-x}K_xMnO_3$ (x = 0.10 and 0.15). *J. Solid State Chem*., 2018, vol. 257, pp. 9–18. DOI: 10.1016/j.jssc.2017.09.013

Белим Сергей Викторович — д-р физ.-мат. наук, профессор, проректор по научной работе ФГБОУ ВО «ОмГУ им. Ф.М. Достоевского» (Российская Федерация, 644077, Омск, пр-т Мира, д. 55-А).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Белим С.В. Критическое поведение систем с конкуренцией между близкодействием и дальнодействием. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2019, № 1, с. 37–47. DOI: 10.18698/1812-3368-2019-1-37-47

CRITICAL BEHAVIOUR IN SYSTEMS IN WHICH LONG-RANGE AND SHORT-RANGE FORCES COMPETE

S.V. Belim sbelim@mail.ru

Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russian Federation

Abstract

Critical behaviour of a range of ferromagnetic materials deviates from the predictions of the Ising, *XY* and Heisenberg models. Additional long-range forces competing with regular exchange interaction may explain this deviation. These competing interactions lead to new universality classes of critical behaviour. The paper uses the field theory approach to investigate critical behaviour in those systems in which long-range and short-range forces compete. We consider the case when a power function of distance $r^{-D-\sigma}$, when $1.5 < \sigma < 2.0$, can describe the long-range forces. There exists a distinctive critical behaviour mode for these values. We derived vertex functions using a two-loop approximation directly in three-dimensional space ($D = 3$) and, for all values, obtained a linear approximation of asymptotic series in terms of long-range interaction parameters. We applied the Padé — Borel summation technique to these asymptotic series. We computed stable fixed points and critical exponents as functions of long-range interaction parameters for low relative efficiency of the long-range interaction. We investigated how critical exponents depend on the factor in the power law and relative long-range interaction intensity. We compared our results to the critical exponent values found experimentally for manganites. We used the experimental critical exponent γ values to compute long-range interaction parameters and then used the long-range interaction parameters to derive the β exponent values, which we then compared to the experimental values. We show good agreement between our theoretical results and experimental data

Keywords

Second-order phase transition, critical phenomena, long-range effects, field theory approach

Received 23.04.2018

REFERENCES

[1] M'nassri R., Khelifi M., Rahmouni H., et al. Study of physical properties of cobalt substituted $Pr_{0.7}Ca_{0.3}MnO_3$ ceramics. *Ceram. Int.*, 2016, vol. 42, iss. 5, pp. 6145–6153. DOI: 10.1016/j.ceramint.2016.01.001

[2] Bettaibi A., M'nassri R., Selmi A., et al. Effect of chromium concentration on the structural, magnetic and electrical properties of praseodymium-calcium manganite. *J. Alloys Compd.,* 2015, vol. 650, pp. 268–276.
DOI: 10.1016/j.jallcom.2015.05.161

[3] Lampen P., Puri A., Phan M.-H., et al. Structure, magnetic and magnetocaloric properties of amorphous and crystalline $La_{0.4}Ca_{0.6}MnO_{3+\delta}$ nanoparticles. *J. Alloys Compd.*, 2012, vol. 512, iss. 1, pp. 94–99. DOI: 10.1016/j.jallcom.2011.09.027

[4] M'nassri R., Chniba-Boudjada N., Cheikhrouhou A. Impact of sintering temperature on the magnetic and magnetocaloric properties in $Pr_{0.5}Eu_{0.1}Sr_{0.4}MnO_3$ manganites. *J. Alloys Compd.*, 2015, vol. 626, pp. 20–28. DOI: 10.1016/j.jallcom.2014.11.141

[5] Zhong W., Chen W., Au C.T., et al. Dependence of the magnetocaloric effect on oxygen stoichiometry in polycrystalline $La_{2/3}Ba_{1/3}MnO_{3-\delta}$. *J. Magn. Magn. Mater.*, 2003, vol. 261, iss. 1-2, pp. 238–243. DOI: 10.1016/S0304-8853(02)01479-8

[6] M'nassri R., Cheikhrouhou A. Evolution of magnetocaloric behavior in oxygen deficient $La_{2/3}Ba_{1/3}MnO_{3-\delta}$ manganites. *J. Supercond. Nov. Magn.*, 2014, vol. 27, iss. 6, pp. 1463–1468. DOI: 10.1007/s10948-013-2459-y

