

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ ВНЕЗАПНО РАСШИРЯЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ НА ОСНОВЕ НОВОЙ ДВУЖИДКОСТНОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

З.М. Маликов
М.Э. Мадалиев

malikov.z62@mail.ru
madaliev.me2019@mail.ru

Институт механики и сейсмостойкости сооружений
Академии наук Республики Узбекистан, Ташкент, Республика Узбекистан

Аннотация

Приведены результаты численного исследования структуры течения в плоском канале в зоне его внезапного расширения в виде уступа. Расчеты выполнены на основе численного решения системы нестационарных уравнений с использованием новой двухжидкостной модели турбулентности. Получены профили продольной скорости и турбулентного напряжения в различных сечениях канала до и после уступа, а также зависимость коэффициента трения для нижней стенки канала от расстояния после уступа. Для разностной аппроксимации исходных уравнений применен метод контрольного объема, связь между скоростями и давлением находилась с использованием процедуры SIMPLEC. При этом вязкостные члены аппроксимированы центральной разностью, а для конвективных членов использована схема второго порядка точности QUICK. Для подтверждения корректности численных результатов выполнено сравнение с экспериментальными данными, взятыми из базы данных NASA, для числа Рейнольдса $Re = 36\,000$, а также приведены результаты, полученные с использованием моделей SA и SST. Несмотря на использование грубой сетки для численного расчета, точность результатов, полученных на основе новой двухжидкостной модели турбулентности, не хуже результатов, определенных по моделям RANS для предсказания отрывных течений в плоском канале в зоне его внезапного расширения в виде обратного уступа

Ключевые слова

Уравнения Навье — Стокса, плоский канал с обратным уступом, отрывное течение, двухжидкостная модель, метод контрольного объема, турбулентные напряжения

Поступила 22.10.2020

Принята 14.12.2020

© Автор(ы), 2021

Введение. Исследование отрывных течений имеет большое значение как в практическом, так и в теоретическом плане, поскольку очень часто отрыв потока является началом сложного и до конца не изученного процесса — переход от ламинарного режима течения к турбулентному. Отрывные течения жидкости можно наблюдать во внезапно расширяющихся каналах. Такое течение встречается в различных технических устройствах и сооружениях. Простой пример подобного течения — движение несжимаемой вязкой жидкости в плоском канале с обратным уступом, в котором присутствуют как отрыв потока на кромке уступа с его последующим присоединением вниз по течению к нижней стенке канала, так и зона рециркуляции жидкости сразу за уступом.

Впервые расчет стационарных двумерных ламинарных отрывных течений несжимаемой жидкости в плоском канале выполнил Г. Блазиус в 1910 г., он получил аналитическое решение в виде рядов [1]. В силу большой значимости для изучения механизмов отрывных течений и для тестирования разностных схем решения уравнений Навье — Стокса такие течения изучались теоретически и экспериментально как для ламинарных [2–4], так и для турбулентных [5–7] режимов движения несжимаемой и сжимаемой жидкостей.

Существует много работ, где рассмотрены течения в каналах с двусторонним внезапным расширением [8–14]. Экспериментальные данные для таких течений в плоском канале получены в [8, 15]. В этих работах отмечено образование циркуляционной зоны за уступом. Некоторые исследователи для численных расчетов течений с внезапным расширением использовали уравнения движения в приближении пограничного слоя [14, 16]. Однако в настоящее время доказано, что для расчета отрывных течений с вихревыми образованиями необходимо использовать не приближенные уравнения пограничного слоя, а полные уравнения Навье — Стокса. Главная сложность таких течений — при больших числах Рейнольдса течение переходит в сложный турбулентный режим. Следовательно, для исследования задач с отрывом потока при больших числах Рейнольдса необходимо привлекать турбулентную модель с хорошей точностью.

В настоящее время для математического моделирования турбулентных течений в основном используют три подхода. В первом подходе турбулентный поток моделируется напрямую с использованием уравнений Навье — Стокса. В литературе такой подход называется методом прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS) [17, 18]. Этот подход основывается на гипотезе, что уравнения Навье — Стокса яв-

