УДК 536.75 DOI: 10.18698/1812-3368-2019-2-94-103

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ КАК НЕОБРАТИМЫЙ НЕМАРКОВСКИЙ ПРОЦЕСС

А.Н. Морозов amor59@mail.ru
amor@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Предложен метод описания броуновского движения в неравновесной среде при протекании необратимых процессов. Рассчитана спектральная плотность флуктуаций скорости броуновской частицы в неравновесной среде и установлено, что в низкочастотной части спектра она представляет собой фликкер-шум. Разработанный метод описания броуновского движения в неравновесной среде применен для расчета флуктуаций тока в малом объеме электролита. Получены оценки константы Хоуге и постоянной времени хаотизации ионов в электролите, совпадающие с экспериментально полученными данными

Ключевые слова

Немарковский процесс, броуновское движение, неравновесное состояние, производство энтропии, фликкер-шум

Поступила 26.02.2018

Экспериментальные исследования флуктуаций электрического тока в различных средах показывают наличие в их спектрах фликкер-шума [1, 2]. В частности, такой шум наблюдается при протекании электрического тока в малых объемах электролита [3–6]. Фликкер-шум может быть объяснен в рамках модели, предполагающей существование флуктуаций кинетических коэффициентов, в частности коэффициента вязкости при броуновском движении [7].

Математическое описание фликкер-шума можно провести с помощью теории немарковских процессов, описывающей случайные процессы с памятью [8]. Так, эта теория описывает броуновское движение [9–11], диффузию [12, 13], теплопроводность [14, 15], флуктуации молекулярного и фотонного газов [16] и другие процессы.

Проведем описание броуновского движения в неравновесной среде [17, 18]. Предположим, что уравнение для скорости движения V броуновской частицы в одномерном случае можно представить в виде модифицированного уравнения Ланжевена

$$\frac{dV}{dt} + \gamma V = F(t) + \xi_1(t) + X(t), \tag{1}$$

где γ — коэффициент релаксации броуновской частицы; $F(t)$ — детерминированное внешнее воздействие; $\xi_1(t)$ — случайный процесс, действующий со стороны частиц среды на броуновскую частицу в равновесном случае; $X(t)$ — немарковский процесс, описывающий действие частиц среды с учетом ее неравновесного состояния. Уравнение (1) без учета последнего слагаемого в правой части представляет собой традиционное уравнение Ланжевена, которое описывает броуновское движение в равновесной среде.

В уравнении Ланжевена, как правило, случайный процесс $\xi_1(t)$ описывается моделью δ-коррелированного гауссова процесса с корреляционной функцией

$$\langle \xi_1(t_2)\xi_1(t_1)\rangle = \frac{2\gamma kT}{m}\delta(t_2 - t_1). \tag{2}$$

Здесь k — постоянная Больцмана; T — температура среды; m — масса броуновской частицы.

Для описания воздействия неравновесной среды на броуновскую частицу в работе [17] предложено ввести в правую часть уравнения Ланжевена дополнительное слагаемое $X(t)$, которое может быть представлено в виде интегрального преобразования

$$X(t) = \int_{-\infty}^{t} G(t,\tau)\left(\xi_2(\tau) - \frac{dV(\tau)}{d\tau}\right)d\tau, \tag{3}$$

где $G(t,\tau)$ — ядро интегрального преобразования,

$$G(t,\tau) = \frac{\gamma}{\sqrt{\nu_\tau (t-\tau)}}; \tag{4}$$

δ-коррелированный гауссов процесс $\xi_2(t)$ описывается корреляционной функцией

$$\langle \xi_2(t_2)\xi_2(t_1)\rangle = \frac{2\sigma_S T}{m}\delta(t_2 - t_1). \tag{5}$$

Здесь $\nu_\tau = 1/\tau_0$ — интенсивность флуктуаций; τ_0 — постоянная времени хаотизации броуновской частицы; σ_S — производство энтропии при детерминированном движении броуновской частицы,

$$\sigma_S = \frac{mF^2}{\gamma T}. \tag{6}$$

Добавление в правую часть уравнения (1) слагаемого $X(t)$ в виде (3) позволяет сохранить для этого уравнения требования флуктуационно-диссипационной теоремы [15]. С учетом формул (3) и (4) уравнение (1) приобретает вид интегродифференциального уравнения

$$\frac{dV}{dt}+\gamma V+\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{\gamma}{\sqrt{\nu_\tau(t-\tau)}}\frac{dV(\tau)}{dt}d\tau=$$
$$=F(t)+\xi_1(t)+\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{\gamma}{\sqrt{\nu_\tau(t-\tau)}}\xi_2(\tau)d\tau. \quad (7)$$

