

ГЕНЕРАЦИЯ И РЕГИСТРАЦИЯ СВЯЗАННЫХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

А.Н. Морозов¹

amor59@mail.ru

amor@bmstu.ru

В.И. Пустовойт^{1,2}

vlad_pst@yahoo.com

vladpustovoit@gmail.com

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

² НТЦ УП РАН, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Проведено описание процесса генерации связанной гравитационной волны при распространении в вакууме двух сильных электромагнитных волн с частотами, отличающимися в 2 раза. Показано, что при взаимодействии связанной гравитационной волны и двух сильных электромагнитных волн возникают гармоники на низкой частоте. Рассмотрен случай генерации связанной стоячей гравитационной волны с помощью сильных стоячих электромагнитных волн и регистрации указанной гравитационной волны при ее взаимодействии с этими электромагнитными волнами. Установлено, что чувствительность современных СКВИД-магнитометров достаточна для успешного проведения лабораторного эксперимента по генерации и регистрации связанных высокочастотных гравитационных волн

Ключевые слова

Гравитационные волны, метрический тензор, электромагнитные волны, стоячая волна, СКВИД-магнитометры

Поступила 23.09.2019

Принята 30.09.2019

© Автор(ы), 2020

Работа выполнена за счет средств гранта РФФИ (проект РФФИ № 19-12-00242 «Конверсия электромагнитных и гравитационных волн в нелинейной диэлектрической среде при облучении интенсивным источником света»)

Введение. Непосредственное обнаружение гравитационных волн, возникающих при слиянии двух черных дыр, подтвердило справедливость общей теории относительности [1, 2]. Эти гравитационные волны являются низкочастотными и имеют характерные частоты $f \approx 30 \dots 300$ Гц.

Кроме указанных выше низкочастотных гравитационных волн, возникающих вследствие протекания различных астрофизических процессов, теоретически предсказана возможность существования высокочастотных

стотных гравитационных волн, имеющих характерные частоты до 10^{10} Гц и более [3, 4]. Они могут возникать на ранних стадиях существования Вселенной и представляют собой аналог реликтового электромагнитного излучения [5, 6]. Один из методов регистрации таких гравитационных волн с использованием явления низкочастотного оптического резонанса в интерферометре Фабри — Перо рассмотрен в работах [7, 8].

Высокочастотные гравитационные волны также могут возникать при проведении лабораторных экспериментов, причем эти волны могут иметь частоты $f \approx 10^{14} \dots 10^{15}$ Гц, соответствующие оптическому диапазону электромагнитных волн [9]. Отметим, что разработка лабораторных излучателей и приемников гравитационных волн рассматривается как одно из возможных направлений создания систем передачи информации [10].

Механизм генерации связанной гравитационной волны при распространении в вакууме сильной электромагнитной волны, который при последующем взаимодействии приводит к генерации третьей гармоники электромагнитной волны, предложен в работе [11]. Цель работы — описание процесса генерации слабой низкочастотной электромагнитной волны, возникающей при генерации связанной гравитационной волны из суперпозиции двух сильных электромагнитных волн, имеющих отличающиеся в 2 раза собственные частоты.

Описание электромагнитного поля в слабом гравитационном поле. Уравнения Максвелла в искривленном пространстве-времени можно записать в виде [12]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{\gamma} \mathbf{D}); \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{\gamma} \mathbf{B}), \quad (2)$$

где \mathbf{E} , \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей; c — скорость света; $\gamma = |\gamma_{\alpha\beta}|$, $\alpha, \beta = 1, \dots, 3$ — детерминант пространственной части метрического тензора g_{ik} ; \mathbf{D} , \mathbf{B} — векторы электрического смещения и магнитной индукции,

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{E}}{\sqrt{g_{00}}} + [\mathbf{H}\mathbf{g}]; \quad (3)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{H}}{\sqrt{g_{00}}} + [\mathbf{g}\mathbf{E}]. \quad (4)$$

Здесь компоненты вектора \mathbf{g} имеют вид

$$g_{\alpha} = -\frac{g_{0\alpha}}{g_{00}} = -\frac{g_{\alpha 0}}{g_{00}}, \quad (5)$$

где g_{ik} — компоненты метрического тензора искривленного пространства-времени.