ляются достаточными для описания турбулентного потока. Однако для численной реализации подхода необходимо трехмерную зону течения разбить на ячейки размерами менее колмогоровского масштаба и проводить расчет с очень малыми шагами по времени для учета турбулентных флуктуаций. В связи с этим возможности метода DNS ограничены расчетами при относительно невысоких значениях числа Рейнольдса порядка 10^3 . Второй подход прямого моделирования — метод крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) [19]. Метод LES по сравнению с методом DNS может применяться для расчета течений с существенно большими числами Рейнольдса. Однако при использовании метода LES для расчета пристеночных течений требуется применение сеток, приближающихся по своим характеристикам к сеткам метода DNS [20]. Третий подход для описания турбулентного потока — модели RANS, которые направлены на замыкание уравнений Навье — Стокса, осредненных по Рейнольдсу (Reynolds-Averaged Navier — Stokes Equations). Замыкание систем уравнений в этих моделях проводится на основе различных гипотез и предположений, поэтому они являются полуэмпирическими. В настоящее время существует более 100 различных полуэмпирических моделей турбулентности RANS. В базе данных NASA [21] по турбулентности приведен сравнительный анализ различных полуэмпирических моделей. Согласно результатам анализа, можно сделать вывод, что наиболее высокий рейтинг имеют модели Спаларта — Аллмараса SA [22] и Ментера SST [23]. Эти модели широко используются, поскольку они практичны и обладают универсальностью, т. е. с достаточно высокой точностью описывают множество задач турбулентности. Однако для определенных задач, например обтекание тел с большой кривизной и потоки с сильной циркуляцией, эти модели дают результаты, не удовлетворяющие современным требованиям. В указанных задачах наблюдаются сильно анизотропные турбулентности, а модели SA и SST используют гипотезу Буссинеска, которая подразумевает, что поток имеет изотропную турбулентность. Поэтому в таких задачах рекомендуется применение моделей RANS без гипотезы Буссинеска. Типичными представителями таких моделей RANS являются различные модели рейнольдсовых напряжений. Они сложны и содержат множество поправочных постоянных, что делает их неприменимыми для некоторых случаев.

Модель турбулентности, основанная на новом подходе к проблеме турбулентности, предложена в [24]. Турбулентный поток представлен как гетерогенная смесь двух жидкостей, имеющих различную скорость. Поэтому новая модель получила название двухжидкостная модель турбулентности. Идея представления турбулентного потока в виде смеси двух

жидкостей принадлежит Д. Сполдингу [25]. В двухжидкостной модели Сполдинга для поиска турбулентных параметров использованы дополнительные уравнения, основанные на различных гипотезах. В связи с этим модель Сполдинга не имеет преимуществ по сравнению с моделями RANS, при этом число решаемых уравнений увеличивается в 2 раза. Указанное обстоятельство привело к тому, что модель Сполдинга не получила широкого распространения. Основным параметром турбулентности в новой двухжидкостной модели — эффективная молярная вязкость — определяется по кинетической теории и гипотезе Прандтля. Дополнительные эмпирические уравнения не используются. Новая модель в [24] применена для исследования обтекания пластины свободной турбулентной струей и вращающимся потоком. Показано, что двухжидкостная модель турбулентности имеет высокую точность, проста и позволяет адекватно описывать анизотропную турбулентность.

Цель работы — использовать новую двухжидкостную модель турбулентности для решения внутренней задачи гидродинамики о течении жидкости в плоском канале с внезапным односторонним расширением, где происходит отрыв потока, и сравнить численные результаты с экспериментальными данными, взятыми из базы данных NASA [21]. Кроме того, для сравнения представлены результаты моделей SA и SST [21].

Система уравнений новой двухжидкостной модели имеет вид [24]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \bar{V}_j}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \bar{V}_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} &= + \frac{\partial \bar{p}}{\rho \partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) - \vartheta_j \vartheta_i \right], \\ \frac{\partial \vartheta_i}{\partial t} + \bar{V}_j \frac{\partial \vartheta_i}{\partial x_j} - \rho \vartheta_j \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_{ji} \left(\frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) \right] &+ \frac{F_{si}}{\rho} + \frac{F_{fi}}{\rho}, \\ \nu_{ji} &= 3\nu + 2 \left| \frac{\vartheta_i \vartheta_j}{\text{def}(\bar{V})} \right| \text{ при } i \neq j, \quad \nu_{ii} = 3\nu + \frac{1}{\text{div } \bar{\vartheta}} \left| \frac{\vartheta_k \vartheta_k}{\text{def}(\bar{V})} \right| \frac{\partial \vartheta_k}{\partial x_k}, \\ \bar{F}_f &= -\rho K_f \bar{\vartheta}, \quad \bar{F}_s = \rho C_s \text{rot } \bar{V} \times \bar{\vartheta}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \bar{V}_i , ϑ_i — осредненная и относительная скорости турбулентного потока; \bar{p} — осредненное гидростатическое давление; ν — молекулярная кинематическая вязкость; ν_{ji} — эффективная молярная вязкость; F_{si} — поперечная сила Сеффмена, обусловленная сдвиговым полем скорости; F_{fi} — сила трения. Силы взаимодействия между двумя жидкостями воз-

никают в результате относительного движения жидкостей и определяют выражениями

$$\vec{F}_s = \rho C_s \operatorname{rot} \vec{V} \times \vec{\Theta}, \quad \vec{F}_t = -\rho K_f \vec{\Theta}, \quad (2)$$

где K_f — коэффициент трения,

$$K_f = C_1 \lambda_{\max} + C_2 \frac{|\vec{d} \times \vec{\Theta}|}{d^2}, \quad (3)$$

C_1 — коэффициент трения, обусловленный вихревым движением потока, C_2 — коэффициент, учитывающий влияние стенки, d — ближайшее расстояние до твердой стенки, λ_{\max} — наибольший корень характеристического уравнения

$$\det(A - \lambda E) = 0, \quad (4)$$

A — матрица,

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{\partial \bar{V}_1}{\partial x_1} & -\frac{\partial \bar{V}_1}{\partial x_2} - C_s \zeta_3 & -\frac{\partial \bar{V}_1}{\partial x_3} + C_s \zeta_2 \\ -\frac{\partial \bar{V}_2}{\partial x_1} + C_s \zeta_3 & -\frac{\partial \bar{V}_2}{\partial x_2} & -\frac{\partial \bar{V}_2}{\partial x_3} - C_s \zeta_1 \\ -\frac{\partial \bar{V}_3}{\partial x_1} - C_s \zeta_2 & -\frac{\partial \bar{V}_3}{\partial x_2} + C_s \zeta_1 & -\frac{\partial \bar{V}_3}{\partial x_3} \end{pmatrix},$$

и $\vec{\zeta} = \operatorname{rot} \vec{V}$.