Найдем спектральную плотность флуктуаций скорости $V(t)$. Преобразование Лапласа позволяет записать уравнение (7) в изображениях

$$s\tilde{V}(s)+\gamma\tilde{V}(s)+\sqrt{\frac{\pi s}{\nu_\tau}}\gamma\tilde{V}(s)=\tilde{F}(s)+\tilde{\xi}_1(s)+\sqrt{\frac{\pi}{\nu_\tau s}}\gamma\tilde{\xi}_2(s), \quad (8)$$

или

$$\tilde{V}(s)=\frac{\sqrt{\nu_\tau s}\left(\tilde{F}(s)+\tilde{\xi}_1(s)\right)+\sqrt{\pi}\gamma\tilde{\xi}_2(s)}{\left(\sqrt{\nu_\tau}(s+\gamma)+\sqrt{\pi s}\gamma\right)\sqrt{s}}. \quad (9)$$

Выражение (9) позволяет найти спектральную плотность $G_V(\omega)$ флуктуаций скорости $V(t)$:

$$G_V(\omega)=\left|\tilde{V}(i\omega)\right|^2=\frac{2\gamma\nu_\tau kT\omega+2\pi\gamma^2\sigma_S T}{m\omega\left(\nu_\tau\left(\omega^2+\gamma^2\right)+\sqrt{2\pi\nu_\tau\omega}(\omega+\gamma)+\pi\gamma^2\omega\right)}. \quad (10)$$

При получении выражения (10) предполагалось, что $F(t)=F=\mathrm{const}$, и были учтены формулы (2) и (5).

Для низкочастотного случая при $\omega\ll\gamma$ и $\omega\ll\nu_\tau$ формула (10) принимает вид

$$G_V(\omega)=\frac{2kT}{m\gamma}+\frac{2\pi\sigma_S T}{m\nu_\tau\omega}. \quad (11)$$

Первое слагаемое в (11) описывает флуктуации скорости броуновской частицы в равновесной среде, а второе — в локально-неравновесной с учетом диссипации энергии при движении броуновской частицы.

Из формулы (11) следует, что при движении броуновской частицы в неравновесной среде в низкочастотной части спектра спектральная плотность флуктуаций ее скорости описывается фликкер-шумом.

Применим полученные выражения для описания токовых флуктуаций в экспериментах по измерению фликкер-шума в малых объемах электролита. В этих экспериментах электролитическая ячейка представляла собой два сосуда с электролитом, в которых размещались электроды, разделенные тонкой пленкой с небольшими отверстиями [19]. Плотность тока в электролите можно вычислить по формуле

$$\vec{j} = q^+ n^+ \vec{V}^+ + q^- n^- \vec{V}^-, \tag{12}$$

где q^+, q^- — заряд положительных и отрицательных ионов; n^+, n^- — концентрация положительных и отрицательных ионов; V^+, V^- — скорости движения положительных и отрицательных ионов.

Скорости движения ионов связаны с напряжением U, приложенным к электролитической ячейке, формулой

$$V^{+/-} = \mu^{+/-} \frac{U}{l}. \tag{13}$$

Здесь $\mu^{+/-}$ — подвижности положительных и отрицательных ионов; l — толщина пленки. Тогда ток, проходящий через отверстие в пленке, можно представить в виде

$$I = \left(q^+ n^+ \mu^+ + q^- n^- \mu^- \right) \frac{U}{l} S, \tag{14}$$

где S — площади сечения отверстия в пленке.

Определим относительные флуктуации тока, протекающего через электролитическую ячейку:

$$\frac{\delta I}{I_0} = \frac{\left(q^+ n^+ V^+ + q^- n^- V^- \right) l}{\left(q^+ n^+ \mu^+ + q^- n^- \mu^- \right) U_0}, \tag{15}$$

где U_0 — электрическое напряжение, приложенное к электролитической ячейке.