Отметим, что при распространении в пространстве в направлении x^1 поперечной гравитационной волны с амплитудой $h_{22} = -h_{33}$ детерминант

$$\gamma = 1 - h_{22}^2 - h_{33}^2 \quad (6)$$

является квадратично зависимым от амплитуды гравитационной волны [11]. В связи с этим регистрация слабых поперечных гравитационных волн от астрофизических источников с помощью электромагнитного поля или электромагнитных волн представляется достаточно сложной задачей.

Описание электромагнитной волны в слабом гравитационном поле. Система уравнений Максвелла в искривленном пространстве времени (1)–(5) позволяет записать уравнение электромагнитной волны для компонентов вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} в слабом гравитационном поле [12]:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x^k} \right) = 0, \quad (7)$$

где $g = |g_{ik}|$ — определитель матрицы величин метрического тензора g_{ik} . Уравнение для вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} в электромагнитной волне аналогично выражению (7).

Для плоской электромагнитной волны, распространяющейся в слабом гравитационном поле в направлении оси $x = x^1$, уравнение (7) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(g^{11} \frac{\partial E_y}{\partial x} + g^{10} \frac{\partial E_y}{c \partial t} \right) + \frac{\partial}{c \partial t} \left(g^{01} \frac{\partial E_y}{\partial x} + g^{00} \frac{\partial E_y}{c \partial t} \right) = 0, \quad (8)$$

где $x^0 = ct$; $E_y = E_2$. При получении формулы (8) учтены только линейные члены от компонент тензора h_{ik} , которые являются малыми величинами: $|h_{ik}| \ll 1$.

Генерация и регистрация гравитационной волны при распространении в вакууме сильной электромагнитной волны. Рассмотрим гене-

рацию и регистрацию гравитационных волн при распространении в вакууме в направлении оси x^1 сильной плоской электромагнитной волны на двух основных частотах (ω_0 и $2\omega_0$), описываемой для напряженности электрического поля $E = E_y = E_z$ формулой

$$E(t, x) = \frac{1}{2} E_1 (\delta\omega_1) \left(e^{i(\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t - \frac{x}{c}\right) + \text{к.с.}} \right) + \frac{1}{2} E_2 (\delta\omega_2) \left(e^{i2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right) + \text{к.с.}} \right), \quad (9)$$

где $\delta\omega_{1,2}$ — отличие частоты гармоники электромагнитной волны от несущей частоты ω_0 , причем полагаем, что спектральная линия электромагнитной волны достаточно узкая: $|\delta\omega_{1,2}| \ll \omega_0$; $E_{1,2}(\delta\omega_{1,2})$ — спектральная плотность амплитуды напряженности электромагнитного поля на соответствующей частоте.

Отметим, что выражение для напряженности магнитного поля $H = H_z = H_3$ в плоской электромагнитной волне имеет вид, аналогичный формуле (9),

$$H(t, x) = \frac{1}{2} H_1 (\delta\omega_1) \left(e^{i(\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t - \frac{x}{c}\right) + \text{к.с.}} \right) + \frac{1}{2} H_2 (\delta\omega_2) \left(e^{i2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right) + \text{к.с.}} \right), \quad (10)$$

причем $H = E$.

Формула (9) позволяет записать плотности потока энергии $S_{1,2}$, переносимой электромагнитной волной:

$$S_{1,2} = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{1,2}^2 (\delta\omega_{1,2}) d\delta\omega_{1,2}. \quad (11)$$

Если спектральная линия электромагнитной волны описывается кривой Лоренца, то

$$E_{1,2}^2 (\delta\omega_{1,2}) = \frac{4S_{1,2}}{c} \frac{\Delta\omega_{1,2}}{\delta\omega_{1,2}^2 + \Delta\omega_{1,2}^2}, \quad (12)$$

а если кривой Гаусса, то —

$$E_{1,2}^2(\delta\omega_{1,2}) = \frac{4\pi S_{1,2}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\omega_{1,2}}c} \exp\left(-\frac{\delta\omega_{1,2}^2}{2\sigma_{\omega_{1,2}}^2}\right), \quad (13)$$

где $\Delta\omega_{1,2}$, $\sigma_{\omega_{1,2}}$ — величины, определяющие ширину спектральной линии.