Первые два уравнения системы (1) похожи на систему уравнений Навье — Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Однако в уравнениях Рейнольдса турбулентные напряжения неизвестны. Следовательно, уравнения Рейнольдса являются незамкнутыми и для замыкания необходимо использовать различные гипотезы. Что касается двухжидкостного подхода, то он дает замкнутую систему уравнений, поскольку для каждой неизвестной скорости записано уравнение движения. Главное различие двух подходов — они основаны на разных гипотезах. Подход Рейнольдса базируется на двух гипотезах: 1) скорость турбулентного потока состоит из осредненной и флуктуирующей скоростей; 2) турбулентный поток описывается уравнением Навье — Стокса. С позиции математики этих гипотез недостаточно для описания турбулентности, так как на основе первой гипотезы вводятся две неизвестные скорости, а используется только одно уравнение. Первую гипотезу Рейнольдса можно полагать экспериментально подтвержденной, вторая до сих пор не доказана.

Для двухжидкостной модели основными условиями являются первая гипотеза Рейнольдса и эксперимент, в котором установлено, что в турбулентном потоке жидкость разбивается на отдельные объемы (моли), совершающие относительное движение. С учетом этого в [24] показана возможность представления турбулентного потока в виде гетерогенной смеси двух жидкостей. Уравнения движения записываются для первой и второй жидкостей с учетом сил взаимодействия, поэтому проводится осреднение по времени. В результате получается замкнутая система уравнений.

В тестовых задачах показано, что хорошие результаты получаются при $C_1 = 0,7825$, $C_2 = 0,306$, $C_s = 0,2$.

Физическая и математическая постановки задачи. Рассматривалось двумерное турбулентное течение в плоском канале с внезапным расширением в виде уступа. Физическая картина анализируемого течения и конфигурация расчетной области показаны на рис. 1, значения взяты из базы данных NASA [21].

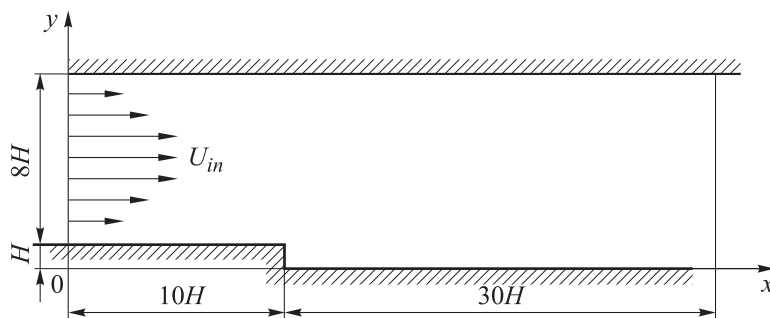


Рис. 1. Схема расчетной области в плоском канале с обратным уступом

Система уравнений новой двухжидкостной модели турбулентности (1) в декартовых координатах:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial p}{\rho \partial x} &= \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial \vartheta u}{\partial y} - \frac{\partial u u}{\partial x}, \\
 \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial p}{\rho \partial y} &= \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial \vartheta \vartheta}{\partial y} - \frac{\partial u \vartheta}{\partial x}, \\
 \frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} &= - \frac{\partial U}{\partial x} u - \frac{\partial U}{\partial y} \vartheta + C_s \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) \vartheta + \\
 + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\nu_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) \right) &- K_f u,
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial t} + U \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} + V \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} = - \frac{\partial V}{\partial y} \mathfrak{G} - \frac{\partial V}{\partial x} u - C_s \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) u + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{xy} \left(\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\nu_{yy} \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} \right) - K_f \mathfrak{G}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0.$$

Здесь U, V — аксиальная и радиальная составляющие вектора осредненной скорости потока; u, \mathfrak{G} — аксиальная и радиальная относительные скорости; $\nu_{xx}, \nu_{yy}, \nu_{xy}$ — эффективные молярные вязкости,

$$\begin{aligned} \nu_{xx} = \nu_{yy} = 3\nu + 2 \frac{S}{\text{def}(\vec{V})}; \quad \nu_{xy} = 3\nu + 2 \left| \frac{u\mathfrak{G}}{\text{def}(\vec{V})} \right|, \\ \text{def}(\vec{V}) = \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2}, \\ S = \frac{u^2 J_x + \mathfrak{G}^2 J_y}{J_x + J_y}, \quad J_x = \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right|, \quad J_y = \left| \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} \right|, \quad C_s = 0, 2; \end{aligned}$$

K_f — коэффициент трения, определяемый по (3).