Второе слагаемое в формуле (11) позволяет без учета равновесных флуктуаций найти двустороннюю спектральную плотность флуктуаций тока в малом объеме электролита для низкочастотной части спектра:

$$G_{\delta I}(\omega) = \frac{2\pi l^2 T}{\left(q^+ n^+ \mu^+ + q^- n^- \mu^- \right)^2 U_0^2} \left(\frac{\left(q^+ n^+ \right)^2 \sigma_S^+}{m^+ \nu_\tau^+ N^+} + \frac{\left(q^- n^- \right)^2 \sigma_S^-}{m^- \nu_\tau^- N^-} \right) \frac{1}{\omega}. \tag{16}$$

Здесь знаки «+» или «–» соответствуют величинам положительного и отрицательного ионов; N^+, N^- — число положительных и отрицательных ионов в отверстиях пленки,

$$N^{+/-} = n^{+/-} S l.$$

При выводе формулы (16) учтено то, что флуктуации скорости ионов не коррелируют друг с другом.

Формула (6) применительно к рассматриваемому случаю движения ионов в электролите может быть представлена в виде

$$\sigma_S^{+/-} = \frac{\mu^{+/-} q^{+/-} U_0^2}{l^2 T}, \tag{17}$$

где учтено

$$\gamma^{+/-} = \frac{q^{+/-}}{m^{+/-} \mu^{+/-}}.$$

Выражение (16) с учетом формулы (17) можно записать в стандартной форме

$$G_{\delta I}(f) = \frac{\alpha}{Nf},$$

где $f = \omega/(2\pi)$ — частота флуктуаций тока; $N = \left(n^+ + n^-\right) lS$ — число ионов в малом объеме электролита; α — константа Хоуге,

$$\alpha = \frac{n^+ + n^-}{\left(q^+ n^+ \mu^+ + q^- n^- \mu^-\right)^2} \left(\frac{\left(q^+\right)^3 n^+ \mu^+}{m^+ \nu_\tau^+} + \frac{\left(q^-\right)^3 n^- \mu^-}{m^- \nu_\tau^-} \right). \tag{18}$$

Если в первом приближении для оценочных расчетов принять, что параметры положительных и отрицательных ионов одинаковы, то формула (18) приобретает простой вид

$$\alpha = \frac{q}{m \mu \nu_\tau} = \frac{\gamma}{\nu_\tau}.$$

Верхняя оценка константы Хоуге прохождения ионов через молекулярные каналы приведена в работе [20]: $\alpha < 10^{-5}$. Тогда величину ν_τ можно оценить как $\nu_\tau > 10^{18}$ с$^{-1}$.

Если осуществить полосовую фильтрацию флуктуаций тока на электролитической ячейке в диапазоне от ω_1 до ω_2, то можно найти дисперсии флуктуаций тока $I_1(t)$ и $I_2(t)$, соответствующие равновесному и неравновесному случаям и описываемые первым и вторым слагаемым в формуле (11). Используя формулу для скорости броуновской частицы

$$D = \left\langle V^2 \right\rangle = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} G_V(\omega)\, d\omega$$

и выражения (12), (14) и (16), для низкочастотного случая ($\omega \ll \gamma$ и $\omega \ll \nu_\tau$) найдем

$$D_1 = \left\langle I_1^2 \right\rangle = \frac{2kTS^2}{\pi}\left(q^+\mu^+\left(n^+\right)^2 + q^-\mu^-\left(n^-\right)^2\right)\left(\omega_2 - \omega_1\right);$$

$$D_2 = \left\langle I_2^2 \right\rangle = \frac{2S^2U_0^2}{l^2}\left(\frac{\mu^+\left(n^+\right)^2\left(q^+\right)^3}{m^+\nu_\tau^+} + \frac{\mu^-\left(n^-\right)^2\left(q^-\right)^3}{m^-\nu_\tau^-}\right)\ln\frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Тогда отношение дисперсии флуктуаций тока в неравновесном и равновесном случаях

$$\delta_D = \frac{\pi U_0^2}{kTl^2}\frac{\left(\mu^+\left(n^+\right)^2\left(q^+\right)^3 m^-\nu_\tau^- + \mu^-\left(n^-\right)^2\left(q^-\right)^3 m^+\nu_\tau^+\right)}{\left(q^+\mu^+\left(n^+\right)^2 + q^-\mu^-\left(n^-\right)^2\right)m^-m^+\nu_\tau^+\nu_\tau^-}\frac{\ln\frac{\omega_2}{\omega_1}}{\left(\omega_2 - \omega_1\right)}. \quad (19)$$