Далее при описании генерации и регистрации высокочастотных гравитационных волн применим подход, предложенный в работе [11]. Для описания генерации гравитационных волн используем уравнение теории относительности для слабого гравитационного поля

$$\Delta h_{ik} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial t^2} = \frac{16\pi k}{c^4} \left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T \right), \quad (14)$$

где k — гравитационная постоянная; T_{ik} — тензор энергии импульса электромагнитного поля; $g_{ik} = g_{ik}^{(0)} + h_{ik}$ — метрический тензор слабой гравитационной волны, $g_{ik}^{(0)}$ — галилеева метрика, $i, k = 0, \dots, 3$.

Если электромагнитная волна распространяется в направлении оси $x = x^1$, то компоненты тензора энергии импульса

$$T_{00} = T_{01} = T_{10} = T_{11} = W; \quad (15)$$

$$T = T_{22} = T_{33} = T_{\alpha\beta} = 0, \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 3, \quad \alpha \neq \beta. \quad (16)$$

Здесь с учетом $H = E$

$$W = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2) = \frac{E^2}{4\pi}. \quad (17)$$

Подстановка формулы (9) в уравнение (14) с учетом (15)–(17) позволяет найти выражение для связанной гравитационной волны, распространяющейся в направлении оси $x = x^1$:

$$h_{ik}(t, x) = -\frac{ikx}{2c^3} \left[\frac{E_1^2(\delta\omega_1)}{2(\omega_0 + \delta\omega_1)} \left(e^{i2(\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t - \frac{x}{c}\right)} - \text{к.с.} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2} \left(e^{i(3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right)} - \text{к.с.} \right) + \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2} \left(e^{i(\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right)} - \text{к.с.} \right) + \\
 & + \frac{E_2^2(\delta\omega_2)}{4(\omega_0 + \delta\omega_2)} \left(e^{i4(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right)} - \text{к.с.} \right) \Bigg], \quad (18)
 \end{aligned}$$

где $i, k = 0, 1$.

Согласно формуле (18), при распространении в пространстве сильной электромагнитной волны с основными частотами ω_0 и $2\omega_0$ возникает гравитационная волна, имеющая основные частоты ω_0 , $2\omega_0$, $3\omega_0$ и $4\omega_0$.

Рассмотрим генерацию слабой электромагнитной волны при взаимодействии сильной электромагнитной волны (9) и связанной гравитационной волны (18). Если полагать, что слабая электромагнитная волна описывается выражениями

$$E'(t, x) = \frac{1}{2} E'(\delta\omega', x) \left(e^{i\omega' \left(t - \frac{x}{c}\right)} + \text{к.с.} \right); \quad (19)$$

$$H'(t, x) = \frac{1}{2} H'(\delta\omega', x) \left(e^{i\omega' \left(t - \frac{x}{c}\right)} + \text{к.с.} \right), \quad (20)$$

причем $|E'| \ll |E|$ и $|H'| \ll |H|$, то на основании формулы (8) можно записать уравнение для такой волны:

$$\frac{\partial^2 E'}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E'}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(h_{00} \frac{\partial E}{\partial t} - h_{01} \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(h_{10} \frac{\partial E}{\partial t} - h_{11} \frac{\partial E}{\partial x} \right), \quad (21)$$

где учтено, что $g^{00} = 1 + h_{00}$, $g^{01} = -h_{01}$, $g^{10} = -h_{10}$, $g^{11} = -1 + h_{11}$, $|h_{ik}| \ll 1$, $i, k = 0, 1$. Уравнение для напряженности магнитного поля будет иметь аналогичный вид.

Отметим, что в случае связанной гравитационной волны детерминант γ линейно зависит от амплитуды гравитационной волны:

$$\gamma = 1 - h \quad (22)$$

в отличие от квадратичной зависимости для поперечной гравитационной волны (см. (6)). Впервые указанная особенность связанной продольной гравитационной волны установлена в работе [11]. Это позволило наде-

яться на то, что такие волны могут регистрироваться с помощью электромагнитных полей или электромагнитных волн.

При подстановке выражений (9) и (18) в уравнение (21) можно получить правую часть этого уравнения, в которой будут содержаться гармоники с частотами, близкими к частотам $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, 4\omega_0, 5\omega_0$ и $6\omega_0$. Очевидно, что эти частоты будут присутствовать и в слабой электромагнитной волне. Однако кроме указанных гармоник в правой части присутствует гармоника на частоте

$$\omega' = 2(\delta\omega_2 - \delta\omega_1), \quad (23)$$

причем $\omega' \ll \omega_0$.