Для определения коэффициента трения характеристическое уравнение (4) записывалось в виде

$$\begin{vmatrix} -\lambda - \frac{\partial U}{\partial x} & -\frac{\partial U}{\partial y} + C_s \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) \\ -\frac{\partial V}{\partial x} - C_s \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) & -\lambda - \frac{\partial V}{\partial y} \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) находился наибольший вещественный корень

$$\begin{aligned} \lambda_{\max} = \sqrt{D}, \quad \text{если } D > 0; \\ \lambda_{\max} = 0, \quad \text{если } D < 0, \end{aligned}$$

$$D = \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} + C_s(1 - C_s) \left[\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right]^2.$$

Для численной реализации системы уравнений (5) использовался метод контрольного объема. При этом вязкостные члены аппроксимировались центральной разностью, а для конвективных членов применялась схема второго порядка точности QUICK. Связь между давлением и скоростями осуществлялась с использованием процедуры SIMPLEC [26].

Система уравнений (5) приводилась к безразмерному виду соотношением всех скоростей к средней скорости на входе, а пространственных размеров к высоте уступа H . Число Рейнольдса $Re_H = H\bar{U}_{in} / \nu = 36\,000$, где \bar{U}_{in} — средняя скорость на входе. Для численной реализации системы (5) в качестве начального условия задавалось пуазейлево течение во всей расчетной области, т. е. решение ламинарного потока. На входе при $x = 0$, соответствующему расположению входа расчетной области, задавался экспериментальный профиль скорости и начальные безразмерные возмущения относительных скоростей $u = 0,05$, $\vartheta = -0,025$. На стенках задавались условия прилипания, на выходе $x = 40H$ — условия экстраполяции второго порядка точности [15].

Новая двухжидкостная модель позволяет получать решения высокой точности и на довольно грубых расчетных сетках [24], что является одним из преимуществ модели. В связи с этим для численного расчета здесь использовалась сетка размером 100×200 без сгущения около стенок. Поперечный шаг $\Delta y = 0,08$, продольный $\Delta x = 0,2$. Интегрирование проводилось с шагом по времени $\Delta t = 0,001$. Для получения стационарного решения системы уравнений (5) после формирования квазипериодического режима выполнялось осреднение результатов по времени.

Результаты расчетов и их обсуждение. Профили безразмерной продольной скорости по результатам моделирования приведены на рис. 2. Для сравнения также показаны экспериментальные данные и профили осевой составляющей U скорости в различных сечениях на расстояниях от входа в широкий канал.

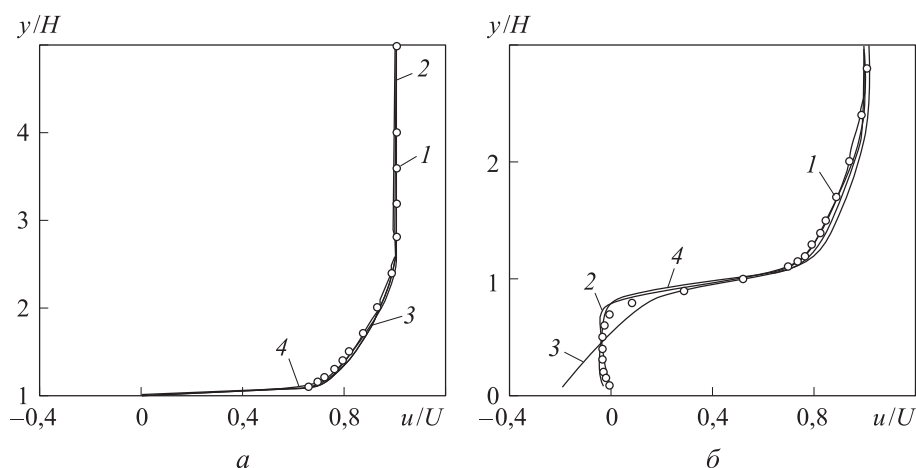


Рис. 2 (начало). Профили безразмерной аксиальной скорости, полученные экспериментально (1), с использованием новой двухжидкостной модели (2), моделей SA (3) и SST (4) при $x = 6H$ (а), $11H$ (б)

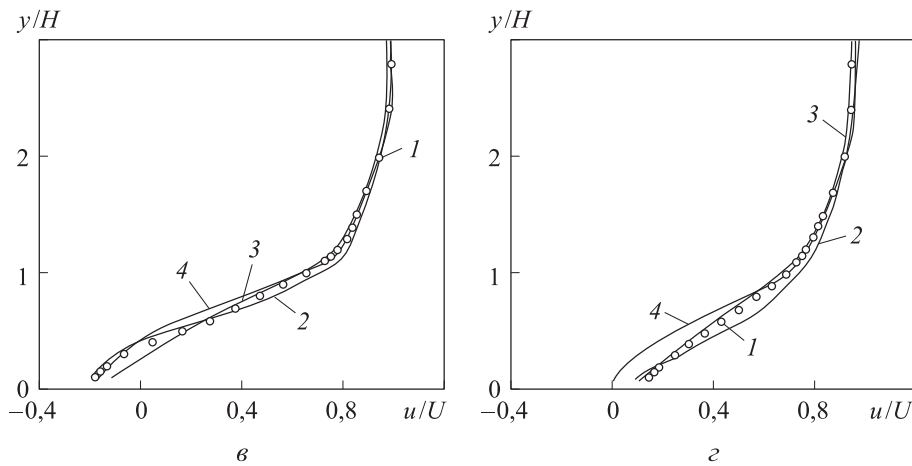


Рис. 2 (окончание). Профили безразмерной аксиальной скорости, полученные экспериментально (1), с использованием новой двухжидкостной модели (2), моделей SA (3) и SST (4) при $14H$ (а) и $16H$ (б)