Если параметры положительных и отрицательных ионов в первом приближении полагать одинаковыми, то формула (19) приобретает вид

$$\delta_D = \frac{\pi q^2 U_0^2}{mkTl^2\nu_\tau}\frac{\ln\left(\omega_2/\omega_1\right)}{\left(\omega_2 - \omega_1\right)}. \quad (20)$$

Подстановка в формулу (19) реальных данных для эксперимента, описанного в работе [21], дает оценку интенсивности флуктуаций $\nu_\tau \approx 10^{18}...10^{19}$ с$^{-1}$, что соответствует оценке постоянной времени хаотизации ионов в электролите $\tau_0 \approx 10^{-19}...10^{-18}$ с.

Заключение. Предложенное описание броуновского движения в неравновесной среде как необратимого немарковского процесса позволило получить непротиворечивые оценки константы Хоуге и постоянной времени хаотизации ионов в электролите.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бочков Г.Н., Кузовлев Ю.Е. Новое в исследованиях 1/*f*-шума. *УФН*, 1983, т. 141, № 1, с. 151–176.

[2] Кузовлев Ю.Е. Почему природе нужен 1/*f*-шум. *УФН*, 2015, т. 185, № 7, с. 773–783.

[3] Hooge F.N., Gaal J.L. Fluctuations with a 1/*f* spectrum in the conductance of ionic solutions and in the voltage of concentration cells. *Philips Res. Rep.*, 1971, vol. 26, no. 2, pp. 77–90.

[4] Bezrukov S.M., Pustovoit M.A., Sibilev A.I., et al. Large-scale conductance fluctuations in solutions of strong electrolytes. *Physica B: Condens. Matter*, 1989, vol. 159, iss. 3, pp. 388–398. DOI: 10.1016/0921-4526(89)90016-1

[5] van den Berg R.J., de Vos A., de Goede J. Electrical noise in solutions of hydrochloric acid in ethanol. *Phys. Lett. A*, 1989, vol. 139, iss. 5-6, pp. 249–252.
DOI: 10.1016/0375-9601(89)90149-7

[6] Hooge F.N. 1/*f* noise sources. *IEEE Trans. Electron. Devices*, 1994, vol. 41, iss. 11, pp. 1926–1935. DOI: 10.1109/16.333808

[7] Морозов А.Н. О броуновском движении в среде с флуктуирующими коэффициентами переноса. *Известия вузов. Физика*, 1986, № 6, с. 90–91.

[8] Морозов А.Н. Применение теории немарковских процессов при описании броуновского движения. *ЖЭТФ*, 1996, т. 109, № 4, с. 1304–1315.

[9] Lenzi E.K., Evangelista L.R., Lenzi M.K., et al. Solutions for a non-Markovian diffusion equation. *Phys. Lett. A*, 2010, vol. 374, iss. 41, pp. 4193–4198.
DOI: 10.1016/j.physleta.2010.08.049

[10] Морозов А.Н., Скрипкин А.В. Применение интегральных преобразований для описания броуновского движения как немарковского случайного процесса. *Известия вузов. Физика*, 2009, т. 52, № 2, с. 66–74.

[11] Morozov A.N., Skripkin A.V. Spherical particle Brownian motion in viscous medium as non-Markovian random process. *Phys. Lett. A*, 2011, vol. 375, iss. 46, pp. 4113–4115. DOI: 10.1016/j.physleta.2011.10.001

[12] Морозов А.Н., Скрипкин А.В. Описание испарения сферической частицы жидкости как немарковского случайного процесса с использованием интегральных стохастических уравнений. *Известия вузов. Физика*, 2010, № 11-2, с. 55–64.