Подстановка решения (19) в уравнение (21) для случая рассмотрения только низкочастотной электромагнитной волны с частотой ω' дает в первом приближении

$$E'(\omega', x) = \frac{\kappa E_1^2(\delta\omega_1) E_2(\delta\omega_2)}{c^4} x^2. \quad (24)$$

Аналогичное выражение можно получить и для напряженности магнитного поля

$$H'(\omega', x) = \frac{\kappa H_1^2(\delta\omega_1) H_2(\delta\omega_2)}{c^4} x^2. \quad (25)$$

Найдем плотности потока энергии S' , переносимой электромагнитной волной, генерируемой связанной гравитационной волной:

$$S' = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (E'(\omega', x))^2 d\omega'. \quad (26)$$

Полагая, что спектральные линии электромагнитных волн на частотах ω_0 и $2\omega_0$ описываются кривой Гаусса и при этом $\sigma_{\omega_1} = \sigma_{\omega_2} = \sigma_{\omega}$, получаем оценку для плотности потока энергии:

$$S' = \frac{\kappa^2}{c^8} S_1^2 S_2 x^4. \quad (27)$$

Проведем расчет напряженности магнитного поля H' в слабой электромагнитной волне, генерируемой связанной гравитационной волной. Вычисления выполним в Международной системе единиц СИ. Если $S_1 = S_2 = 10^{17}$ Вт/м², что соответствует напряженности электрического поля $E = 10^{10}$ В/м и напряженности магнитного поля $H = 2,6 \cdot 10^7$ А/м, то из (22) при $x = 10^6$ м имеем $H' = 2,3 \cdot 10^{-15}$ А/м ($B' = 2,8 \cdot 10^{-21}$ Тл).

Современные СКВИД-магнитометры позволяют на частоте до 1 кГц регистрировать индукцию магнитного поля на уровне примерно 10^{-15} Тл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ [13]. Если спектральная ширина линии электромагнитной волны $\sigma_\omega \approx 10^4 \text{ с}^{-1}$, что соответствует частоте приблизительно 1 кГц, а время наблюдения составляет 10^6 с (около 10 сут), чувствительность СКВИД-магнитометров позволяет зарегистрировать магнитное поле индукцией около 10^{-18} Тл. Это значение более чем на два порядка больше полученной выше оценки индукции магнитного поля в низкочастотной слабой электромагнитной волне, генерируемой связанной гравитационной волной. Указанный отрыв может быть ликвидирован при увеличении напряженности магнитного поля в сильной электромагнитной волне на один порядок, или путем увеличения расстояния x на полтора порядка.

Очевидно, что непосредственное использование предложенного механизма генерации и регистрации связанной гравитационной волны в настоящее время представляется затруднительным, так как обеспечить сохранение интенсивности сильной электромагнитной волны на расстоянии порядка нескольких тысяч километров технически невозможно.

Генерация связанной гравитационной волны с помощью стоячей электромагнитной волны. Рассмотрим генерацию и регистрацию гравитационных волн при нахождении в вакууме сильной стоячей электромагнитной волны на частотах ω_0 и $2\omega_0$, описываемой формулами

$$E_y(t, x) = E_1(\delta\omega_1) \left(\cos((\omega_0 + \delta\omega_1)t) \cos\left(\left(\frac{\omega_0 + \delta\omega_1}{c}\right)x\right) \right) + E_2(\delta\omega_2) \left(\cos(2(\omega_0 + \delta\omega_2)t) \cos\left(2\left(\frac{\omega_0 + \delta\omega_2}{c}\right)x\right) \right); \quad (28)$$

$$H_z(t, x) = H_1(\delta\omega_1) \left(\sin((\omega_0 + \delta\omega_1)t) \sin\left(\left(\frac{\omega_0 + \delta\omega_1}{c}\right)x\right) \right) + H_2(\delta\omega_2) \left(\sin(2(\omega_0 + \delta\omega_2)t) \sin\left(2\left(\frac{\omega_0 + \delta\omega_2}{c}\right)x\right) \right), \quad (29)$$

где $\delta\omega_{1,2}$, $E_{1,2}(\delta\omega_{1,2})$, $H_{1,2}(\delta\omega_{1,2})$ — величины, имеющие тот же физический смысл, что и в формулах (9), (10).