Профили турбулентного напряжения в измеренных сечениях на расстояниях от входа в широкий канал показаны на рис. 3. Распределение коэффициента трения

$$K_f = \frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)$$

по длине канала приведено на рис. 4.

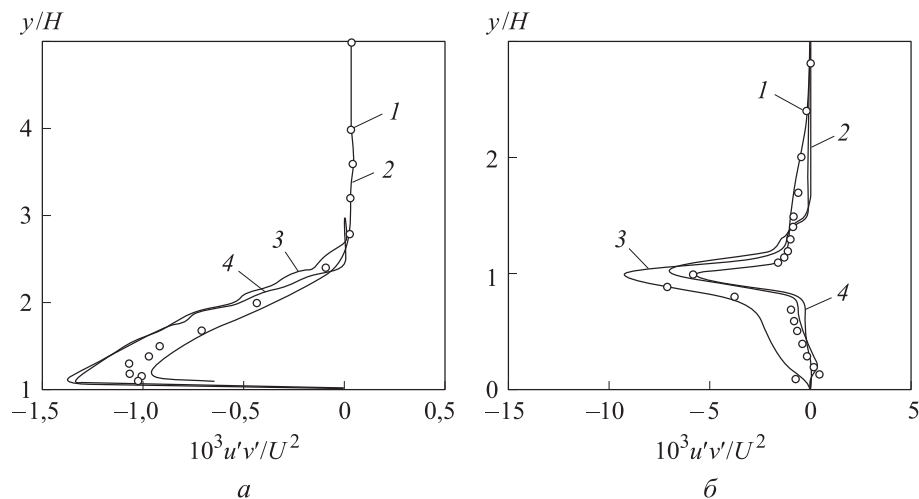


Рис. 3 (начало). Профили турбулентного напряжения, полученные экспериментально (1), с использованием новой двухжидкостной модели (2), моделей SA (3) и ST (4) при $x = 6H$ (а), $11H$ (б)

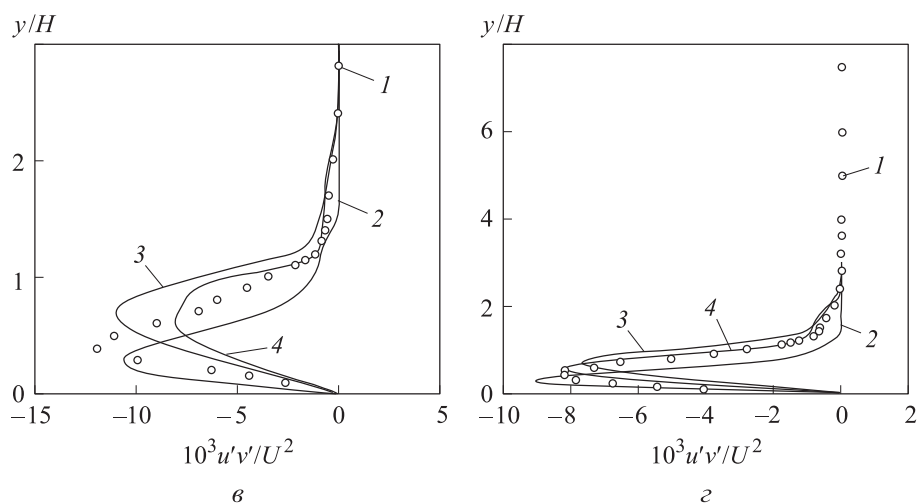


Рис. 3 (окончание). Профили турбулентного напряжения, полученные экспериментально (1), с использованием новой двухжидкостной модели (2), моделей SA (3) и ST (4) при $14H$ (а) и $16H$ (б)

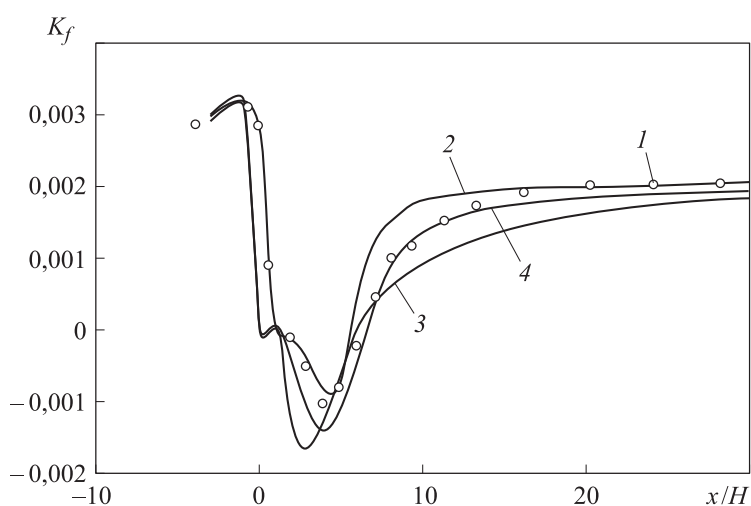


Рис. 4. Распределение коэффициента трения по длине канала, полученное экспериментально (1), с использованием новой двухжидкостной модели (2), моделей SA (3) и SST (4)