[13] Mura A., Taqqu M.S., Mainardi F. Non-Markovian diffusion equations and processes: analysis and simulations. *Physica A*, 2008, vol. 387, iss. 21, pp. 5033–5064.
DOI: 10.1016/j.physa.2008.04.035

[14] Морозов А.Н., Скрипкин А.В. Распространение тепла в пространстве вокруг цилиндрической поверхности как немарковский случайный процесс. *Инженерно-физический журнал*, 2011, т. 84, № 6, с. 1121–1127.

[15] Lisy V., Tóthóva J., Glod L. On the correlation properties of thermal noise in fluids. *Int. J. Thermophys.*, 2013, vol. 34, iss. 4, pp. 629–641. DOI: 10.1007/s10765-012-1290-1

[16] Морозов А.Н., Скрипкин А.В. Равновесные флуктуации температуры молекулярного и фотонного газов в сферической микрополости. *Известия вузов. Физика*, 2012, № 7, с. 9–18.

[17] Морозов А.Н. Метод описания немарковских процессов, задаваемых системой линейных интегральных уравнений. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2017, № 5, с. 57–66. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-5-57-66

[18] Морозов А.Н., Скрипкин А.В. Немарковские физические процессы. М., Физматлит, 2018.

[19] Морозов А.Н. Предварительные результаты измерений меры Кульбака флуктуаций напряжения на электролитической ячейке. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, № 2, с. 16–24.

[20] Безруков С.М., Ирхин А.И., Сибилев А.И. Верхняя оценка для интенсивности 1/*f*-шума электролитов: эксперименты с молекулярными каналами. *Препринт ЛИЯФ-1190*. Л., ЛИЯФ, 1986.

[21] Morozov A.N. Nonlocal influences of natural dissipative processes on the Kullback measure of voltage fluctuations on an electrolytic cell. *NeuroQuantology*, 2016, vol. 14, no. 3, pp. 477–483. DOI: 10.14704/nq.2016.14.3.920

Морозов Андрей Николаевич — д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Морозов А.Н. Броуновское движение как необратимый немарковский процесс. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2019, № 2, с. 94–103. DOI: 10.18698/1812-3368-2019-2-94-103

BROWNIAN MOTION AS AN IRREVERSIBLE NON-MARKOVIAN PROCESS

A.N. Morozov

amor59@mail.ru
amor@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The paper presents a method of describing Brownian motion in a non-equilibrium medium for the case of irreversible processes. We computed spectral density of velocity fluctuations for a Brownian particle in a non-equilibrium medium and determined that in the low-frequency region it is represented by flicker noise. We employed the method we developed to describe Brownian motion in a non-equilibrium medium to compute fluctuations of current in a small volume of an electrolyte. We derived estimations of the Hooge parameter magnitude and the randomisation time constant for ions in an electrolyte, which match the estimations obtained via experiments

Keywords

Non-Markovian process, Brownian motion, non-equilibrium state, entropy generation, flicker noise

Received 28.02.2018

REFERENCES

[1] Bochkov G.N., Kuzovlev Yu.E. New aspects in 1/*f* noise studies. *Phys.-Uspekhi*, 1983, vol. 26, no. 9, pp. 829–844. DOI: 10.1070/PU1983v026n09ABEH004497

[2] Kuzovlev Yu.E. Why nature needs 1/*f* noise. *Phys.-Uspekhi*, 2015, vol. 58, no. 7, pp. 719–729. DOI: 10.3367/UFNe.0185.201507d.0773

[3] Hooge F.N., Gaal J.L. Fluctuations with a 1/*f* spectrum in the conductance of ionic solutions and in the voltage of concentration cells. *Philips Res. Rep*., 1971, vol. 26, no. 2, pp. 77–90.

[4] Bezrukov S.M., Pustovoit M.A., Sibilev A.I., et al. Large-scale conductance fluctuations in solutions of strong electrolytes. *Physica B: Condens. Matter*, 1989, vol. 159, iss. 3, pp. 388–398. DOI: 10.1016/0921-4526(89)90016-1

[5] van den Berg R.J., de Vos A., de Goede J. Electrical noise in solutions of hydrochloric acid in ethanol. *Phys. Lett. A*, 1989, vol. 139, iss. 5-6, pp. 249–252.
DOI: 10.1016/0375-9601(89)90149-7

[6] Hooge F.N. 1/*f* noise sources. *IEEE Trans. Electron. Devices*, 1994, vol. 41, iss. 11, pp. 1926–1935. DOI: 10.1109/16.333808

[7] Morozov A.N. On Brownian motion in medium with fluctuating transfer coefficient. *Izvestiya vuzov. Fizika*, 1986, no. 6, pp. 90–91 (in Russ.).