Для рассматриваемого случая ненулевые компоненты тензора энергии импульса будут иметь вид

$$T_{00} = T_{11} = \frac{E_1^2(\delta\omega_1)}{16\pi} \left(1 + \cos(2(\omega_0 + \delta\omega_1)t) \cos\left(\frac{2(\omega_0 + \delta\omega_1)}{c}x\right) \right) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{8\pi} \cos((\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)t) \cos\left(\frac{(\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)x}{c}\right) + \\
 & + \frac{E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{8\pi} \cos((3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)t) \cos\left(\frac{(3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)x}{c}\right) + \\
 & + \frac{E_2^2(\delta\omega_2)}{16\pi} \left(1 + \cos(4(\omega_0 + \delta\omega_2)t) \cos\left(\frac{4(\omega_0 + \delta\omega_2)x}{c}\right)\right); \quad (30)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{01} = T_{01} & = \frac{E_1^2(\delta\omega_1)}{16\pi} \sin(2(\omega_0 + \delta\omega_1)t) \sin\left(\frac{2(\omega_0 + \delta\omega_1)x}{c}\right) + \\
 & + \frac{E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{8\pi} \sin((\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)t) \sin\left(\frac{(\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)x}{c}\right) + \\
 & + \frac{E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{8\pi} \sin((3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)t) \sin\left(\frac{(3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)x}{c}\right) + \\
 & + \frac{E_2^2(\delta\omega_2)}{16\pi} \sin(4(\omega_0 + \delta\omega_2)t) \sin\left(\frac{4(\omega_0 + \delta\omega_2)x}{c}\right); \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{22} = -T_{33} & = -\frac{E_1^2(\delta\omega_1)}{16\pi} \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right) - \\
 & - \frac{E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{8\pi} \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right) \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) - \\
 & - \frac{E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{8\pi} \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right) - \\
 & - \frac{E_2^2(\delta\omega_2)}{16\pi} \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right). \quad (32)
 \end{aligned}$$

Подстановка формул (30)–(32) в уравнение (14) позволяет найти выражения для компонентов тензора h_{ik} , описывающих связанную стоячую гравитационную волну

$$\begin{aligned}
 h_{00}(t, x) = h_{11}(t, x) & = -\frac{\kappa E_1^2(\delta\omega_1)t}{4c^2(\omega_0 + \delta\omega_1)} \sin(2(\omega_0 + \delta\omega_1)t) \times \\
 & \times \cos\left(\frac{2(\omega_0 + \delta\omega_1)x}{c}\right) - \frac{\kappa E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)t}{\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2} \sin((\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)t) \times \\
 & \times \cos\left(\frac{(\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)x}{c}\right) - \frac{\kappa E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)t}{3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \sin\left(\left(3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2\right)t\right) \cos\left(\frac{\left(3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2\right)x}{c}\right) - \\ & - \frac{\kappa E_2^2(\delta\omega_2)t}{8c^2(\omega_0 + \delta\omega_2)} \sin\left(4(\omega_0 + \delta\omega_2)t\right) \cos\left(\frac{4(\omega_0 + \delta\omega_2)x}{c}\right); \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} h_{01}(t, x) = h_{10}(t, x) = & \frac{\kappa E_1^2(\delta\omega_1)t}{4c^2(\omega_0 + \delta\omega_1)} \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_1)t\right) \times \\ & \times \sin\left(\frac{2(\omega_0 + \delta\omega_1)x}{c}\right) + \frac{\kappa E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)t}{\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2} \cos\left((\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)t\right) \times \\ & \times \sin\left(\frac{(\omega_0 - \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2)x}{c}\right) + \frac{\kappa E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)t}{3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2} \times \\ & \times \cos\left(\left(3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2\right)t\right) \sin\left(\frac{\left(3\omega_0 + \delta\omega_1 + 2\delta\omega_2\right)x}{c}\right) + \\ & + \frac{\kappa E_2^2(\delta\omega_2)t}{8c^2(\omega_0 + \delta\omega_2)} \cos\left(4(\omega_0 + \delta\omega_2)t\right) \sin\left(\frac{4(\omega_0 + \delta\omega_2)x}{c}\right); \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} h_{22}(t, x) = -h_{33}(t, x) = & \frac{\kappa E_1^2(\delta\omega_1)}{2c^2(\omega_0 + \delta\omega_1)^2} \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \times \\ & \times \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right) - \frac{\kappa E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{2c^2(\omega_0 + \delta\omega_1)(\omega_0 + \delta\omega_2)} \times \\ & \times \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right) \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) - \\ & - \frac{\kappa E_1(\delta\omega_1)E_2(\delta\omega_2)}{2c^2(\omega_0 + \delta\omega_1)(\omega_0 + \delta\omega_2)} \cos\left((\omega_0 + \delta\omega_1)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \times \\ & \times \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right) + \frac{\kappa E_2^2(\delta\omega_2)}{8c^2(\omega_0 + \delta\omega_2)^2} \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \times \\ & \times \cos\left(2(\omega_0 + \delta\omega_2)\left(t + \frac{x}{c}\right)\right). \end{aligned} \quad (35)$$