Выводы. Представлены численные решения течения несжимаемой вязкой жидкости в коротком плоском канале с обратным уступом по новой двухжидкостной турбулентной модели. Показаны профили скорости, турбулентного напряжения для различных сечений канала, а также коэффициента трения в зависимости от расстояния. Несмотря на использование довольно грубой сетки для численной реализации гидродинамических урав-

нений, полученные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и по точности не уступают результатам, полученным на основе моделей SA и SST. Новая двухжидкостная модель оказалась более практичной, чем модели RANS, поскольку модели SA и SST требуют интегрирования по времени с шагом на порядок меньше, чем предлагаемая модель турбулентности. Таким образом, можно сделать вывод, что новая двухжидкостная модель турбулентности практична и с достаточно хорошей точностью может описывать гидродинамические характеристики отрывных потоков.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Blasius H. Laminare Stromung in Kanalen Wechselnder Breite. *Zeitschrift fur Math. und Phys.*, 1910, vol. 58, no. 10, pp. 225–233.
- [2] Honji H. The starting flow down a step. *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 69, iss. 2, pp. 229–240. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112075001413>
- [3] Синха С.П., Гупта А.К., Оберай М.М. Ламинарное отрывное обтекание уступов и каверн. Ч. 1. Течение за уступом. *Ракетная техника и космонавтика*, 1981, т. 19, № 12, с. 33–37.
- [4] Armaly B.F., Durst F., Pereira J.C.F., et al. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow. *J. Fluid Mech.*, 1983, vol. 127, pp. 473–496. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112083002839>
- [5] Чжен П. Отрывные течения. М., Мир, 1972.
- [6] Гогиш Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения. М., Наука, 1979.
- [7] Le H., Moin P., Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. *J. Fluid Mech.*, 1997, vol. 330, pp. 349–374. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112096003941>
- [8] Durst F., Melling A., Whitelaw J.H. Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion. *J. Fluid Mech.*, 1974, vol. 64, iss. 1, pp. 111–118. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112074002035>
- [9] Cherdron W., Durst F., Whitelaw J.H. Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions. *J. Fluid Mech.*, 1978, vol. 84, iss. 1, pp. 13–31. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112078000026>
- [10] Macadno E.O., Hung T.-K. Computational and experimental study of a captive annular eddy. *J. Fluid Mech.*, 1967, vol. 28, iss. 1, pp. 43–64. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112067001892>
- [11] Kumar A., Yajnik K.S. Internal separated flows at large Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 1980, vol. 97, iss. 1, pp. 27–51. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112080002418>
- [12] Плоткин А. Расчеты спектральным методом некоторых отрывных ламинарных течений в каналах. *Аэрокосмическая техника*, 1983, № 7, с. 75–85.

- [13] Acrivos A., Schrader M.L. Steady flow in a sudden expansion at high Reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 1982, vol. 25, iss. 6, pp. 923–930.
DOI: <https://doi.org/10.1063/1.863844>
- [14] Куон О., Плетчер Р., Льюис Дж. Расчет течений с внезапным расширением при помощи уравнений пограничного слоя. *Теор. основы инж. расч.*, 1984, т. 106, № 3, с. 116–123.
- [15] Бруязкий Е.В., Костин А.Г. Прямое численное моделирование течения в плоском внезапно расширяющемся канале на основе уравнений Навье — Стокса. *Прикладная гидромеханика*, 2010, т. 12, № 1, с. 11–27.
- [16] Плетчер Р. Пределы применимости уравнений пограничного слоя для расчета ламинарных течений с симметричным внезапным расширением. *Теор. основы инж. расч.*, 1986, № 2, с. 284–294.
- [17] Versteegh T.A.M., Nieuwstadt F.T.M. Turbulent budgets of natural convection in an infinite, differentially heated, vertical channel. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1997, vol. 19, iss. 2, pp. 135–149. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0142-727X\(97\)10018-2](https://doi.org/10.1016/S0142-727X(97)10018-2)
- [18] Boudjemadi R., Maupu V., Laurence D., et al. Direct numerical simulation of natural convection in a vertical channel: a tool for second-moment closure modelling. In: *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 3*. Elsevier, 1996, pp. 39–49.
- [19] Peng S.-H., Davidson L. Large eddy simulation of turbulent buoyant flow in a confined cavity. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2001, vol. 22, iss. 3, pp. 323–331.
DOI: [https://doi.org/10.1016/S0142-727X\(01\)00095-9](https://doi.org/10.1016/S0142-727X(01)00095-9)
- [20] Cabot W., Moin P. Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow. *Flow, Turbul. Combust.*, 2000, vol. 63, no. 1–4, pp. 269–291. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1009958917113>
- [21] Turbulence modeling resource. NASA Langley Research Center.
URL: <http://turbmodels.larc.nasa.gov> (дата обращения: 19.05.2021).
- [22] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *30th Aerosp. Sci. Meet. Exhibit*. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
- [23] Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605.
DOI: <https://doi.org/10.2514/3.12149>
- [24] Malikov Z. Mathematical model of turbulence based on the dynamics of two fluids. *Appl. Math. Model.*, 2000, vol. 82, pp. 409–436.
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.01.047>
- [25] Spalding D.B. Chemical reaction in turbulent fluids. In: *Physicochemical Hydrodynamics*. Vol. 4. Butterworth-Heinemann, 1983, pp. 323–336.
- [26] Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М., Мир, 1980.