[8] Morozov A.N. Use of the theory of non-Markovian processes in the description of Brownian motion. *J. Exp. Theor. Phys*., 1996, vol. 82, iss. 4, pp. 703–708.

[9] Lenzi E.K., Evangelista L.R., Lenzi M.K., et al. Solutions for a non-Markovian diffusion equation. *Phys. Lett. A*, 2010, vol. 374, iss. 41, pp. 4193–4198.
DOI: 10.1016/j.physleta.2010.08.049

[10] Morozov A.N., Skripkin A.V. Application of integral transforms to a description of the Brownian motion by a non-Markovian random process. *Russ. Phys. J*., 2009, vol. 52, iss. 2, pp. 184–195. DOI: 10.1007/s11182-009-9217-4

[11] Morozov A.N., Skripkin A.V. Spherical particle Brownian motion in viscous medium as non-Markovian random process. *Phys. Lett. A*, 2011, vol. 375, iss. 46, pp. 4113–4115. DOI: 10.1016/j.physleta.2011.10.001

[12] Morozov A.N., Skripkin A.V. Description of spherical liquid part evaporation as non-Markovian process using stochastic integral equations. *Izvestiya vuzov. Fizika*, 2010, no. 11-2, pp. 55–64 (in Russ.).

[13] Mura A., Taqqu M.S., Mainardi F. Non-Markovian diffusion equations and processes: analysis and simulations. *Physica A*, 2008, vol. 387, iss. 21, pp. 5033–5064.
DOI: 10.1016/j.physa.2008.04.035

[14] Morozov A.N., Skripkin A.V. Propagation of heat in the space around a cylindrical surface as a non-Markovian random process. *J. Eng. Phys. Thermophys*., 2011, vol. 84, iss. 6, pp. 1201–1208. DOI: 10.1007/s10891-011-0585-6

[15] Lisy V., Tóthóva J., Glod L. On the correlation properties of thermal noise in fluids. *Int. J. Thermophys*., 2013, vol. 34, iss. 4, pp. 629–641. DOI: 10.1007/s10765-012-1290-1

[16] Morozov A.N., Skripkin A.V. Equilibrium temperature fluctuations of molecular and photonic gases in a spherical microcavity. *Russ. Phys. J*., 2012, vol. 55, iss. 7, pp. 736–747. DOI: 10.1007/s11182-012-9875-5

[17] Morozov A.N. Method for describing non-Markovian processes defined by a system of linear integral equations. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2017, no. 5, pp. 57–66 (in Russ.).
DOI: 10.18698/1812-3368-2017-5-57-66

[18] Morozov A.N., Skripkin A.V. Nemarkovskie fizicheskie protsessy [Non-Markovian physical processes]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2018.

[19] Morozov A.N. Preliminary results of recording the Kullback measure of voltage fluctuations on electrolytic cell. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2011, no. 2, pp. 16–24 (in Russ.).

[20] Bezrukov S.M., Irkhin A.I., Sibilev A.I. Verkhnyaya otsenka dlya intensivnosti 1/*f*-shuma elektrolitov: eksperimenty s molekulyarnymi kanalami [Upper estimate for intensity of electrolyte 1/*f* noise: experiments with molecular channels]. *Preprint LIYaF-1190*. Leningrad, LIYaF Publ., 1986 (in Russ.).

[21] Morozov A.N. Nonlocal influences of natural dissipative processes on the Kullback measure of voltage fluctuations on an electrolytic cell. *NeuroQuantology*, 2016, vol. 14, no. 3, pp. 477–483. DOI: 10.14704/nq.2016.14.3.920

Morozov A.N. — Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Head of Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Morozov A.N. Brownian motion as an irreversible non-Markovian process. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2019, no. 2, pp. 94–103 (in Russ.). DOI: 10.18698/1812-3368-2019-2-94-103