[7] Miao J.H., Yuan S.L., Ren G.M., et al. Effect of sintering temperature on electrical transport of $La_{0.67}Ca_{0.33}MnO_3$ granular system with 4 % CuO addition. *J. Alloys Compd.*, 2008, vol. 448, iss. 1-2, pp. 27–31. DOI: 10.1016/j.jallcom.2006.10.033

[8] Saadaoui F., M'nassri R., Omrani H., et al. Critical behavior and magnetocaloric study in $La_{0.6}Sr_{0.4}CoO_3$ cobaltite prepared by a sol–gel process. *RSC Adv.*, 2016, iss. 56, pp. 50968–50977. DOI: 10.1039/C6RA08132K

[9] Nagaev E.L. Colossal-magnetoresistance materials: manganites and conventional ferromagnetic semiconductors. *Phys. Rep.*, 2001, vol. 346, iss. 6, pp. 387–531.
DOI: 10.1016/S0370-1573(00)00111-3

[10] Dagotto E., Hotta T., Moreo A. Colossal magnetoresistant materials: the key role of phase separation. *Phys. Rep.*, 2001, vol. 344, iss. 1-2, pp. 1–153.
DOI: 10.1016/S0370-1573(00)00121-6

[11] Fisher M.E., Ma S.-K., Nickel B.G. Critical exponents for long-range interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 1972, vol. 29, iss. 14, pp. 917–920. DOI: 10.1103/PhysRevLett.29.917

[12] Luijten E., Blöte H.W.J. Classical critical behavior of spin models with long-range interactions. *Phys. Rev. B*, 1997, vol. 56, iss. 14, pp. 8945–8958.
DOI: 10.1103/PhysRevB.56.8945

[13] Belim S.V. Influence of long-range effects on the critical behavior of three-dimensional systems. *Jetp Lett.*, 2003, vol. 77, iss. 2, pp. 112–114. DOI: 10.1134/1.1564231

[14] Belim S.V. Effect of long-range interactions on the critical behavior of three-dimensional disordered systems. *Jetp Lett.*, 2003, vol. 77, iss. 8, pp. 434–437.
DOI: 10.1134/1.1587179

[15] Bayong E., Diep H.T. Effect of long-range interactions on the critical behavior of the continuous Ising model. *Phys. Rev. B*, 1999, vol. 59, iss. 18, pp. 11919–11924.
DOI: 10.1103/PhysRevB.59.11919

[16] Luijten E. Test of renormalization predictions for universal finite-size scaling functions. *Phys. Rev. E*, 1999, vol. 60, iss. 6, pp. 7558–7561. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.7558

[17] Belim S.V., Larionov I.B., Soloneckiy R.V. Computer simulation of the critical behavior of magnetic systems with competition between the short- and long-range interactions. *Phys. Metals Metallogr.*, 2016, vol. 117, iss. 11, pp. 1079–1084.
DOI: 10.1134/S0031918X1611003X

[18] Yu B., Sun W., Fan J., et al. Scaling study of magnetic phase transition and critical behavior in $Nd_{0.55}Sr_{0.45}Mn_{0.98}Ga_{0.02}O_3$ manganite. *Mater. Res. Bull.*, 2018, vol. 99, pp. 393–397. DOI: 10.1016/j.materresbull.2017.11.037

[19] Cherif R., Hlil E.K., Ellouze M., et al. Critical phenomena in $La_{0.6}Pr_{0.1}Sr_{0.3}MnO_3$ perovskite manganite oxide. *J. Solid State Chem.*, 2015, vol. 229, pp. 26–31.
DOI: 10.1016/j.jssc.2015.04.039

[20] Ben Khlifa H., M'nassri R., Tarhouni S., et al. Critical behaviour and filed dependence of magnetic entropy change in K-doped manganites $Pr_{0.8}Na_{0.2-x}K_xMnO_3$ (x = 0.10 and 0.15). *J. Solid State Chem.*, 2018, vol. 257, pp. 9–18.
DOI: 10.1016/j.jssc.2017.09.013

Belim S.V. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Vice-Rector for Research Work, Dostoevsky Omsk State University (Mira prospekt 55-A, Omsk, 644077 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Belim S.V. Critical Behaviour in Systems in which Long-Range and Short-Range Forces Compete. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University*, *Series Natural Sciences*, 2019, no. 1, pp. 37–47 (in Russ.).
DOI: 10.18698/1812-3368-2019-1-37-47