Маликов Зафар Маматкулович — д-р техн. наук, Институт механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан (Республика Узбекистан, 100125, Ташкент, ул. Дўрмон, д. 33).

Мадалиев Муродил Эркинжон Угли — докторант, Институт механики и сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан (Республика Узбекистан, 100125, Ташкент, ул. Дўрмон, д. 33).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Маликов З.М., Мадалиев М.Э. Численное моделирование течения в плоском внезапно расширяющемся канале на основе новой двухжидкостной модели турбулентности. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2021, № 4 (97), с. 24–39. DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-4-24-39>

NEW TWO-FLUID TURBULENCE MODEL BASED NUMERICAL SIMULATION OF FLOW IN A FLAT SUDDENLY EXPANDING CHANNEL

Z.M. Malikov

malikov.z62@mail.ru

M.E. Madaliev

madaliev.me2019@mail.ru

**Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures,
Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan,
Tashkent, Republic of Uzbekistan**

Abstract

The purpose of the research was to numerically study the structure of the flow in a flat channel in the zone of its sudden step-like expansion. The results of the study are given in the paper. The calculations are carried out with the use of a new two-fluid turbulence model and are based on the numerical solution of a system of nonstationary equations. The profiles of axial velocity and turbulent stress in various sections of the channel before and after the step were obtained, as well as the dependence of the friction coefficient for the lower wall of the channel on the distance after the step. For the difference approximation of the initial equations, the control volume approach was applied; the relationship between the velocities and pressure was found using the SIMPLEC procedure. Meanwhile, the viscosity terms were approximated by the central difference, and for the convective terms the QUICK second-order accuracy scheme was used. To confirm the correctness of the numerical results, we compared them with the experimental data taken from the NASA database for the Reynolds number $Re = 36,000$. The results obtained using the SA and SST models are also given

Keywords

Navier — Stokes equations, flat channel with a backward-facing step, separated flow, two-fluid model, control volume approach, turbulent stresses

in the paper. Despite the coarse grid used for numerical calculations, the results based on the new two-fluid turbulence model are not less accurate than the results determined by the RANS models for predicting separated flows in the flat channel in the zone of its sudden backward-facing step expansion

Received 22.10.2020

Accepted 14.12.2020

© Author(s), 2021

REFERENCES

- [1] Blasius H. Laminare Stromung in Kanalen Wechselnder Breite. *Zeitschrift fur Math. und Phys.*, 1910, vol. 58, no. 10, pp. 225–233.
- [2] Honji H. The starting flow down a step. *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 69, iss. 2, pp. 229–240. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112075001413>
- [3] Sinkha S.P., Gupta A.K., Oberay M.M. Laminar separated flotation of steps and caverns. P. 1. Flow behind step. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*, 1981, vol. 19, no. 12, pp. 33–37 (in Russ.).
- [4] Armaly V.F., Durst F., Pereira J.C.F., et al. Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow. *J. Fluid Mech.*, 1983, vol. 127, pp. 473–496. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112083002839>
- [5] Chang P.K. Separation of flow. Elsevier, 1970.
- [6] Gogish L.V., Stepanov G.Yu. Turbulentnye otrivnye techeniya [Turbulent separation of flow]. Moscow, Nauka Publ., 1979.
- [7] Le P., Moin P., Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. *J. Fluid Mech.*, 1997, vol. 330, pp. 349–374. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112096003941>
- [8] Durst F., Melling A., Whitelaw J.H. Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion. *J. Fluid Mech.*, 1974, vol. 64, iss. 1, pp. 111–118. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112074002035>
- [9] Cherdron W., Durst F., Whitelaw J.H. Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions. *J. Fluid Mech.*, 1978, vol. 84, iss. 1, pp. 13–31. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112078000026>
- [10] Macadno E.O., Hung T.-K. Computational and experimental study of a captive annular eddy. *J. Fluid Mech.*, 1967, vol. 28, iss. 1, pp. 43–64. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112067001892>
- [11] Kumar A., Yajnik K.S. Internal separated flows at large Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 1980, vol. 97, iss. 1, pp. 27–51. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112080002418>
- [12] Plotkin A. Calculations by the spectral method of some separated laminar flows in channels. *Aerokosmicheskaya tekhnika*, 1983, no. 7, pp. 75–85 (in Russ.).
- [13] Acrivos A., Schrader M.L. Steady flow in a sudden expansion at high Reynolds numbers. *Phys. Fluids*, 1982, vol. 25, no. 6, pp. 923–930. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.863844>