Далее полагаем, что при взаимодействии связанной стоячей гравитационной волны, описываемой формулами (33) и (34), и стоячей электромагнитной волны, задаваемой выражениями (28) и (29), возникает слабая стоячая электромагнитная волна, описываемая выражениями для напряженностей электрического и магнитного полей

$$E'(t, x) = E'(\delta\omega', t) \cos(\omega' t) \cos\left(\frac{\omega'}{c} x\right); \quad (36)$$

$$H'(t, x) = H'(\delta\omega', t) \sin(\omega' t) \sin\left(\frac{\omega'}{c} x\right). \quad (37)$$

Подстановка формул (36) и (37) в уравнение (21) дает

$$E'(t, x) = -\frac{3\kappa E_1^2(\delta\omega_1) E_2(\delta\omega_2) t^2}{8c^2} \cos(\omega' t) \cos\left(\frac{\omega'}{c} x\right); \quad (38)$$

$$H'(t, x) = -\frac{3\kappa H_1^2(\delta\omega_1) H_2(\delta\omega_2) t^2}{8c^2} \sin(\omega' t) \sin\left(\frac{\omega'}{c} x\right), \quad (39)$$

где учтено, что $|\delta\omega_{1,2}| \ll \omega_0$, и равенство амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в сильной стоячей электромагнитной волне, описываемой формулами (28) и (29): $E_{1,2}(\delta\omega_{1,2}) = H_{1,2}(\delta\omega_{1,2})$. Отметим также, что в формулах (38) и (39) учтены только члены, описывающие низкочастотную составляющую на частоте $\omega' \ll \omega_0$, рассчитанную по (23).

Следовательно, можно вычислить амплитуды напряженности электрического и магнитного полей в слабой низкочастотной стоячей электромагнитной волне:

$$E'(\omega', x) = \frac{3\kappa E_1^2(\delta\omega_1) E_2(\delta\omega_2) t^2}{8c^2}; \quad (40)$$

$$H'(\omega', x) = \frac{3\kappa H_1^2(\delta\omega_1) H_2(\delta\omega_2) t^2}{8c^2}. \quad (41)$$

Формула (41) позволяет оценить напряженность H' магнитного поля в слабой стоячей низкочастотной электромагнитной волне, генерируемой связанной гравитационной волной. Если напряженность магнитного поля $H_1 = H_2 = 2,6 \cdot 10^7$ А/м, то из формулы (41) при $t = 10$ с имеем $H' = 7,7 \cdot 10^{-9}$ А/м ($B' = 9,6 \cdot 10^{-15}$ Тл).

При частоте примерно 1 кГц чувствительности СКВИД-магнитометра на уровне около 10^{-15} Тл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ и при времени наблюдения около 10 с, может быть зарегистрировано магнитное поле индукцией приблизительно $3 \cdot 10^{-16}$ Тл. Это значение близко к полученной выше оценке индукции магнитного поля в стоячей низкочастотной электромагнитной волне, генерируемой связанной гравитационной волной.

Заключение. Регистрация в лабораторных условиях связанных гравитационных волн, генерируемых сильными стоячими электромагнитными волнами, представляется вполне технически реализуемой.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Abbott B.P., Abbott R., Abbott T.D., et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 116, iss. 6, art. 061102. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102>
- [2] Пустовойт В.И. О непосредственном обнаружении гравитационных волн. *УФН*, 2016, т. 186, № 9, с. 1133–1152. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2016.03.037900>
- [3] Li F.Y., Tang M.X., Shi D.P. Electromagnetic response of a Gaussian beam to high-frequency relic gravitational waves in quintessential inflationary models. *Phys. Rev. D*, 2003, vol. 67, iss. 10, art. 104008. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.104008>
- [4] Фомин И.В., Червон С.В., Морозов А.Н. Гравитационные волны ранней Вселенной. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018.
- [5] Несельский П.Д., Новиков Д.И., Новиков И.Д. Реликтовое излучение Вселенной. М., Наука, 2003.
- [6] Sahní V., Sami M., Souradeep T. Relic gravity waves from brane world inflation. *Phys. Rev. D*, 2002, vol. 65, iss. 2, art. 023518. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.023518>
- [7] Гладышев В.О., Морозов А.Н. Низкочастотный оптический резонанс в многолучевом интерферометре Фабри — Перо. *Письма в ЖТФ*, 1993, т. 19, вып. 14, с. 39–42.
- [8] Есаков А.А., Морозов А.Н., Табалин С.Е. и др. Применение низкочастотного оптического резонанса для регистрации высокочастотных гравитационных волн. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2015, № 1 (58), с. 26–35. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2015-1-26-35>
- [9] Romero F.B., Dehnen H. Generation of gravitational radiation in the laboratory. *Z. Naturforsch.*, 1981, vol. 36, iss. 9, pp. 948–955. DOI: <https://doi.org/10.1515/zna-1981-0905>
- [10] Baker R.M.L., Baker B.S. The utilization of high-frequency gravitational waves for global communications. *JSCI*, 2012, vol. 10, no. 5, pp. 14–21.
- [11] Пустовойт В.И., Чернозатонский Л.А. Параметрические механизмы регистрации гравитационных волн. *Письма в ЖЭТФ*, 1981, т. 34, вып. 5, с. 241–245.
- [12] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., Наука, 2003.
- [13] Фалей М.И., Масленников Ю.В., Кошелец В.П. Сверхпроводящие квантовые интерферометрические детекторы на основе пленок $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ для неразрушающего контроля. *Радиотехника и электроника*, 2016, т. 61, № 1, с. 93–102.

Морозов Андрей Николаевич — член-корреспондент РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Пустовойт Владислав Иванович — академик РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор, советник при ректорате МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1); научный руководитель НТЦ УП РАН (Российская Федерация, 117342, Москва, ул. Бутлерова, д. 15).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Морозов А.Н., Пустовойт В.И. Генерация и регистрация связанных высокочастотных гравитационных волн. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2020, № 1 (88), с. 46–60.

DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2020-1-46-60>

**GENERATION AND REGISTRATION OF HIGH-FREQUENCY
COUPLED GRAVITATIONAL WAVES**

A.N. Morozov¹

amor59@mail.ru

amor@bmstu.ru

V.I. Pustovoi^{1,2}

vlad_pst@yahoo.com

vladpustovoi@gmail.com

¹ **Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation**

² **Scientific and Technological Centre of Unique Instrumentation,
Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation**

Abstract

The paper describes the process of generating a coupled gravitational wave as a result of two electromagnetic waves propagating in a vacuum, the frequency of one wave being two times that of the other. We show that when a coupled gravitational wave interacts with two strong electromagnetic waves, lower frequency harmonics are generated. We consider the case of generating a coupled standing gravitational wave by means of strong standing electromagnetic waves and recording said gravitational wave as it interacts with these electromagnetic waves. We determined that the sensitivity of modern SQUID magnetometers is adequate for successfully conducting a laboratory experiment in generating and recording coupled high-frequency gravitational waves

Keywords

Gravitational waves, metric tensor, electromagnetic waves, standing wave, SQUID magnetometers

Received 23.09.2019

Approved 30.09.2019

© Author(s), 2020

The study was supported by grant funds of the Russian Science Foundation (RSF project no. 19-12-00242, Conversion of electromagnetic and gravitational waves in a nonlinear dielectric medium when irradiated with an intense light source)