- [14] Kuon O., Pletcher R., Lyuis Dzh. Calculation of flows with sudden expansion using the boundary layer equations. *Teor. osnovy inzh. rasch.*, 1984, vol. 106, no. 3, pp. 116–123 (in Russ.).
- [15] Bruyatskiy E.V., Kostin A.G. Direct numerical simulation of flow in plane suddenly expanding channel on the basis of Navier — Stokes equations. *Prikladnaya gidromekhanika* [Applied Hydromechanics], 2010, vol. 12, no. 1, pp. 11–27 (in Russ.).
- [16] Pletcher R. Limits of the boundary layer equations applicability for calculating laminar flows with symmetric sudden expansion. *Teor. osnovy inzh. rasch.*, 1986, no. 2, pp. 284–294 (in Russ.).
- [17] Versteegh T.A.M., Nieuwstadt F.T.M. Turbulent budgets of natural convection in an infinite, differentially heated, vertical channel. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1997, vol. 19, iss. 2, pp. 135–149. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0142-727X\(97\)10018-2](https://doi.org/10.1016/S0142-727X(97)10018-2)
- [18] Boudjemadi R., Maupu V., Laurence D., et al. Direct numerical simulation of natural convection in a vertical channel: a tool for second-moment closure modelling. In: *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 3*. Elsevier, 1996, pp. 39–49.
- [19] Peng S.-H., Davidson L. Large eddy simulation of turbulent buoyant flow in a confined cavity. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2001, vol. 22, iss. 3, pp. 323–331. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0142-727X\(01\)00095-9](https://doi.org/10.1016/S0142-727X(01)00095-9)
- [20] Cabot W., Moin P. Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow. *Flow, Turbul. Combust.*, 2000, vol. 63, no. 1-4, pp. 269–291. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1009958917113>
- [21] Turbulence modeling Resource. NASA Langley Research Center. Available at: <http://turbmodels.larc.nasa.gov> (accessed: 19.05.2021).
- [22] Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *30th Aerosp. Sci. Meet. Exhibit*. DOI: <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
- [23] Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.12149>
- [24] Malikov Z. Mathematical model of turbulence based on the dynamics of two fluids. *Appl. Math. Model.*, 2000, vol. 82, pp. 409–436. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.01.047>
- [25] Spalding D.B. Chemical reaction in turbulent fluids. In: *Physicochemical Hydrodynamics*. Vol. 4. Butterworth-Heinemann, 1983, pp. 323–336.
- [26] Roache P.J. Computational fluid dynamics. Hermosa Publishers, 1976.

Malikov Z.M. — Dr. Sc. (Eng.), Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan (Durman ul. 33, Tashkent, 100125 Republic of Uzbekistan).

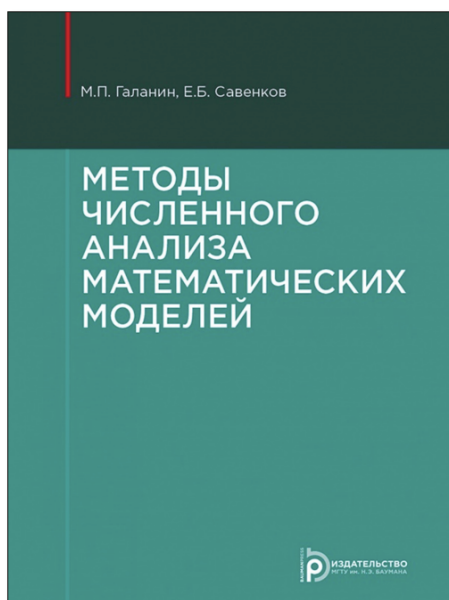
Madaliev M.E. — postdoctoral student, Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan (Durman ul. 33, Tashkent, 100125 Republic of Uzbekistan).

Please cite this article in English as:

Malikov Z.M., Madaliev M.E. New two-fluid turbulence model based numerical simulation of flow in a flat suddenly expanding channel. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences*, 2021, no. 4 (97), pp. 24–39 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/1812-3368-2021-4-24-39>

В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышла в свет монография авторов
М.П. Галанина, Е.Б. Савенкова

**«Методы численного анализа
математических моделей»**



Изложены методы решения задач линейной алгебры, систем нелинейных алгебраических уравнений, интерполяция функций, методы численного интегрирования и дифференцирования, численные методы решения задачи Коши и краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Приведены основы общей теории разностных схем и ее применение к построению и анализу методов численного решения эллиптических, параболических и гиперболических уравнений, а также численные методы решения интегральных уравнений. Представлены методы генерации сеток для многомерных задач математической физики, многосеточные методы решения, численные методы для решения уравнения переноса и уравнений газовой динамики, алгоритмические основы метода конечных элементов.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, корп. 1
+7 (499) 263-60-45
press@bmstu.ru
<https://bmstu.press>