REFERENCES

- [1] Abbott B.P., Abbott R., Abbott T.D., et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys. Rev. Lett.*, 2016, vol. 116, iss. 6, art. 061102. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102>
- [2] Pustovoit V.I. On the direct detection of gravitational waves. *Phys. Usp.*, 2016, vol. 59, no. 10, pp. 1034–1051. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.03.037900>
- [3] Li F.Y., Tang M.X., Shi D.P. Electromagnetic response of a Gaussian beam to high-frequency relic gravitational waves in quintessential inflationary models. *Phys. Rev. D*, 2003, vol. 67, iss. 10, art. 104008. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.104008>
- [4] Fomin I.V., Chervon S.V., Morozov A.N. Gravitatsionnye volny ranney Vselennoy [Gravitation waves of the early Universe]. Moscow, BMSTU Publ., 2018.
- [5] Nesel'skiy P.D., Novikov D.I., Novikov I.D. Reliktovoe izluchenie Vselennoy [Relict radiation of the Universe]. Moscow, Nauka Publ., 2003.
- [6] Sahni V., Sami M., Souradeep T. Relic gravity waves from brane world inflation. *Phys. Rev. D*, 2002, vol. 65, iss. 2, art. 023518. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.023518>
- [7] Gladyshev V.O., Morozov A.N. Low-frequency optical resonance in a multiple-wave Fabry — Perot interferometer. *Tech. Phys. Lett.*, 1993, vol. 19, no. 7, pp. 449–451.
- [8] Esakov A.A., Morozov A.N., Tabalin S.E., et al. Application of low-frequency optical resonance for detection of high-frequency gravitational waves. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2015, no. 1 (56), pp. 26–35 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2015-1-26-35>
- [9] Romero F.B., Dehnen H. Generation of gravitational radiation in the laboratory. *Z. Naturforsch.*, 1981, vol. 36, iss. 9, pp. 948–955. DOI: <https://doi.org/10.1515/zna-1981-0905>
- [10] Baker R.M.L., Baker B.S. The utilization of high-frequency gravitational waves for global communications. *JSCI*, 2012, vol. 10, no. 5, pp. 14–21.
- [11] Pustovoit V.I., Chernozatonskiy L.A. Parametric mechanisms for gravitation waves registration. *Pis'ma v ZhETF*, 1981, vol. 34, no. 5, pp. 241–245 (in Russ.).
- [12] Landau L.D., Lifshits E.M. Teoriya polya [Field theory]. Moscow, Nauka Publ., 2003.
- [13] Faley M.I., Maslennikov Yu.V., Koshelets V.P. Superconducting quantum interference devices based on $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ films for nondestructive testing. *Commun. Technol. Electron.*, 2016, vol. 61, iss. 1, pp. 86–92. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1064226915120062>


Morozov A.N. — corresponding member of the Russian Academy of Sciences, Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, Head of Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Pustovoit V.I. — Academician of the Russian Academy of Sciences, Dr. Sc. (Phys.-Math.), Professor, administration adviser, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation); scientific director of Scientific and Technological Centre of Unique Instrumentation, Russian Academy of Sciences (Butlerova ul. 15, Moscow, 117342 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Morozov A.N., Pustovoit V.I. Generation and registration of high-frequency coupled gravitational waves. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2020, no. 1 (88), pp. 46–60 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2020-1-46-60>



УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
МГТУ им. Н.Э. БАУМАНА

И.Ю. Савельева, И.В. Станкевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МГТУ им. Н.Э. БАУМАНА

В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебное пособие автора
И.Ю. Савельевой, И.В. Станкевича

**«Математическое моделирование
процессов теплопроводности методом
конечных элементов»**

Приведены формулировки стационарных и нестационарных задач теплопроводности. Рассмотрены основные особенности построения численного решения этих задач в рамках конечно-элементной технологии.

Для студентов 3-го и 4-го курсов факультета «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана, изучающих дисциплины «Уравнения математической физики», «Методы вычислений», «Математическое моделирование», «Прикладные пакеты инженерного анализа», «Математические модели механики сплошной среды» и выполняющих соответствующие курсовые работы. Может быть полезно студентам старших курсов других факультетов, изучающим численные методы решения краевых и начально-краевых задач.

По вопросам приобретения обращайтесь:
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1
+7 (499) 263-60-45
press@bmstu.ru
<http://baumanpress.ru>